

SERIE GUÍAS EUROCÓDIGOS

Guía para el proyecto sísmico de puentes de carretera



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE FOMENTO

SECRETARÍA DE ESTADO
DE INFRAESTRUCTURAS,
TRANSPORTE Y VIVIENDA

SECRETARÍA GENERAL
DE INFRAESTRUCTURAS

DIRECCIÓN GENERAL
DE CARRETERAS

SERIE GUÍAS EUROCÓDIGOS

Guía para el proyecto sísmico de puentes de carretera



2019

Centro virtual de publicaciones del Ministerio de Fomento:
<https://apps.fomento.gob.es/CVP/>

Catálogo de publicaciones de la Administración General del Estado:
<https://cpage.mpr.gob.es>

Título de la obra: Guía para el proyecto sísmico de puentes de carretera
- SERIE GUÍAS EUROCÓDIGOS-

Autor: Ministerio de Fomento; Dirección General de Carreteras
Año de edición: 2019

Características edición digital:
1ª edición electrónica: junio 2019
Formato: PDF
Tamaño: 16,23 MB

Edita:
© Ministerio de Fomento
Secretaría General Técnica
Centro de Publicaciones

NIPO: 161-18-253-9

Aviso Legal: Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida ni en todo ni en parte, ni registrada, ni transmitida por un sistema de recuperación de información en ninguna forma ni en ningún medio, salvo en aquellos casos específicamente permitidos por la Ley.



Los puentes constituyen elementos esenciales de la infraestructura del transporte terrestre y, especialmente si forman parte de itinerarios indispensables para la protección civil, su operatividad debe estar asegurada en caso de que se produzca un evento sísmico.

La ingeniería sísmica ha experimentado una evolución importante en las últimas décadas como consecuencia de los daños sufridos en diversos terremotos ocurridos en distintos lugares del mundo. El Eurocódigo 8, cuyo ámbito de aplicación se restringe a aspectos de dimensionamiento y cálculo, constituye una clara mejora respecto a las normativas nacionales previas, al recoger los últimos avances en la ingeniería sísmica, a la vez que asegura la consistencia de los métodos de proyecto sísmico con los métodos de verificación estructural específicos de cada material, recogidos en otros Eurocódigos, asegurando unas bases de cálculo comunes.

La *Guía para el proyecto sísmico de puentes de carretera* tiene como objetivo facilitar la comprensión de los conceptos básicos relacionados con la acción sísmica y sus efectos en los puentes, así como desgranar el contenido técnico que subyace a las prescripciones del Eurocódigo 8 y la forma en que esta norma trata esos mismos conceptos. En última instancia, el objetivo de este texto es contribuir a mejorar la calidad de los proyectos de puentes carretera en lo relativo a su concepción sísmica.

Esta *guía* ha sido redactada por Hugo Corres Peiretti y Alejandro Pérez Caldentey (FHECOR). Por parte de la Dirección General de Carreteras han participado en el desarrollo de la *guía*, Pilar Crespo Rodríguez y Carlos Paradela Sánchez. Es destacable la labor de revisión y las sugerencias efectuadas por Amadeo Benavent Climent (Universidad Politécnica de Madrid), Michael Fardis (Universidad de Patras) y Carlos Gordo Monsó (IDEAM).

Octubre de 2018

EL DIRECTOR GENERAL DE CARRETERAS
Javier Herrero Lizano

PREÁMBULO

Los Eurocódigos Estructurales

La Comisión Europea puso en marcha en 1981 la redacción de un código estructural europeo que culminó con la aparición en 1984 de los primeros Eurocódigos. En las dos décadas transcurridas entre la publicación de esos primeros textos y los actuales, se ha producido una evolución muy significativa, no sólo en su contenido, sino en el grado de aceptación y reconocimiento por parte de la comunidad técnica europea y mundial.

En la década de los 90, hizo su aparición una segunda generación de Eurocódigos, elaborados en el seno del Comité Europeo de Normalización (CEN) por mandato de la Comisión Europea. Estos textos, conocidos como normas ENV, se publicaron con carácter experimental. Fue entre los años 2002 y 2007, cuando tuvo lugar la publicación de los EUROCÓDIGOS ESTRUCTURALES como normas EN. Desde entonces, UNE ha traducido paulatinamente estos textos al español, publicándolos como normas UNE-EN.

Estas normas tienen carácter voluntario por su propia naturaleza, salvo que una disposición reglamentaria las declare obligatorias. Hay que destacar que sucesivas Directivas y Recomendaciones de la Unión Europea han hecho referencia expresa a los Eurocódigos y a la importancia de su adopción por los Estados miembro como forma de "*facilitar la provisión de servicios en el campo de la construcción creando un sistema armonizado de reglas generales*", lo que ha dado lugar a que en los últimos años la gran mayoría de los países europeos los hayan adoptado como código estructural único.

En el caso concreto de las obras públicas, la *Directiva de contratación pública*, traspuesta al ordenamiento jurídico español por la *Ley de contratos del sector público*, establece la preeminencia de las normas nacionales que incorporen normas europeas (UNE-EN, en el caso español) sobre cualquier otra especificación nacional a la hora de fijar las condiciones técnicas en los pliegos de contratación para la redacción del proyecto de dichas obras.

Además, existe reglamentación europea, de obligado cumplimiento de forma directa en los Estados miembro, que declara los Eurocódigos como normas de proyecto. Este es el caso, por ejemplo, del Reglamento (UE) 1299/2014 de la Comisión Europea, relativo a *Especificaciones Técnicas de Interoperabilidad Ferroviaria*, de obligado cumplimiento para el proyecto de puentes de ferrocarril.

Panorama reglamentario nacional relativo al proyecto sismorresistente

En 1974 se creó la *Comisión Permanente de Normas Sismorresistentes* (CPNS), como órgano colegiado radicado en la Dirección General del Instituto Geográfico Nacional con el objeto, entre otros, de estudiar, elaborar y proponer las normas sismorresistentes aplicadas a los campos de la ingeniería y arquitectura. A partir de esa fecha se fueron elaborando sucesivas normas de construcción sismorresistente, cuyo ámbito de aplicación abarcaba conjuntamente la edificación y la obra civil, hasta que en 2007 se aprobó la *Norma de Construcción Sismorresistente de Puentes* (NCSP-07), actualmente en vigor, que ha sido el primer texto reglamentario dentro del campo sísmico dedicado específicamente a los puentes.

La CPNS decidió en 2016 la adopción del Eurocódigo 8 como *Norma de Construcción Sismorresistente* española. El Eurocódigo 8 (UNE-EN 1998, Proyecto de estructuras sismorresistentes) debe utilizarse junto con el Anejo Nacional español, en el que se establece el valor de determinados parámetros para su aplicación en territorio español. Está en preparación el Real Decreto por el cual esta nueva norma entrará en vigor. Su ámbito de aplicación se extenderá a todos los proyectos y obras de edificación de nueva planta, puentes, silos, depósitos, tuberías, cimentaciones, estructuras de contención, torres, mástiles, chimeneas, así como a la evaluación y adecuación sísmica de los edificios existentes.

Es significativo resaltar que el Anejo Nacional de UNE-EN 1998 actualiza el mapa de peligrosidad sísmica de la NCSE-02 en cada punto del territorio nacional, en base a los últimos sismos registrados en el arco mediterráneo (*Actualización de Mapas de Peligrosidad Sísmica en España 2012* [1]), en función del valor de la aceleración máxima horizontal de referencia del suelo en un terreno de tipo A, a_{gR} , y del coeficiente de contribución, K . Comparando ambos mapas de peligrosidad sísmica se observa un ostensible incremento de las aceleraciones en determinadas regiones.

El proyecto sísmico de puentes

El proyecto sísmico de puentes tiene unas particularidades que hacen que se constituya como una disciplina en la que entran en juego aspectos de cierta complejidad: por una parte, la propia acción sísmica, por su naturaleza dinámica y periodos de retorno muy elevados; y por otra, las distintas estrategias sísmicas que pueden adoptarse, en función de la importancia, dimensiones y tipología del puente. Relacionándose directamente con los aspectos anteriores, están los diferentes métodos de análisis, que deben abordarse mediante un cálculo dinámico, pudiendo plantearse bien por métodos de análisis lineales-elásticos basados en el espectro de respuesta de cálculo, bien por métodos de análisis lineales alternativos, basados en un cálculo en el tiempo con series temporales, o bien por métodos de análisis no lineales. En función de la estrategia sísmica adoptada, los detalles constructivos resultantes del dimensionamiento, o los elementos específicos a disponer, tales como aisladores o amortiguadores, adquieren, igualmente, unas peculiaridades propias dentro del proyecto sísmico.

Si bien es cierto que nuestro país no constituye un área de ocurrencia de grandes terremotos, sí es claro que tiene una actividad sísmica con capacidad suficiente para generar daños

graves sobre las estructuras. El antecedente más relevante y cercano en el tiempo es el terremoto de Lorca, del 11 de mayo de 2011, de magnitud 5,1 (IGN, 2011 [2]). En España, la incorporación de los conceptos sísmicos a la ingeniería estructural, aunque tiene una larga tradición, se ha incrementado significativamente en los últimos años.

La serie guías Eurocódigos

El uso creciente y generalizado de los Eurocódigos en los países de nuestro entorno ha dado lugar a la publicación de numerosos manuales, guías y ejemplos de aplicación de estas normas. En España, desde hace ya algunos años, los Eurocódigos se han convertido en textos de referencia en la enseñanza universitaria y han ido apareciendo publicaciones diversas relativas a los mismos, entre las que cabe citar algunos números monográficos en revistas especializadas.

La serie denominada *Guías Eurocódigos*, que aquí se presenta, puede considerarse sin embargo pionera en nuestro país. Su objeto es contribuir a que la comunidad técnica española tenga un conocimiento más profundo de los distintos Eurocódigos y, en última instancia, a facilitar su aplicación en los proyectos de la Dirección General de Carreteras.

La serie está planteada como un conjunto abierto de publicaciones que irá creciendo en función de las carencias o inquietudes técnicas que puedan surgir a medida que los Eurocódigos se impongan como código estructural español y se conviertan en textos de uso general.

En su elaboración se ha supuesto que el lector está familiarizado con los Eurocódigos correspondientes y es conocedor de los conceptos ingenieriles en los que se sustentan. Para evitar en lo posible la repetición de cláusulas, las guías necesitarán ser leídas junto con los propios Eurocódigos y con sus respectivos anejos nacionales españoles.

Las normas UNE están sujetas a derecho de propiedad intelectual por parte de la Asociación Española de Normalización, UNE. Esta *guía* reproduce parcialmente el contenido de algunas normas UNE-EN por acuerdo con dicha Asociación.

La guía para el proyecto sísmico de puentes de carretera con EC8

De todo lo anterior surge la idea de la elaboración de esta *guía*, con el objeto de facilitar la comprensión de los conceptos básicos relacionados con la acción sísmica y sus efectos en los puentes, así como de desgranar el contenido técnico que subyace a las prescripciones del Eurocódigo 8 y la forma en que esta norma trata esos mismos conceptos. En última instancia, el objetivo de este texto es contribuir a mejorar la calidad de los proyectos de puentes de carretera en lo relativo a su concepción sísmica.

ÍNDICE

1 CUESTIONES GENERALES.....	17
1.1 Objeto y contenido de la guía.....	17
1.2 Notación.....	19
1.3 Definiciones.....	30
1.4 Unidades.....	35
2 INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA SÍSMICA DE PUENTES.....	37
2.1 Acción sísmica.....	37
2.1.1 Medidas de la acción sísmica	37
2.1.1.1 Generalidades.....	37
2.1.1.2 Ondas sísmicas.....	37
2.1.1.3 Intensidad y Magnitud	38
2.1.1.4 Peligrosidad sísmica	41
2.1.1.5 Riesgo sísmico	42
2.1.2 Efectos producidos en los puentes por la acción sísmica	43
2.1.3 Acelerogramas.....	46
2.1.3.1 Generalidades.....	46
2.1.3.2 Uso de acelerogramas en proyecto	49
2.1.4 Espectros de respuesta	50
2.1.4.1 Generación de los espectros de respuesta.....	50
2.1.4.2 Influencia de las fuentes sismogénicas en el espectro de respuesta	53
2.1.4.3 Influencia del terreno en el espectro de respuesta	55
2.1.4.4 Influencia del amortiguamiento en el espectro de respuesta	56
2.1.4.5 Espectros de respuesta asociados a los requisitos fundamentales y a la fase de construcción.....	57
2.1.4.6 Componentes espaciales del espectro de respuesta	58
2.2 Comportamiento sísmico de puentes	59
2.2.1 Factores de comportamiento.....	61
2.2.2 Comportamiento esencialmente elástico.....	63
2.2.3 Ductilidad limitada	66
2.2.4 Comportamiento dúctil.....	68

2.2.5	Rocking. Ductilidad geométrica	70
2.2.6	Aislamiento sísmico de puentes	71
2.2.6.1	Aislamiento sísmico mediante apoyos elastoméricos	71
2.2.6.2	Aislamiento sísmico mediante dispositivos de fricción	79
2.2.6.3	Aislamiento sísmico mediante aisladores y disipadores de energía dependientes de la velocidad.....	82
2.3	Métodos de análisis	90
2.3.1	Cálculo lineal de sistemas de un grado de libertad.....	91
2.3.2	Cálculo lineal de sistemas de múltiples grados de libertad: Análisis modal espectral	96
2.3.2.1	Planteamiento del método.....	96
2.3.2.2	Modos propios de vibración y factor de participación modal.....	97
2.3.2.3	Análisis modal espectral.....	98
2.3.2.3.1	Criterios de combinación.....	98
2.3.2.3.2	Concepto de masa movilizada o masa modal efectiva....	100
2.3.3	Cálculo lineal en el tiempo	101
2.3.4	Cálculo no lineal en el tiempo	104
2.3.5	Cálculo estático no lineal: método del empuje incremental.....	110
2.4	Análisis de estructuras enterradas	114
3	CRITERIOS DEFINIDOS POR EL EUROCÓDIGO 8.....	119
3.1	Introducción.....	119
3.2	Condiciones del terreno.....	122
3.3	Requisitos fundamentales.....	123
3.4	Acción sísmica.....	129
3.4.1	Espectros.....	129
3.4.1.1	Espectro elástico.....	130
3.4.1.2	Espectro de cálculo	136
3.4.2	Acelerogramas.....	138
3.4.3	Variabilidad espacial de la acción sísmica.....	142
3.4.4	Combinación de la acción sísmica con otras acciones	143
3.5	Comportamientos sísmicos	144
3.5.1	Comportamiento de ductilidad limitada.....	145
3.5.2	Comportamiento dúctil.....	147
3.5.2.1	Comportamiento dúctil por formación de rótulas plásticas.....	147
3.5.2.2	Aislamiento sísmico.....	149

3.5.3	Condiciones de ductilidad	149
3.5.3.1	Ductilidad global.....	149
3.5.3.2	Ductilidad local en las rótulas plásticas.....	150
3.5.3.3	Verificación de la ductilidad.....	151
3.6	Análisis	151
3.6.1	Modelización.....	151
3.6.1.1	Definición de la masa	152
3.6.1.2	Definición del amortiguamiento.....	152
3.6.1.3	Definición de la rigidez	152
3.6.1.4	Modelización del terreno	154
3.6.2	Consideración de los efectos de segundo orden.....	154
3.6.3	Consideración de efectos torsionales.....	155
3.6.4	Factores de comportamiento para el análisis lineal.....	156
3.6.5	Comportamiento regular e irregular de puentes con comportamiento dúctil.....	158
3.6.6	Métodos de análisis.....	159
3.6.6.1	Análisis dinámico lineal. Método del espectro de respuesta.....	160
3.6.6.2	Método del modo fundamental.....	161
3.6.6.2.1	Modelo de tablero rígido.....	162
3.6.6.2.2	Modelo de tablero flexible	162
3.6.6.2.3	Efectos torsionales en la dirección transversal	163
3.6.6.2.4	Modelo de pila única.....	163
3.6.6.3	Cálculo de desplazamientos en análisis lineal.....	164
3.6.6.4	Métodos de análisis no lineales	166
3.6.6.4.1	Análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo.....	166
3.6.6.4.2	Análisis estático no lineal (método del empuje incremental).....	169
3.6.7	Análisis de puentes irregulares.....	169
3.6.8	Análisis de estribos, muros de contención y estructuras enterradas.....	170
3.6.8.1	Métodos simplificados: análisis pseudo-estático	170
3.6.8.1.1	Acción sísmica	170
3.6.8.1.2	Cálculo del empuje de tierras y de la presión del agua... ..	171
3.6.8.2	Interacción suelo-estructura.....	173
3.7	Comprobaciones.....	174
3.7.1	Materiales y valor de cálculo de la resistencia	174

3.7.2	Proyecto por capacidad.....	174
3.7.3	Comprobaciones en puentes con comportamiento dúctil.....	178
3.7.3.1	Comprobación de las secciones dúctiles y de las secciones protegidas por capacidad	178
3.7.3.2	Comprobación de los nudos contiguos a las rótulas plásticas ...	179
3.7.4	Comprobaciones en puentes con ductilidad limitada.....	184
3.7.5	Componentes específicos sin ductilidad.....	185
3.7.6	Comprobación del tablero	185
3.7.7	Comprobación de estribos	185
3.7.7.1	Estribos unidos al tablero mediante una conexión flexible	185
3.7.7.2	Estribos unidos al tablero mediante una conexión rígida	186
3.7.8	Comprobación de cimentaciones	188
3.8	Detalles constructivos.....	188
3.8.1	Pilas de hormigón	188
3.8.1.1	Armadura confinamiento	189
3.8.1.2	Longitud de la zona confinada.....	192
3.8.2	Estribos y muros de contención	192
3.8.3	Cimentaciones	193
3.8.4	Armadura de confinamiento	193
3.8.4.1	Estructuras proyectadas con ductilidad limitada.....	193
3.8.4.2	Estructuras proyectadas con comportamiento dúctil.....	194
3.8.5	Longitudes de entrega y anchura de juntas.....	194
3.8.5.1	Dimensionamiento de entregas.....	194
3.8.5.2	Dimensionamiento de anchura de juntas	197
3.8.5.2.1	Separación entre elementos estructurales principales...	197
3.8.5.2.2	Juntas de dilatación del tablero.....	197
3.8.6	Apoyos y acoplamientos sísmicos	198
3.8.6.1	Aparatos de apoyo	200
3.8.6.2	Acoplamientos sísmicos, anclajes verticales y transmisores de impacto.....	201
3.9	Puentes con aislamiento sísmico.....	202
3.9.1	Requisitos fundamentales y adicionales para el sistema de aislamiento	203
3.9.1.1	Incremento de la fiabilidad.....	203
3.9.1.2	Comportamiento de la subestructura.....	204
3.9.1.3	Variabilidad de las propiedades de los sistemas de aislamiento .	204

3.9.1.4	Requisitos especiales de los sistemas de aislamiento	206
3.9.2	Concepción del sistema de aislamiento	208
3.9.3	Acción sísmica.....	209
3.9.4	Tipos de aisladores.....	209
3.9.4.1	Comportamiento histerético bilineal.....	209
3.9.4.1.1	Apoyos elastoméricos convencionales de bajo amortiguamiento	211
3.9.4.1.2	Apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento	212
3.9.4.1.3	Apoyos con núcleo de plomo	212
3.9.4.2	Dispositivos dependientes de la velocidad.....	212
3.9.4.3	Dispositivos de fricción	213
3.9.5	Análisis de sistemas aislados.....	214
3.9.5.1	Análisis no lineal en el dominio tiempo.....	215
3.9.5.2	Método del modo fundamental.....	215
3.9.5.3	Análisis multimodal.....	217
3.9.6	Comprobaciones.....	218
3.9.6.1	Sistema de aislamiento.....	218
3.9.6.2	Subestructura.....	218
4	CONCEPCIÓN DE PUENTES EN ZONA SÍSMICA	221
4.1	Consideraciones generales.....	221
4.2	Encaje longitudinal.....	226
4.3	Encaje transversal.....	233
4.4	Consideraciones finales	234
5	EJEMPLOS.....	237
5.1	Consideraciones iniciales.....	237
5.2	Puente losa de 3 vanos: solución base y variantes.....	240
5.2.1	Enunciado del problema.....	240
5.2.2	Resolución: solución base.....	242
5.2.2.1	Esquema de desarrollo.....	242
5.2.2.2	Dimensionamiento en situación persistente.....	243
5.2.2.3	Cálculo según el método del modo fundamental.....	248
5.2.2.3.1	Determinación de la rigidez efectiva secante	248
5.2.2.3.2	Determinación de los periodos propios.....	249
5.2.2.3.3	Determinación del factor de comportamiento.....	251

5.2.2.3.4	Determinación de los esfuerzos sísmicos.....	252
5.2.2.3.5	Comprobación a flexocompresión.....	255
5.2.2.3.6	Cálculo por capacidad.....	257
5.2.2.4	Comparación del método del tablero rígido con el método multimodal e influencia de la componente vertical.....	261
5.2.2.5	Detalle de armado.....	265
5.2.3	Resolución: solución con doble fuste circular.....	266
5.2.3.1	Cálculo según el método del modo fundamental.....	266
5.2.3.1.1	Determinación de los periodos propios.....	266
5.2.3.1.2	Determinación del factor de comportamiento.....	269
5.2.3.1.3	Determinación de los esfuerzos sísmicos.....	269
5.2.3.1.4	Comprobación a flexocompresión.....	272
5.2.3.1.5	Cálculo por capacidad.....	273
5.2.3.2	Detalle de armado.....	275
5.2.4	Resolución: solución con fuste apantallado.....	276
5.2.4.1	Cálculo según el método del modo fundamental.....	276
5.2.4.1.1	Determinación de los periodos propios.....	276
5.2.4.1.2	Determinación del factor de comportamiento.....	278
5.2.4.1.3	Determinación de los esfuerzos sísmicos.....	278
5.2.4.1.4	Comprobación a flexocompresión.....	281
5.2.4.1.5	Cálculo por capacidad.....	282
5.2.4.2	Detalle de armado.....	284
5.2.5	Resolución: solución aislada sobre neoprenos.....	285
5.2.5.1	Esquema de desarrollo.....	286
5.2.5.2	Propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo en situación sísmica.....	286
5.2.5.3	Predimensionamiento de los aparatos de apoyo para la situación persistente.....	287
5.2.5.4	Comportamiento sísmico con los neoprenos resultantes del predimensionamiento.....	288
5.2.5.4.1	Determinación de rigideces en situación sísmica.....	288
5.2.5.4.2	Determinación de la aceleración y el desplazamiento de cálculo.....	289
5.2.5.5	Comportamiento sísmico para las nuevas dimensiones de los apoyos.....	290
5.2.5.6	Determinación de los esfuerzos sísmicos en la pila.....	291

5.2.5.7	Comprobación a flexocompresión	293
5.2.5.8	Detalle de armado	294
5.2.6	Conclusiones.....	295
5.3	Puente isostático esviado	296
5.3.1	Enunciado del problema.....	296
5.3.2	Resolución	298
5.3.2.1	Esquema de desarrollo.....	298
5.3.2.2	Propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo	299
5.3.2.3	Aplicación del método fundamental	299
5.3.2.4	Verificación de los desplazamientos.....	300
5.3.2.5	Fuerzas sísmicas para la verificación de los estribos.....	305
5.3.2.6	Verificación de la entrega del puente.....	307
5.4	Estructura enterrada: método cinemático	309
5.4.1	Enunciado del problema.....	309
5.4.2	Resolución	310
5.4.2.1	Esquema de desarrollo.....	310
5.4.2.2	Dimensionamiento en situación persistente.....	310
5.4.2.3	Análisis en situación sísmica por el método cinemático.....	311
5.5	Puente continuo con sistema de aislamiento sísmico	317
5.5.1	Enunciado del problema.....	317
5.5.2	Solución con aisladores de neopreno convencionales (LDRB)	320
5.5.2.1	Esquema de desarrollo.....	320
5.5.2.2	Determinación de los desplazamientos debidos a las acciones concomitantes con la acción sísmica.....	321
5.5.2.3	Determinación de los desplazamientos debidos a la acción sísmica en dirección longitudinal.....	322
5.5.2.4	Determinación de los desplazamientos debidos a la acción sísmica en dirección transversal.....	323
5.5.3	Solución con aisladores y disipadores de energía de tipo viscoso en la dirección longitudinal.....	325
5.5.3.1	Esquema de desarrollo.....	325
5.5.3.2	Parámetros del amortiguador.....	325
5.5.3.3	Generación de acelerogramas artificiales compatibles con el espectro.....	326
5.5.3.4	Comprobación de desplazamientos	328
5.5.3.5	Cálculo de los esfuerzos sísmicos en pilas	331

5.6	Muro en ménsula: método del empuje pseudo-estático.....	333
5.6.1	Enunciado del problema.....	333
5.6.2	Resolución.....	334
5.6.2.1	Esquema de desarrollo.....	334
5.6.2.2	Cálculo del coeficiente sísmico.....	335
5.6.2.3	Obtención del coeficiente de empuje K para el estado activo....	335
5.6.2.4	Combinación de cargas.....	336
5.6.2.5	Dimensionamiento y comprobación en arranque de muro	337
5.6.2.5.1	Obtención del empuje total de tierras a nivel del arranque del muro.....	337
5.6.2.5.2	Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del arranque del muro.....	337
5.6.2.5.3	Obtención del cortante y del momento de cálculo en el arranque del muro	338
5.6.2.5.4	Dimensionamiento de la armadura de flexión y comprobación a cortante.....	339
5.6.2.6	Cálculo de los esfuerzos en cimentación.....	340
5.6.2.6.1	Obtención del empuje total de tierras a nivel del plano de cimentación.....	340
5.6.2.6.2	Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del plano de cimentación	340
5.6.2.6.3	Obtención de las componentes vertical, horizontal y momento en el plano de cimentación.....	341
5.6.2.6.4	Presión transmitida al terreno	343
5.6.2.6.5	Verificación frente al deslizamiento	343
6	BIBLIOGRAFÍA.....	345

ANEJOS

ANEJO A	PSEUDO-VELOCIDAD Y PSEUDO-ACELERACIÓN	351
ANEJO B	CÁLCULO LINEAL DE SISTEMAS DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD. Reducción del problema a la solución de m sistemas de 1gdl.....	355
ANEJO C	DETERMINACIÓN DE LOS MODOS PROPIOS DE VIBRACIÓN EN EL ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL.....	361

1

CUESTIONES GENERALES

1.1 Objeto y contenido de la guía

Esta *guía* se enmarca dentro de una idea más general que persigue promover en España el uso del conjunto de normas europeas conocidas como Eurocódigos, en vigor desde 2010.

Los Eurocódigos, cuyo ámbito de aplicación se restringe a aspectos de cálculo, suponen una clara mejora de la consistencia de los métodos de proyecto al dotar al conjunto de las estructuras, construidas con distintos materiales, y con usos variados (puentes, edificios, instalaciones industriales, obras hidráulicas, etc.), de unas bases de cálculo comunes. Esto supone un claro avance respecto de la situación previa, en la que convivían (o aún conviven) normativas nacionales desarrolladas por organismos diferentes para ámbitos de aplicación restringidos y en ocasiones con insuficiente coordinación.

Los Eurocódigos suponen por ello una ventaja competitiva para Europa en general y para los países europeos en particular, mejorando la eficacia del mercado único y eliminando la duplicidad de esfuerzos en formación y desarrollo.

Sin embargo, para conseguir que España se beneficie plenamente del marco creado por los Eurocódigos, con todas sus ventajas, es necesaria su adopción por la comunidad técnica a nivel de práctica cotidiana y ello requiere un esfuerzo de adaptación. Esta *guía* tiene como objetivo facilitar esta adaptación mediante un tratamiento global del problema, partiendo de los conceptos más básicos relacionados con la acción sísmica y sus efectos en las estructuras de puentes, para después centrarse en cómo trata el Eurocódigo 8 estos mismos conceptos, de tal forma que se pueda hacer más transparente el contenido técnico que subyace a las prescripciones del Eurocódigo 8.

El capítulo 2 se inicia con la descripción de la acción sísmica: la naturaleza de la acción y los distintos tipos de onda que se generan, y trata acerca de la medición del daño (intensidad) y de la medición, más objetiva, de la energía liberada por el sismo (magnitud) en sus distintas versiones. Se describen, en particular, los efectos que el sismo tiene en los puentes y los modos de fallo observados en eventos sísmicos pasados. Se explican dos formas de caracterizar el sismo: los espectros y los acelerogramas, incidiendo particularmente en la relación entre ambas visiones del fenómeno.

A continuación, se centra en el comportamiento sísmico de los puentes y en las diversas formas de abordar su proyecto para favorecer los distintos tipos de comportamiento. Se trata el comportamiento esencialmente elástico y el comportamiento con ductilidad limitada -en los cuales el daño es mínimo-, el comportamiento dúctil -que supone un daño importante, pero permite reducir la magnitud de cálculo de la acción sísmica- y otras soluciones que permiten reducir tanto la acción como el daño (ductilidad geométrica y aislamiento sísmico).

También se explican los distintos métodos de cálculo, incluyendo el análisis de un sistema de un grado de libertad, el análisis modal, el cálculo en el tiempo (lineal y no lineal), el método del empuje incremental y el análisis de estructuras enterradas.

El capítulo 3 se centra en el contenido de los Eurocódigos y empieza con una introducción que sirve como guía para el uso de UNE-EN 1998-2 [3] (y también de UNE-EN 1998-1 [4] cuando es de aplicación). En ella se relaciona el comportamiento buscado con el tipo de análisis a efectuar, las verificaciones a realizar, los materiales a considerar, las condiciones de detalles de armado y la necesidad o no de verificar explícitamente la capacidad de rotación en los puntos de posible formación de rótulas plásticas. El resto del capítulo se dedica a comentar en detalle las prescripciones de UNE-EN 1998-2, relacionándolas con los conceptos descritos en el capítulo 2, siguiendo aproximadamente el esquema de UNE-EN 1998-2, de forma flexible y trasladando la explicación de determinados conceptos a otros apartados cuando se ha estimado procedente. En particular, los temas dedicados al análisis, que a veces se tratan fuera de sitio, se remiten al apartado correspondiente, con objeto de dar mayor consistencia al texto.

El capítulo 4 está dedicado a la concepción estructural de puentes en zona sísmica. En él se plantea la filosofía general relativa a la concepción de puentes y se entra después con mayor detalle en cómo afecta la acción sísmica a este proceso y en las decisiones que tiene que tomar el proyectista en cuanto al material a utilizar, la continuidad estructural, el tipo de vínculo entre pilas y tablero y el tipo de comportamiento deseado, entre otros aspectos.

Finalmente, el capítulo 5 plantea una serie de ejemplos de aplicación en los que se analizan las estructuras con el grado de complejidad que supone el proyecto de un puente en zona sísmica. Estos ejemplos tienen gran valor didáctico y práctico y permiten ilustrar de forma clara cómo se debe aplicar el Eurocódigo 8 al proyecto de puentes.

1.2 Notación

En este apartado se define la notación utilizada en esta guía, que es coherente con la adoptada por los Eurocódigos, con una mayor proliferación de los términos incluidos en UNE-EN 1998-2.

Letras mayúsculas romanas

A	Área de la zona de ruptura de un terremoto, que se obtiene como producto de la longitud por la profundidad de la zona de ruptura
A	Área tributaria del muelle en el análisis de estructuras enterradas mediante el método cinemático
A_b	Área horizontal efectiva de un apoyo elastomérico
A_c	Área bruta de la sección de hormigón
A_{cc}	Área del núcleo de hormigón confinado igual al área interior al perímetro medio de la armadura transversal perimetral
A_{Ed}	Acción sísmica de cálculo
A_{sp}	Área del cerco o espiral
A_{sw}	Área total de las armaduras de los cercos u horquillas que atraviesan la sección paralela al eje de la pila en una longitud igual a la separación entre cercos, s_L
A_{sx}	Área de la armadura horizontal en el nudo
A_{sz}	Área de la armadura vertical en el nudo
A_{trib}	Área tributaria
B	Anchura del tablero
B'	Ancho efectivo de una zapata
CQC	Método de la combinación cuadrática completa (<i>Complete Quadratic Combination</i>)
C	Constante que interviene en la ecuación constitutiva de un amortiguador viscoso
\mathbf{C}	Matriz de amortiguamiento de un sistema
D_e	Ductilidad de la estructura
D_m	Ductilidad del material
D_s	Ductilidad de la sección
D_{sp}	Diámetro del núcleo confinado
E_c	Módulo de Young o de deformación longitudinal del hormigón
$E_c(7)$	Módulo de deformación longitudinal del hormigón a los 7 días de edad
$E_{c,28}$	Módulo de deformación longitudinal del hormigón a los 28 días de edad
E	Respuesta de la estructura frente al conjunto de los modos propios de vibración
	Efecto máximo probable de la acción sísmica actuando simultáneamente sus tres componentes según los ejes X , Y y Z
E_a	Empuje activo
$E_x, E_y,$	Efectos de la acción sísmica según cada una de sus componentes a lo largo de
E_z	cada eje X , Y y Z
$E_{Edx},$	Efectos de la acción sísmica de cálculo en la dirección de los ejes X , Y , Z
$E_{Edy},$	
E_{Edz}	

E_0	Energía elástica
E_0	Empuje al reposo
E_D	Energía disipada por histéresis
E_j	Respuesta, o efecto, en la estructura cuando actúa el modo de vibración j escalado según la coordenada generalizada $q_{j,max}$
E_p	Empuje pasivo
E_w	Módulo de Winkler o módulo de balasto
EQi	Término con el que se designa al acelerograma i (EarthQuake) generado artificialmente con el programa SIMQKE
FVD	Amortiguador de fluido viscoso (<i>Fluid Viscous Damper</i>)
FSD	Amortiguador de fluido elástico (<i>Fluid Spring Damper</i>)
F	Fuerza que transmite a la estructura un amortiguador viscoso
F_0	Fuerza correspondiente al desplazamiento nulo, obtenida mediante cargas cíclicas
F_{LRB}	Fuerza de plastificación para un apoyo con núcleo de plomo (LRB)
F_{amort}	Fuerza transmitida por un amortiguador a la subestructura
F_{el}	Fuerza elástica
F_{max}	Fuerza que corresponde al desplazamiento de cálculo d_{bd} de un aislador
F_{muelle}	Fuerza del muelle en el análisis de estructuras enterradas mediante el método cinemático
F_y	Fuerza de plastificación
$\mathbf{F}(t)$	Vector de fuerzas dinámicas aplicadas en los distintos grados de libertad de un sistema
G_b	Valor nominal de cálculo del módulo de cizalla convencional de un apoyo elastomérico
G_g	Módulo de cizalla convencional aparente de un apoyo elastomérico
$G_{b,max}$	Valor superior del módulo de cizalla de un elastómero (UBDP)
$G_{b,min}$	Valor inferior del módulo de cizalla de un elastómero (LBDP)
G_{ki}	Valor característico de cada una de las acciones permanentes
H	Altura de tierras sobre la losa superior de estructuras enterradas (marcos o pórticos)
H_d	Valor de cálculo de la fuerza horizontal en el plano de cimentación
HDRB	Aparato de apoyo de elastómero de alto amortiguamiento (<i>High Damping Rubber Bearing</i>)
I_x	Inercia de una sección respecto del eje x
I_y	Inercia de una sección respecto del eje y
J_{eff}	Inercia efectiva a flexión
J_{un}	Inercia de la sección no fisurada
J_{cr}	Inercia de la sección fisurada
\mathbf{J}	Vector de arrastre
$\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y, \mathbf{J}_z$	Vectores de arrastre para cada uno de los sismos en las tres direcciones en coordenadas globales X, Y, Z
K	Coefficiente de contribución K , que tiene en cuenta la distinta contribución de la sismicidad de la península y de las áreas marinas adyacentes y de la más lejana, de la parte de la zona Azores-Gibraltar situada en Gorringe-Herradura

K	Rigidez (fuerza/desplazamiento)
K	Constante del muelle en un sistema con un grado de libertad
K	Coefficiente que tiene en cuenta la distinta contribución a la sismicidad de la Península y de las áreas marinas adyacentes de la zona de la falla Azores–Gibraltar situada en la zona del Banco de Gorringe
K	Coefficiente de empuje de las tierras (estático más dinámico)
K_e	Rigidez elástica de un sistema de aislamiento, obtenida mediante cargas monótonas
K_{eff}	Rigidez efectiva secante, rigidez efectiva o rigidez secante (UNE-EN 1998-2 la denomina rigidez eficaz), que se calcula como la pendiente de la recta que en un gráfico fuerza–desplazamiento une el origen con el punto de máximo desplazamiento
K_h	Módulo de Winkler E_w multiplicado por su área tributaria, que representa la rigidez horizontal del terreno en rango elástico
K_{neop}	Rigidez horizontal de un apoyo
K_p	Rigidez post-elástica de un sistema de aislamiento
K_v	Módulo de Winkler E_w multiplicado por su área tributaria, que representa la rigidez vertical del terreno, y que se modeliza mediante muelles que simulan las condiciones de apoyo de un marco enterrado en el terreno
\mathbf{K}	Matriz de rigidez de un sistema
L	Longitud total del tablero
L, L_s	Distancia entre la sección de la rótula plástica y el punto de momento nulo
LBDP	Propiedades de cálculo límite inferiores de los aisladores (<i>Lower Bound Design Properties</i>)
LDRB	Aparato de apoyo de elastómero de bajo amortiguamiento (<i>Low Damping Rubber Bearing</i>)
LRB	Aparato de apoyo de elastómero con núcleo de plomo (<i>Lead Rubber Bearing</i>)
L_{eff}	Longitud efectiva del tablero, tomada como la distancia entre la junta en cuestión y el punto más cercano en el que se puede considerar que exista una conexión rígida del tablero a la subestructura
L_g	Parámetro de distancia definido en el apartado 3.3(6) de UNE-EN 1998-2, a partir del cual los movimientos sísmicos del terreno pueden considerarse totalmente independientes
L_h, L_p	Longitud de la rótula plástica
L_i	Distancia proyectada sobre el plano horizontal entre el apoyo i y el apoyo de referencia 0
L_{lim}	Longitud límite de un tablero continuo a tener en cuenta para la variabilidad espacial de la acción sísmica
$L_{\alpha,i}$	Semisuma de los vanos adyacentes en el caso de apoyos intermedios, siendo igual a la luz de los vanos extremos en caso de corresponder a los apoyos de estribos
L_p	Longitud de la rótula plástica
M	Masa de la estructura
M_0	Energía liberada por un sismo
M_C	Momento flector de dimensionamiento por capacidad

M_{Ed}	Momento flector solicitante de cálculo en situación sísmica
M_i	Masa tributaria concentrada de cada nudo
M_L	Magnitud de un sismo expresada en la escala Richter. Medida indirecta de la energía liberada por un sismo. Se satura a partir de magnitudes de 6,5.
M_o	Momento de sobrerresistencia
M_{Rd}	Valor de cálculo del momento resistente de una sección
M_s	Magnitud en la escala de onda superficial. Medida indirecta de la energía liberada por un sismo. Se satura a partir de magnitudes de 8,0
M_t	Momento torsor estático equivalente
M_w	Magnitud momento. Número que expresa en una escala coincidente con la escala de Richter una medida directa de la energía liberada por un sismo. No se satura.
M_y	Momento de plastificación de la sección
$M_{y,p}$	Momento según el eje y en pila
$M_{z,p}$	Momento según el eje z en pila
M_{y2}	Esfuerzos (momentos flectores) que incluyen efectos de segundo orden
M_{z2}	
\mathbf{M}	Matriz de masas de un sistema
NLD	Dispositivo no lineal (<i>Non Linear Device</i>)
N	Axil según el eje x en pila
N_{Ed}	Axil de cálculo en situación sísmica
N_{cG}	Axil de la pila correspondiente a las acciones no sísmicas concomitantes con la situación sísmica
N_{jx}	Fuerza horizontal debida a los efectos deducidos del cálculo por capacidad que incluyen el axil de pretensado longitudinal a tiempo infinito
N_{jy}	Fuerza horizontal debida a los efectos del pretensado transversal, si existe, que se consideren efectivos en el interior del canto de la pila h_c
N_{jz}	Axil vertical en el nudo
N_{M_w}	Número de eventos sísmicos registrados de magnitud mayor o igual que un valor dado M_w
N_{sd}	Axil de cálculo en situación sísmica
N_{SPT}	Número de golpes del ensayo de penetración estándar (<i>Standard Penetration Test</i> , SPT)
PGA	Aceleración máxima del suelo en el emplazamiento de la obra referida a un terreno de tipo A (<i>Peak Ground Acceleration</i>)
P_{DLR}	Probabilidad de superar, en un periodo de $T_{LR} = 10$ años, la acción sísmica de referencia para el requisito de limitación de daño
P_{NCR}	Probabilidad de superar, en un periodo de $T_{LR} = 50$ años, la acción sísmica de referencia para el requisito de no colapso
P_R	Probabilidad de excedencia de un sismo
Q_{1k}	Valor característico de la sobrecarga de tráfico
Q_2	Valor casi-permanente de las acciones de larga duración concomitantes con el sismo, tales como el empuje de tierras, empuje de Arquímedes, corrientes, etc.
R_b	Radio de curvatura de la superficie de un aparato de fricción esférico

R_d	Valor de cálculo de la resistencia al deslizamiento en el contacto entre cimiento y terreno
S	coeficiente de suelo que tiene en cuenta la amplificación dinámica de los suelos más blandos
SRSS	Regla de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (<i>Square Root of the Sum of Squares</i>)
STU	Unidad de transmisión de impacto (<i>Shock Transmission Unit</i>)
S_e	Pseudo-aceleración absoluta horizontal espectral en un sistema elástico
S_{De}	Desplazamiento relativo horizontal espectral en un sistema elástico
S_{Ve}	Pseudo-velocidad relativa horizontal espectral en un sistema elástico
S_d	Pseudo-aceleración absoluta horizontal espectral de proyecto que se emplea en los métodos lineales con cálculos elásticos (se obtiene modificando S_e por el factor de comportamiento q)
T	Periodo de vibración de un sistema lineal con un solo grado de libertad
$T_{e,min}$	Valor mínimo de la componente uniforme de temperatura en el tablero
T_{eff}	Periodo propio efectivo de un sistema de aislamiento
T_{DLR}	Periodo de retorno asociado a la acción sísmica de referencia para el requisito de limitación de daño
T_{NCR}	Periodo de retorno asociado a la acción sísmica de referencia para el requisito de no colapso
T_L	Vida útil de proyecto
T_{LR}	Periodo de referencia asociado a la determinación de la acción sísmica
T_{min}	Temperatura mínima del aire a la sombra con una probabilidad anual de ser excedida de 0,02 (equivalente a un periodo de retorno medio de 50 años)
$T_{min,b}$	Temperatura mínima del aparato de apoyo para el cálculo sísmico
T_q	Espesor neto del elastómero de un aparato de apoyo
T_R	Periodo de retorno
T_{Rc}	Periodo de retorno para el sismo de construcción
T_{Rc}	Fuerza resultante en la armadura traccionada de la pila correspondiente a la resistencia a flexión M_{Rd} de la rótula plástica
T_O	Temperatura del tablero en el momento de coaccionar su movimiento
UBDP	Propiedades de cálculo límite superiores de los aisladores (<i>Upper Bound Design Properties</i>)
UDL	Valor característico de la sobrecarga uniforme del tráfico (<i>Uniformly Distributed Load</i>)
V_{basal}	Cortante basal
V_{base}	Cortante en la base
V_{b1C}	Esfuerzo cortante del tablero o cimentación en la cara adyacente a la cara traccionada de la pila, necesario para equilibrar los efectos correspondientes al cálculo por capacidad de la pila
V_C	Esfuerzo cortante de dimensionamiento por capacidad
V'_d	Valor de cálculo de la carga vertical sobre el plano de cimentación
V_{jx}	Cortante horizontal en el nudo
V_{jz}	Cortante vertical en el nudo
V_y	Cortante según el eje y en pila

V_z	Cortante según el eje z en pila
X, Y, Z	Sistema de ejes globales

Letras minúsculas romanas

$1gdl$	un grado de libertad
a_{gR}	Aceleración máxima horizontal de referencia del suelo en un terreno de tipo A
a_g	Aceleración de cálculo del suelo en un terreno de tipo A ($a_g = \gamma_I a_{gR}$)
a_{vg}	Máxima aceleración del suelo en la dirección vertical
b	Ancho del núcleo confinado
b_c	Ancho de la pila, que se tomará igual a 0,9 veces el diámetro en caso de pilas circulares
b_j	Ancho del nudo
b_w	Ancho del alma del tablero a la que se conecta la pila
b_w	Ancho de cortante de una sección
$b_{w,rot}$	Ancho de cortante de una sección en la zona de la rótula
c	Amortiguamiento viscoso (constante de un amortiguador viscoso)
c_c	Amortiguamiento crítico
c_u	Resistencia del terreno al corte sin drenaje para suelos cohesivos
d_0	Desplazamiento residual de un sistema de aislamiento
d_{ba}	Desplazamiento de cálculo mayorado de un aislador
d_{bd}	Desplazamiento de cálculo de un aislador
d_{bL}	Diámetro de las armaduras longitudinales
d_{cd}	Desplazamiento máximo de cálculo
d_E	Desplazamiento sísmico de cálculo
d_{Ee}	Desplazamiento sísmico espectral, correspondiente al espectro de cálculo, calculado a partir de un análisis lineal
d_{Ed}	Desplazamiento relativo de cálculo en situación sísmica entre los extremos de un elemento dúctil en el contexto de los efectos de segundo orden, o entre tablero e infraestructura en el contexto de dejar suficiente espacio para permitir estos movimientos
d_e	Canto útil de una sección circular (fuera de la rótula plástica)
d_{eg}	Desplazamiento efectivo relativo, entre el estribo y el tablero, debido a la variación espacial de la acción sísmica
$d_{e,rot}$	Canto útil de una sección circular en la zona de la rótula a efectos del dimensionamiento a cortante
d_{es}	Desplazamiento efectivo del apoyo debido a la deformación de la estructura
d_G	Desplazamiento en un apoyo debido al pretensado y a las deformaciones reológicas
d_g	Desplazamiento de cálculo del suelo, correspondiente al valor de cálculo de la aceleración del suelo
d_i	Desplazamiento horizontal de cada nudo de un tablero al someter la estructura a fuerzas nodales
d_L	Desplazamiento longitudinal de un apoyo

d_{lim}	Valor límite del desplazamiento sísmico de cálculo en estribos rigidamente unidos al tablero
d_{max}, d_u	Desplazamiento último
d_r	Desplazamiento máximo de un muro sin coacciones
d_{ri}	Desplazamiento del suelo en la posición del apoyo i respecto a un apoyo de referencia 0
d_T	Desplazamiento transversal de un apoyo
d_T	Desplazamiento en un apoyo debido a la temperatura
d_y	Desplazamiento de plastificación
$d\tau$	Duración de un impulso
e	Excentricidad de la carga
e_0	Excentricidad teórica entre el centro de masas y el centro de rigideces
e_a	Excentricidad accidental entre el centro de masas y el centro de rigideces
e_d	Excentricidad adicional por acoplamiento dinámico entre traslación y giro torsional
f_1	Factor de envejecimiento, incluyendo la corrosión, con influencia sobre las propiedades de cálculo de los aisladores
f_2	Factor de temperatura, con influencia sobre las propiedades de cálculo de los aisladores
f_3	Factor de contaminación, con influencia sobre las propiedades de cálculo de los aisladores
f_4	Factor de desgaste, con influencia sobre las propiedades de cálculo de los aisladores
f_{cd}	Resistencia de cálculo del hormigón a compresión
f_{ck}	Resistencia característica del hormigón a compresión
f_{ctd}	Resistencia de cálculo a tracción del hormigón
$f_{ctk,0,05}$	Resistencia característica a tracción inferior del hormigón
f_{tk}	Tensión de rotura de las armaduras pasivas
f_{yd}	Límite elástico de cálculo de las armaduras pasivas
f_{yPb}	Tensión de plastificación del plomo frente a esfuerzo cortante
f_{yk}	Límite elástico característico de las armaduras pasivas
f_{sy}	Límite elástico de cálculo de la armadura del nudo
g	Aceleración de la gravedad: $9,81 \text{ m/s}^2$
h	En el contexto del empuje hidrodinámico del agua, altura de agua medida desde la base de la estructura
h	En el contexto del confinamiento, canto del núcleo confinado
h_b	Canto de la sección extrema de la viga
h_c	Canto de la pila, que se tomará igual a 0,9 veces el diámetro en caso de pilas circulares
k_p	Coefficiente de empuje pasivo
k_h	Coefficiente sísmico horizontal de acuerdo con el método de empuje pseudo-estático
k_v	Coefficiente sísmico vertical de acuerdo con el método de empuje pseudo-estático
k_0	Coefficiente de empuje al reposo

l_{cl}	Altura libre de pila
l_m	Longitud de entrega mínima en situación no sísmica suficiente para garantizar un apoyo adecuado
l_{ov}	Longitud de entrega, que se define (en el contexto de esta guía) como la distancia entre el borde del tablero y el borde del elemento de apoyo
m	Número de modos de vibración de un sistema
n	Número de grados de libertad de un sistema
n	Tensiones normales
p	Probabilidad de que ocurra un sismo superior al considerado para el proyecto de la fase constructiva
q	Factor de comportamiento
q_j	Coordenadas normales de un sistema
q_r	Valor reducido del factor de comportamiento
q_u	Resistencia a compresión simple del terreno
\mathbf{q}	Vector que representa el sistema de coordenadas normales de un sistema
r	Coficiente para el cálculo del coeficiente sísmico horizontal que tiene en cuenta la flexibilidad de la estructura a efectos de la aplicación del método de empuje pseudo-estático
r	Radio correspondiente a la curvatura ($1/r$) de una sección asociada a un plano de deformación
r	Radio de una sección circular
r_i	Coficiente reductor de la fuerza local asociada al elemento dúctil i sometido a la acción sísmica
r_{max}	Valor máximo de r_i de entre todos los elementos dúctiles i
r_{min}	Valor mínimo de r_i de entre todos los elementos dúctiles i
r_s	Radio delimitado por el anillo de armaduras longitudinales de una sección circular
s	Holgura de acoplamientos sísmicos
s_L	Separación entre cercos o el paso de la espiral
s_T	Separación de ramas en la dirección transversal, aplicable a secciones rectangulares
t	Magnitud tiempo
t_c	Duración del periodo de construcción del puente
t_e	Espesor nominal de todas las capas de elastómero
u	Desplazamiento medio en la zona de ruptura de un terremoto
v	Velocidad relativa entre los dos extremos de un amortiguador viscoso
v_g	Velocidad de la onda de corte transversal en el suelo
v_s	Velocidad máxima del suelo
$v_{s,30}$	Velocidad media de propagación de las ondas de corte S en los 30 m superiores del perfil del suelo, para una deformación unitaria a cortante menor o igual que 10^{-5}
x, y, z	Sistema de ejes locales para pila
x	Desplazamiento absoluto de un punto másico respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano
\dot{x}	Velocidad absoluta de un punto másico respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano

\ddot{x}	Aceleración absoluta de un punto másico respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano
x_i	Componente i del vector de desplazamientos de un sistema \mathbf{x}
x_t	Desplazamiento absoluto del suelo respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano
\dot{x}_t	Velocidad absoluta del suelo respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano
\ddot{x}_t	Aceleración absoluta del suelo respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano
$\ddot{x}_{i,k}$	Componentes del vector de aceleraciones de un sistema
\mathbf{x}	Vector de desplazamientos de un sistema
\mathbf{x}	Vector que representa el sistema de coordenadas físicas de un sistema
$\dot{\mathbf{X}}$	Vector de velocidades de un sistema
$\ddot{\mathbf{X}}$	Vector de aceleraciones de un sistema
$\ddot{\mathbf{x}}_t(\mathbf{t})$	Producto del vector de arrastre por la aceleración del suelo
z	Distancia desde el punto considerado al nivel freático
z	Brazo mecánico
z_b	Brazo mecánico interno de la sección extrema de la viga
z_c	Brazo mecánico interno de la sección de la rótula plástica de la pila

Letras mayúsculas griegas

ΔA_{sx}	Área de la armadura horizontal de un nudo, situada fuera del nudo
ΔA_{sz}	Área de la armadura vertical de un nudo, situada fuera del nudo
ΔE_d	Incremento de empuje debido al sismo
Δd_i	Desplazamiento del suelo en la posición de un apoyo intermedio i con respecto a los apoyos contiguos $i - 1$ e $i + 1$
ΔM	Incremento de momentos flectores en la sección de rótula plástica por efectos de segundo orden originados por la acción sísmica
ΔP_d	Incremento dinámico del empuje de tierras debido al sismo en estructuras rígidas
$\Delta T_{e,min}$	Diferencia entre la temperatura mínima uniforme del tablero y la temperatura mínima del aire
$\Delta T_{N,con}$	Máxima variación de la componente uniforme de temperatura en contracción
Δt	Amplitud de los pasos de tiempo considerados en la discretización de un cálculo en el tiempo
$(\sum M_i)_c$	Masa modal efectiva o masa movilizada
Γ_i	Factor de participación modal del modo i
Φ_u	Curvatura última de la sección
Φ_y	Curvatura de plastificación de la sección
Φ	Matriz modal de un sistema, que representa los modos de vibración y que puede expresarse como $\Phi = [\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \dots, \varphi^{(m)}]$
Φ^T	Matriz traspuesta de la matriz modal de un sistema ϕ
Ω	Factor de sobrerresistencia, que se define como el cociente F_y/F_s

Letras minúsculas griegas

α_b	Exponente de la velocidad en la ecuación constitutiva de un amortiguador viscoso
α	Aceleración de cálculo de un suelo tipo A dividida por la aceleración de la gravedad
α_c	Coefficiente que tiene en cuenta los efectos de cualquier presión de confinamiento o de las armaduras en la dirección transversal y sobre la resistencia a compresión de la biela comprimida
α_s	Esbellez a cortante de la pila
α_T	Coefficiente de dilatación térmica lineal del hormigón
β	Coefficiente definido en UNE-EN 1998-2 que tiene en cuenta los desplazamientos del suelo que tienen sentidos opuestos en apoyos contiguos
β	Coefficiente correspondiente al umbral inferior del espectro de cálculo horizontal
β	Ángulo de inclinación de la superficie de las tierras trasdosadas con la horizontal
γ	Peso específico del terreno
γ'	Peso específico efectivo del terreno
γ_{Ba}	Coefficiente parcial de seguridad adicional para la resistencia a cortante en la zona de la rótula plástica
$\gamma_{Ba\Delta}$	Coefficiente parcial de seguridad adicional para la resistencia a cortante en la zona exterior a la rótula plástica
γ_c	Coefficiente parcial de la resistencia del hormigón
γ_I	Factor de importancia
γ_{IS}	Factor de amplificación del desplazamiento de cálculo de un aislador
γ_{inf}	Coefficiente parcial para las acciones de efecto favorable
γ_o	Coefficiente de sobrerresistencia
γ_{of}	Factor de amplificación del rozamiento en apoyos deslizantes a efectos del cálculo por capacidad (ver 5.3(7)P de UNE-EN 1998-2)
γ_{sup}	Coefficiente parcial para las acciones de efecto desfavorable
γ_{Rh}	Coefficiente parcial para la resistencia al deslizamiento
$\gamma_{R,p}$	Factor parcial que divide a la capacidad de giro de la rótula plástica
γ_s	Distorsión angular de campo libre del terreno por efecto de la acción sísmica
γ_s	Coefficiente parcial del límite elástico del acero
γ_w	Peso específico del agua
δ	Desplazamiento de la estructura
δ_d	Valor de cálculo del ángulo de rozamiento entre el muro y el terreno
δ_{ij}	Desplazamiento en el nudo i de la estructura para el modo de vibración j
δ_k	Valor característico del ángulo de rozamiento entre terreno y cimentación
δ_s	Desplazamientos a imponer en los muelles en el cálculo cinemático de estructuras enterradas
δ_y	Desplazamiento de plastificación
ϵ_{cs}	Deformación de retracción del hormigón

η	Coeficiente corrector del amortiguamiento
η_k	Esfuerzo axial reducido o normalizado
λ	Factor que depende del comportamiento adoptado para el soporte y su valor es de 0,37 si el comportamiento es dúctil y 0,28 si el soporte se ha proyectado con ductilidad limitada
μ_d	Coeficiente de rozamiento dinámico
ν	Tensiones tangenciales
ρ_L	Cuantía geométrica de la armadura longitudinal
ρ_{\min}	Cuantía mínima de armaduras en cada una de las dos direcciones horizontales
ρ_o	Valor límite adoptado para garantizar que la plastificación secuencial de los elementos dúctiles no dará lugar a demandas inaceptables de elevada ductilidad en un elemento
ρ_w	Cuantía geométrica de la armadura transversal
ρ_x	Cuantía mínima de armaduras en la dirección del eje x
ρ_y	Cuantía mínima de armaduras en la dirección del eje y
ρ_z	Cuantía mínima de armaduras en la dirección vertical del eje z
σ_{\max}	Tensión normal máxima
σ_{\min}	Tensión normal mínima
σ_p	Tensión normal correspondiente al pretensado
θ	Ángulo que se determina a partir de la expresión: $\tan \theta = \frac{k_h}{1 \pm k_v}$
θ	Ángulo entre la biela comprimida de hormigón y el eje del elemento estructural perpendicular al esfuerzo cortante
$\theta_{p,d}$	Capacidad de rotación en la rótula plástica
$\theta_{p,E}$	Demanda de rotación en la rótula plástica
θ_u	Giro último de la rótula plástica
θ_y	Giro de plastificación de una rótula plástica
τ	Instante de tiempo
φ	Ángulo de esviaje del tablero
φ', ϕ'	Ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno
ϕ'_d	Valor de cálculo del ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno
$\gamma_{\phi'}$	Coeficiente parcial del ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno
$\varphi(t,7)$	Coeficiente de fluencia
φ	Vectores que representan los modos propios de vibración de un sistema
ϕ_{ij}	Coordenada i del modo de vibración j
ϕ_{pb}	Diámetro del cilindro de plomo de un apoyo con núcleo de plomo (LRB)
\emptyset	Diámetro de una barra
ψ	Ángulo de inclinación del trasdós de un muro con la horizontal
ψ	Factor de simultaneidad de una acción

ψ_0	Factor de simultaneidad correspondiente al valor de combinación de una acción variable
ψ_2	Factor de simultaneidad correspondiente al valor casi-permanente de una acción variable
$\psi_{2,1}$	Factor de simultaneidad correspondiente al valor casi-permanente de la sobrecarga de tráfico
ω	Frecuencia circular natural del sistema sin amortiguamiento
ω_d	Frecuencia circular natural del sistema amortiguado
ω_{wd}	Cuantía mecánica de armadura transversal de confinamiento
$\omega_{wd,r}$	Cuantía mecánica de armadura transversal mínima requerida en soportes de estructuras en zona sísmica en las zonas de formación de potenciales rótulas plásticas
ξ	Índice de amortiguamiento (cociente entre el amortiguamiento viscoso del sistema y el amortiguamiento crítico)
ξ_{eff}	Índice de amortiguamiento efectivo (UNE-EN 1998-2 lo denomina amortiguamiento eficaz)
ξ_i	Índice de amortiguamiento asociado a cada modo de vibración i
μ	Módulo de rigidez de la roca
μ	Momento reducido
μ_s, μ_d	Coefficiente de ductilidad global de una estructura en términos de desplazamientos, que se define como el cociente d_{max}/d_y o d_u/d_y
μ_ϕ	Coefficiente de ductilidad local disponible en una rótula plástica en términos de curvaturas, que se define como el cociente Φ_u/Φ_y
μ_θ	Coefficiente de ductilidad local disponible en una rótula plástica en términos de rotación, que se define como el cociente θ_u/θ_y

1.3 Definiciones

En este apartado se definen algunos conceptos clave que deben conocerse para una mejor comprensión de este documento.

Aislamiento sísmico

La idea de *aislamiento sísmico* es la de independizar la estructura, o parte de ella (en general el tablero), del movimiento del suelo, reduciendo drásticamente las aceleraciones absolutas de su masa principal.

Según UNE-EN 15129 [5] el aislamiento sísmico supone introducir elementos especiales entre la masa principal de la estructura (tablero en el caso de un puente) y la subestructura, que permitan alargar el periodo propio de la estructura y disipar una parte importante de la energía que introduce el terremoto.

En general estos elementos son de dos tipos: aisladores y disipadores de energía o amortiguadores. El aislador propiamente dicho se encarga de soportar las cargas gravitatorias al

tiempo que experimenta desplazamientos laterales importantes manteniendo su rigidez vertical. El papel del disipador de energía es disipar una parte importante de la energía introducida por el terremoto y contribuir de esa forma a que los desplazamientos laterales no sean excesivos.

El propio aislador puede desempeñar las dos funciones, como es el caso de los apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento o con un núcleo de plomo central. Los aisladores pueden tener además propiedades de recentrado. Los aisladores sísmicos tratados en UNE-EN 15129 son los apoyos elastoméricos convencionales (LDRB), los apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB), los deslizadores de superficie plana y los deslizadores de superficie curva que, además de disipar energía por rozamiento, utilizan la gravedad como fuerza de recentrado.

Los disipadores de energía pueden ser dispositivos dependientes del desplazamiento (disipadores histeréticos o disipadores de fricción), o dispositivos dependientes de la velocidad (disipadores viscosos o disipadores viscoelásticos).

Amortiguamiento

Se denomina amortiguamiento al mecanismo mediante el cual un sistema en vibración disipa (o "pierde") energía, de tal forma que no toda la energía suministrada al sistema se convierte en energía cinética o potencial. En las estructuras reales el origen del amortiguamiento se asocia a fenómenos de comportamiento no lineal del material a nivel microscópico (deformaciones plásticas en los elementos estructurales), a fenómenos de deslizamiento y fricción entre partes de la estructura, y a la radiación de energía de vibración elástica de la estructura al suelo.

El amortiguamiento se puede aumentar disponiendo dispositivos que aumenten la energía disipada por la estructura mediante la generación de ciclos de histéresis. Dentro de esta definición caben los apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB), los apoyos elastoméricos con núcleo de plomo (LRB), los deslizadores, los amortiguadores viscosos (FVD) o los dispositivos dependientes del desplazamiento no lineales (NLD).

Factor de importancia

Es el coeficiente γ_I que se asigna a los puentes en función de su clasificación en las diferentes clases de importancia, y que permite establecer distintos niveles de fiabilidad al ponderar la aceleración máxima de referencia del suelo a_{gR} , lo que es lo mismo, el periodo de retorno del sismo o su probabilidad de excedencia.

Comportamiento sísmico

Son las distintas formas de respuesta de los puentes frente a la acción sísmica, que dependen de las características de la relación fuerza-desplazamiento global de la estructura y de los daños admitidos, en función de la estrategia de proyecto adoptada.

Los puentes pueden proyectarse sin daño significativo, suponiendo un comportamiento esencialmente elástico, o, como alternativa, se puede admitir un determinado nivel de daño permitiendo que la estructura entre en rango anelástico, y que el comportamiento pueda ser dúctil o de ductilidad limitada.

Comportamiento con ductilidad limitada

El proyecto con ductilidad limitada supone que solo se admite en la estructura, tras un sismo, un daño que no implica reparaciones costosas ni limitación en el uso del puente. Este concepto está aparejado en UNE-EN 1998-2 con un factor de comportamiento bajo, comprendido entre 1,0 y 1,5.

Comportamiento dúctil

El comportamiento dúctil supone admitir en la estructura, tras un sismo, un daño importante que puede requerir reparaciones costosas –incluso el remplazo de la estructura– así como limitaciones de uso. Como contrapartida, se pueden adoptar factores de comportamiento elevados, del orden de 3, lo cual permite proyectar estructuras con un coste de construcción menor. El comportamiento dúctil está además asociado a una serie de reglas de cálculo y detalles de armado que deben garantizar que se produce el mecanismo de rotura previsto y que se evitan roturas de tipo frágil.

Acoplamientos sísmicos

Se denominan acoplamientos sísmicos a elementos, distintos de apoyos y amortiguadores, que transmiten la acción sísmica entre tablero y subestructura. Generalmente, estos acoplamientos deben permitir los desplazamientos debidos al resto de las acciones sin transmitir esfuerzos significativos. Los acoplamientos sísmicos pueden ser llaves de cortante, topes, cables o bulones de unión.

Dispositivos antisísmicos

Los dispositivos antisísmicos son elementos que conectan superestructura y subestructura y cuya presencia modifica la respuesta sísmica de una estructura respecto de una conexión monolítica mediante alguno, o varios, de los siguientes métodos:

- mediante aislamiento sísmico, modificando el periodo de vibración fundamental hacia periodos más largos y, por tanto, menos sensibles a la acción sísmica. El caso más habitual de este tipo de dispositivo son los aisladores de elastómero convencionales (LDRB)
- aumentando el amortiguamiento, por ejemplo, mediante aparatos de apoyo o aisladores fabricados con goma de alto amortiguamiento (HDRB), mediante núcleos de plomo (LRB) incorporados en el centro del propio aislador, o mediante amortiguadores viscosos (FVD), dispositivos no lineales dependientes del desplazamiento (NLD) u otros mecanismos
- limitando las fuerzas transmitidas a la estructura, algo que puede conseguirse mediante la disposición de amortiguadores viscosos (FVD) que, al depender de la

velocidad, no aumentan la fuerza recuperadora de la estructura, o dispositivos no lineales dependientes del desplazamiento (NLD) que, al tener una fuerza de plastificación, limitan la fuerza transmitida al tablero

Los dispositivos antisísmicos no sólo incluyen a los aisladores y a los disipadores de energía o amortiguadores. También pueden consistir en uniones temporales que modifican su comportamiento bajo la acción de un terremoto y mejoran el comportamiento sísmico de la estructura, como por ejemplo fusibles que presentan una rigidez elevada en servicio y se liberan en caso de sismo.

Ductilidad

La ductilidad se puede definir a nivel de material, a nivel de sección y a nivel de estructura. Se trata de una magnitud que mide la capacidad de deformación una vez que el material, la sección o la estructura han alcanzado su máxima resistencia. La ductilidad es una cualidad esencial que deben tener las estructuras debido a que esta cualidad es la que proporciona capacidad de aviso antes del colapso, permite movilizar la resistencia plástica en estructuras hiperestáticas y permite disipar energía derivada de la acción del sismo, lo cual aumenta el índice de amortiguamiento de las estructuras.

La ductilidad a nivel de material, D_m , se define como como la relación entre la deformación de rotura, ε_u , y la deformación de plastificación, ε_y

$$D_m = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}$$

La ductilidad a nivel de sección D_s , se define como la relación entre la curvatura última Φ_u y la curvatura de plastificación, Φ_y

$$D_s = \frac{\Phi_u}{\Phi_y}$$

Finalmente, la ductilidad a nivel de estructura, D_e , puede definirse tanto a nivel de desplazamientos horizontales como la relación entre el desplazamiento de colapso, d_u , y el desplazamiento donde se produce la primera plastificación d_y , o en términos de giro como la relación entre el giro último de la rótula plástica, θ_u , y el giro de plastificación, θ_y

$$D_e = \begin{cases} \frac{d_u}{d_y} \\ \frac{\theta_u}{\theta_y} \end{cases}$$

Espectro de respuesta

Un espectro de respuesta es, en general, una curva que relaciona la máxima respuesta en términos de aceleraciones absolutas, velocidades relativas o desplazamientos relativos, que experimentan sistemas de un grado de libertad (1gdl) con el mismo nivel de amortiguamiento y diferentes periodos de vibración, sometidos a una determinada excitación dinámica. En el

caso sísmico, dicha excitación es un terremoto y está definida mediante un acelerograma. La envolvente de los espectros de respuesta correspondientes a distintos acelerogramas representativos de la sismicidad de un determinado lugar se emplea para caracterizar su peligrosidad sísmica.

Espectro elástico

En el contexto de UNE-EN 1998-2, se denomina espectro elástico al espectro correspondiente a un sistema de 1gdl que es lineal y elástico, y está asociado explícitamente a un determinado nivel de amortiguamiento, que suele ser del 5%.

Espectro de cálculo

El espectro de cálculo representa de forma aproximada la respuesta de sistemas de 1gdl no lineales. Se obtiene dividiendo el espectro elástico por los factores de comportamiento. De esta forma se puede tener en cuenta simplificada, en un cálculo lineal, el comportamiento no lineal de las estructuras. El amortiguamiento no aparece de forma explícita en el espectro de cálculo debido a que el mismo está tenido en cuenta implícitamente en el factor de comportamiento.

Factor de comportamiento

El factor de comportamiento es un valor que reduce la fuerza debida a la acción sísmica resultante de un cálculo sísmico elástico para tener en cuenta, de forma simplificada, el comportamiento no lineal de la estructura.

Método del empuje incremental

El método del empuje incremental, más conocido por su denominación inglesa de *pushover*, es un método de cálculo estático no lineal que se basa en representar la respuesta no lineal de una estructura sometida a cargas laterales mediante un sistema de 1gdl cuya ley histerética está caracterizada por una curva que relaciona la fuerza cortante basal y el desplazamiento lateral en un punto de control.

La curva de respuesta de la estructura se determina imponiendo, en los puntos donde se concentran las masas, fuerzas horizontales estáticas de valor creciente, proporcionales a los desplazamientos en estos puntos del primer modo de vibración y a la masa correspondiente y fuerzas constantes correspondientes al resto de las acciones que se consideran en la combinación sísmica. En este cálculo se tiene en cuenta tanto la no linealidad mecánica de los materiales como la no linealidad geométrica debida a los efectos de segundo orden.

Entrega

En el contexto de esta guía, se define como longitud de entrega l_{ov} la distancia entre el borde del tablero y el borde del elemento de apoyo (estribo, pila o fin de ménsula en apoyos a media madera (ver apartado 3.8.5).

Proyecto por capacidad

El proyecto por capacidad es una forma de evaluar con seguridad los esfuerzos sísmicos cuando el comportamiento de la estructura deja de ser lineal, mediante la aplicación de un conjunto de reglas de sobredimensionamiento que permiten:

- 1 garantizar la jerarquía de resistencias necesaria para que la estructura desarrolle el esquema de formación de rótulas plásticas perseguido; y
- 2 evitar fallos frágiles en la zona de las rótulas plásticas y en las zonas adyacentes a las mismas que puedan limitar su capacidad de disipación de energía o ductilidad

El proyecto por capacidad se basa en sobredimensionar las zonas exteriores a las rótulas plásticas para garantizar que se mantienen en régimen básicamente elástico cuando las rótulas plásticas alcanzan la máxima resistencia que pueden llegar a desarrollar. En el caso de puentes convencionales, se trata de forzar que las rótulas plásticas se desarrollen únicamente en los extremos de las pilas, y garantizar que el tablero y la cimentación permanezcan en régimen elástico. Esto se consigue dimensionando estas secciones a partir de los esfuerzos que se obtienen en la estructura por equilibrio, suponiendo que las rótulas plásticas desarrollan su máxima capacidad incrementada por un coeficiente de sobrerresistencia.

1.4 Unidades

En este documento se utilizan unidades del Sistema Internacional de Unidades de Medida, SI. Las unidades más comunes para las distintas magnitudes utilizadas son las siguientes:

- Longitudes: m, cm o mm
- Áreas: generalmente m^2 o cm^2 , siendo esta última unidad común para el caso de áreas de armado
- Masa: t
- Tiempo: s
- Peso específico: kN/m^3
- Fuerzas y cargas: generalmente se expresan en kN, kN/m^2
- Momentos: generalmente se expresan en kNm
- Tensiones y resistencias: se utilizan N/mm^2 (= MN/m^2 o MPa), kN/m^2 (= kPa)
- Rigidez: kN/m
- Módulo de Young: se expresa en MPa o GPa
- Módulo de Winkler: kN/m^3
- Aceleración: m/s^2 , g (= $9,81 m/s^2$)

2

INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA SÍSMICA DE PUENTES

2.1 Acción sísmica

2.1.1 Medidas de la acción sísmica

2.1.1.1 Generalidades

Los sismos son consecuencia de una liberación repentina de energía potencial de deformación acumulada en las rocas del subsuelo por los movimientos relativos de la corteza terrestre. Esta liberación de energía da lugar a la propagación de ondas sísmicas que eventualmente alcanzan a las estructuras.

El punto ideal de liberación de energía o de generación del sismo se denomina *foco* o *hipocentro*. La proyección de este punto sobre la superficie terrestre recibe el nombre de *epicentro*. En la práctica, la determinación de estos puntos es aproximada, dado que el origen del sismo no suele ser puntual, sino que se corresponde con una zona de fractura más o menos extendida.

2.1.1.2 Ondas sísmicas

Las ondas sísmicas, que se originan por la rotura de la roca, pueden ser de volumen o de superficie. Las ondas de volumen son las que se propagan en tres direcciones a partir del hipocentro. Hay dos tipos de ondas de volumen:

- Ondas P, primarias o longitudinales, cuya variación coincide con la dirección de propagación y cuya naturaleza es de compresión-descompresión del suelo
- Ondas S, secundarias o transversales, que dan lugar a una distorsión del suelo en la dirección perpendicular a la dirección de propagación

Las ondas P se propagan con mayor velocidad y son menos destructivas que las ondas S. Las ondas primarias se denominan así debido a que, por su mayor velocidad, son las que primero alcanzan los sismógrafos.

Las ondas de superficie son las producidas por las ondas de volumen cuando éstas llegan a la superficie terrestre. Las ondas de superficie pueden ser:

- Ondas L (Love). Son ondas de corte que se producen cuando el subsuelo está constituido por una serie de estratos horizontales de características distintas
- Ondas R (Rayleigh) que se generan en un terreno homogéneo (semi-espacio infinito). En este caso los puntos del suelo describen elipses en un plano vertical

En general, las estructuras son más sensibles a las ondas de corte (S y L).

2.1.1.3 Intensidad y Magnitud

Se denomina *intensidad* a la caracterización de los efectos de un sismo sobre las personas y las estructuras en un determinado lugar. A igualdad de condiciones locales (suelo), disminuye con la distancia al epicentro. Existen medidas de intensidad cualitativas, denominadas macrosísmicas, que dividen los sismos en *grados* a partir de una descripción de los efectos experimentados por los habitantes, los daños observados en las construcciones y los cambios en la superficie del terreno. La escala de intensidad más comúnmente empleada es la de Mercalli Modificada (MM), definida por Mercalli en 1902, modificada por Wood y Neumann en 1931 y retocada por Richter en 1958 [6] (ver [Tabla 1](#)). Otra variante corresponde a la escala MKS, propuesta en 1964, muy similar a la escala Mercalli modificada. Ambas escalas consideran 12 grados. Las intensidades I a VI tanto en la escala MM como MKS son irrelevantes desde el punto de vista del riesgo sísmico.

También existen medidas de la intensidad de tipo cuantitativo como la medida de la aceleración, que, sin embargo, solo son aplicables cuando existen equipos de medida en la zona del sismo.

Además de las intensidades macrosísmicas, también se denomina intensidad a alguna medida instrumental que sirve para caracterizar el movimiento sísmico producido en un emplazamiento determinado. Algunos ejemplos de estas intensidades instrumentales son:

- Aceleración máxima del terreno (PGA)
- Aceleración máxima correspondiente a un determinado periodo
- Velocidad máxima del terreno (PGV)
- Velocidad máxima correspondiente a un determinado periodo
- Etc.

La *magnitud* es un concepto cuantitativo (Richter, 1935 [7]) y es una medida de la energía liberada en un sismo, cuyo valor, al contrario de lo que ocurre con la intensidad, no depende de la distancia al epicentro.

La magnitud Richter M_L (McCalpin, 2009 [8]) es función de la máxima aceleración que registraría un sismógrafo patrón (sismógrafo Wood–Anderson, con un periodo propio de 0,8 s) situado a una distancia de 100 km del epicentro. Richter definió como magnitud nula la de un sismo que produjera una amplitud máxima en el sismógrafo patrón de 0,001 mm. Cada incremento unitario en la magnitud supone multiplicar por 10 la amplitud registrada por el sismógrafo patrón, de tal forma que, por ejemplo, una magnitud 1 supone una amplitud máxima de 0,01 mm, y una magnitud 5, una amplitud máxima registrada de 100 mm.

La escala de Richter, refleja adecuadamente la energía liberada por un sismo de hasta magnitud M_L 6,5, pero a partir de ahí, tiende a subestimar progresivamente la cantidad de energía liberada. Esta circunstancia se expresa diciendo que la escala *se satura* por encima de una magnitud de 6,5 debido a una combinación de las características del instrumento y a su dependencia sobre una medida de un solo periodo en el rango de periodos bajos.

Tabla 1 Escala de Intensidad Mercalli Modificada (MM)

Intensidad	Descripción
I	No es percibido por las personas. Registrado por instrumentos sismográficos
II	Es percibido sólo por pocas personas en reposo, especialmente en pisos superiores
III	Es percibido en el interior de las edificaciones, especialmente en pisos superiores, pero muchos pueden no reconocerlo como temblor
IV	Los objetos suspendidos oscilan visiblemente, los vehículos estacionados oscilan, la cristalería y los vidrios suenan, las puertas y paredes de madera crujen
V	Es percibido en el exterior de los edificios, lo cual permite estimar la dirección de las ondas. Las personas dormidas se despiertan. El contenido líquido de recipientes y tanques es perturbado y se puede derramar. Los objetos inestables son desplazados
VI	Es percibido por todas las personas. Muchos sufren pánico y corren hacia el exterior. Se tiene dificultad para caminar establemente. Los vidrios y la vajilla se rompen. Libros y objetos caen de las estanterías. Los muebles se desplazan o vuelcan
VII	Dificultad en mantenerse de pie. Es percibido por conductores de vehículos en marcha. Se rompen los muebles. Las chimeneas se fracturan a nivel de techo
VIII	La conducción de vehículos se dificulta. Caída de chimeneas de fábrica, monumentos y tanques elevados. Algunas ramas de los árboles se quiebran. Hay cambios en el flujo o la temperatura de pozos de agua. Aparecen grietas en terrenos húmedos y en taludes inclinados
IX	Pánico generalizado. Se producen daños considerables en estructuras modernas. Las paredes se desaploman. Grandes daños en edificios importantes, con colapsos parciales. Edificios desplazados fuera de sus bases
X	La mayoría de las construcciones de mampostería y a base de pórticos quedan destruidas. Algunas construcciones de madera de buena calidad sufren daños. Algunos puentes quedan destruidos. Daños severos a presas, diques y terraplenes. Se producen grandes deslizamientos de tierra. El agua se rebalsa en las riberas de los ríos, lagos y embalses. Los carriles de las vías férreas sufren deformaciones ligeras
XI	Los carriles de las vías férreas sufren grandes deformaciones. Rotura de tuberías enterradas que quedan fuera de servicio
XII	Destrucción total. Grandes masas de roca quedan desplazadas. Los niveles y perspectivas quedan distorsionados. Algunos objetos son lanzados al aire

Para resolver el problema de la saturación de la escala Richter, se desarrolló el concepto de la escala de onda superficial M_s . El procedimiento de medida es similar al de la escala Richter, con la salvedad de que se miden ondas de superficie cuyo periodo es de 20 s, con un sismógrafo patrón de mayor periodo. La ventaja de medir ondas superficiales es que no resulta necesario para la determinación de la magnitud que el sismógrafo se encuentre dentro de una distancia de 100 km del epicentro como ocurre en el caso de la magnitud Richter. Esta característica ha permitido ampliar de forma importante el número de registros sísmicos existentes. Por esta razón la magnitud M_s es muy utilizada en formulaciones empíricas que relacionan la magnitud con la longitud de la zona de falla o con los desplazamientos máximos. No obstante, la escala de onda superficial adolece del mismo defecto que la escala Richter, dado que se satura para magnitudes, eso sí, superiores a 8,0.

Por ello, Hanks y Kanamori en 1979 [9] introdujeron en California la escala de *Magnitud Momento* M_w como una nueva medida de la magnitud para sustituir a las escalas de Richter y a la escala de onda superficial, a partir de un concepto fundamentalmente diferente en el que se pretende una medida directa de la energía liberada en lugar de una medida indirecta a partir del efecto del sismo en un instrumento lejano. La Magnitud Momento es una variable adimensional que coincide con los valores numéricos de la escala de Richter tradicional, por debajo del umbral de saturación, y no se satura para sismos muy importantes. M_w se obtiene a partir de la energía liberada por el sismo M_0 . Ésta depende del área de la zona de ruptura A , que se obtiene como el producto de la longitud, que se puede estimar a partir de los registros de sismógrafos, y la profundidad de la zona de ruptura. La profundidad de la zona de ruptura se estima a partir de roturas superficiales observables o de datos geodésicos. La energía liberada depende, asimismo, del desplazamiento medio en la zona de ruptura u , que se obtiene a partir de medidas superficiales o por reconstrucción a partir de medidas geodésicas y del módulo de rigidez de la roca μ , que se estima en el entorno de 30 a 35 GPa. De esta forma, la energía liberada se calcula según la expresión (1) (Aki, 1996 [10]):

$$M_0 = \mu A u \quad (1)$$

La magnitud momento M_w está directamente relacionada con M_0 mediante la expresión (2) (Hanks y Kanamori, 1979 [9]):

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10,7 \quad (2)$$

En el documento *Actualización de mapas de peligrosidad sísmica en España 2012*, publicado por el Instituto Geográfico Nacional (IGN, 2013 [1]), se utiliza un catálogo sísmico con sismos de magnitud M_w comprendida entre 3,1 y 7,3. En la **Figura 1** se representan los epicentros, magnitud y profundidad de los sismos incluidos en el catálogo del IGN. Como puede verse, la sismicidad más importante se concentra en el Sur del España y en la zona de los Pirineos.

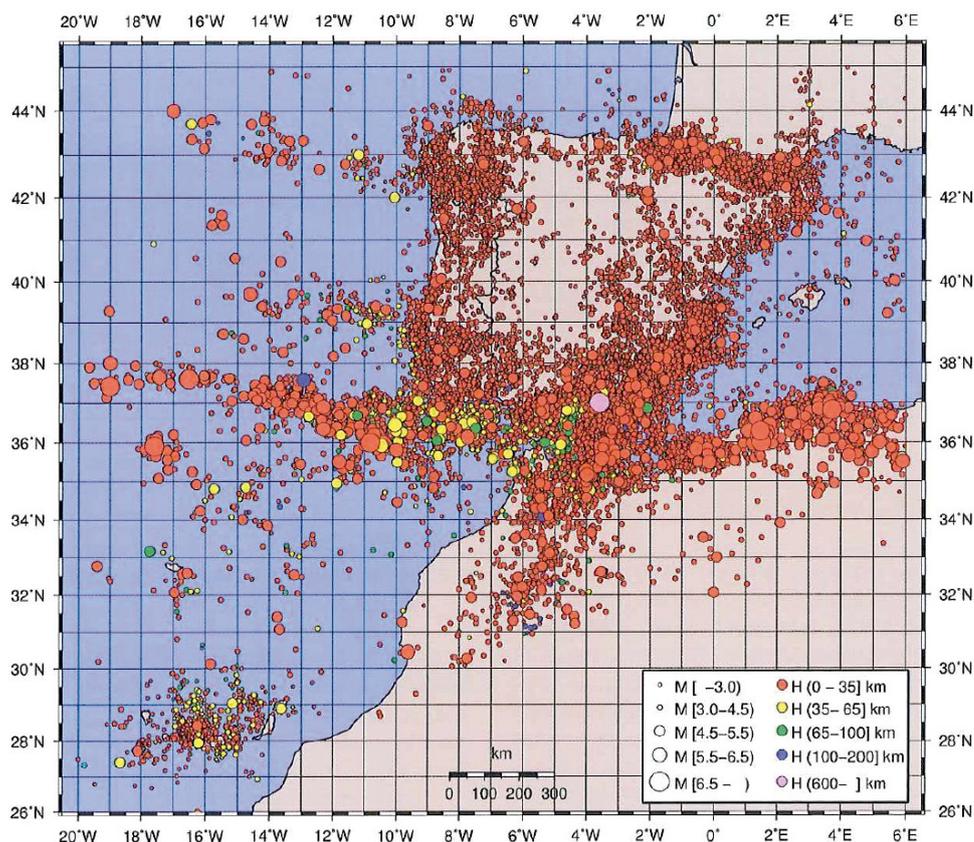


Figura 1 Epicentros, magnitud y profundidad de todos los sismos del catálogo sísmico del IGN hasta 2011

2.1.1.4 Peligrosidad sísmica

La peligrosidad sísmica se define para una localización geográfica determinada (emplazamiento del puente) y corresponde a la probabilidad de que en ese lugar se produzca un evento sísmico de intensidad superior a un cierto nivel en un periodo de retorno dado.

La metodología para el cálculo de la peligrosidad sísmica pasa por establecer, en primer lugar, un catálogo sísmico de la zona que se quiere caracterizar. Este trabajo es importante y delicado debido a que requiere filtrar los datos con objeto de eliminar los eventos sísmicos que no afectan a las estructuras y homogeneizar datos recogidos en distintos periodos históricos.

Por ejemplo, en [1] se ha partido del catálogo sísmico del IGN, que contiene del orden de 63 000 sismos registrados. Éste se ha filtrado, eliminando los sismos de hipocentro más profundo de 65 km, porque no afectan a la peligrosidad sísmica (lo cual reduce el número de sismos a 53 000), eliminando los terremotos de magnitud o intensidad reducida que no se consideran peligrosos, lo cual deja el número de sismos en 10 350 y eliminando finalmente las réplicas, sismos premonitorios y otras agrupaciones, quedando el número final de sismos considerados en 6 999. Además se han homogeneizado los datos del catálogo que estaban expresados originalmente en términos de intensidad o en términos de dis-

tintas expresiones de la magnitud, definiendo relaciones de equivalencia entre éstos y la magnitud momento M_w .

Una vez establecido el catálogo, se deben analizar las fuentes sismogénicas, definiendo zonas sismogénicas e identificando fallas activas. Las zonas sismogénicas corresponden a áreas dentro de las cuales se supone que el potencial sísmico es uniforme tanto espacial como temporalmente. A cada zona se le puede asignar, a partir del catálogo sísmico, el número N_{M_w} de terremotos registrados de magnitud mayor o igual que un valor M_w dado, por ejemplo, de acuerdo con una distribución exponencial de magnitudes de tipo Gutenberg-Richter [11] conforme a la expresión (3):

$$\ln N_{M_w} = \alpha - \beta M_w \quad (3)$$

donde α y β son parámetros que se ajustan a partir de los sismos registrados, aplicando a dichos parámetros un tratamiento estadístico que tiene en cuenta las incertidumbres involucradas en el ajuste.

La tasa anual de recurrencia del sismo se obtiene dividiendo el número de eventos N_{M_w} por número de años que cubre el catálogo.

Conocidas las fuentes se establece un modelo de predicción del movimiento fuerte que permite estimar el movimiento del suelo en un emplazamiento dado a partir de la magnitud del sismo, la distancia fuente-emplazamiento y otras variables (mecanismo focal, tipo de suelo en el emplazamiento).

A partir de la información anterior, se puede calcular en un emplazamiento dado y para cada fuente sismogénica, la probabilidad de que una magnitud dada (aceleración de pico o aceleración espectral) exceda un valor determinado, sumando las probabilidades asociadas a cada una de las fuentes consideradas.

2.1.1.5 Riesgo sísmico

El riesgo sísmico es un término que engloba distintos conceptos, incluyendo la peligrosidad sísmica, los efectos locales de amplificación de las ondas sísmicas, la vulnerabilidad de las construcciones frente a un evento sísmico y la existencia de habitantes y bienes que puedan resultar afectados.

Si la peligrosidad se define como una medida de probabilidad de alcanzar y sobrepasar determinada intensidad, el riesgo se define como una medida de probabilidad de que se produzca un determinado nivel de pérdidas económicas y sociales (número de damnificados, coste de la reparación sobre el coste total de la obra, pérdida de valor de la obra, etc.).

2.1.2 Efectos producidos en los puentes por la acción sísmica

Como se ha señalado anteriormente, la acción sísmica es, por naturaleza, ondulatoria. Estas ondas, que tienen componentes en las tres direcciones espaciales, alcanzan a la estructura a través del terreno induciendo vibraciones en la misma. Como respuesta a esta excitación dinámica, la estructura se pone en movimiento sufriendo aceleraciones, desplazamientos y giros cuya amplitud dependerá, en régimen elástico, de la relación entre los periodos propios de la estructura y el contenido de frecuencias del movimiento del terreno, pudiendo producirse fenómenos de resonancia (amplificación dinámica). Cuando la estructura plastifica, la respuesta pasa a depender de aspectos adicionales, como su propia resistencia que limita las aceleraciones absolutas que se pueden generar.

Los efectos del sismo en un puente son función de distintos aspectos, además de la relación entre los periodos propios y el contenido de frecuencias del movimiento del suelo, como, por ejemplo, la masa (fundamentalmente la masa del tablero) debido a que las fuerzas inerciales son proporcionales a la misma, la geometría del puente y, en particular, la presencia de asimetrías (irregularidades); su concepción y proyecto son aspectos que condicionan también la respuesta sísmica.

Si el puente no se ha proyectado adecuadamente para hacer frente al sismo (estructuras antiguas proyectadas con normativas obsoletas), los efectos pueden ser el colapso, que puede darse, entre otras razones, por pérdida de equilibrio debido a que el tablero se desplaza y pierde apoyo en las pilas y estribos (ver [Figura 2](#)) (típico en puentes prefabricados sin topes transversales ni anclajes verticales), por el fallo del alma de vigas prefabricadas en puentes sin diafragmas (ver [Figura 3](#)), o por fallo estructural de las pilas, debido a falta de armadura de confinamiento en puntos de formación de rótulas plásticas (ver [Figura 4](#)).



Figura 2 Colapso de varios tramos del tablero por pérdida de apoyo
(Puente sobre el Río Tubul, Chile, terremoto de Concepción -27 de febrero de 2010-.
Fotografía de Nicolás Piwonka, National Geographic)



Figura 3 Fallo del alma de una viga por ausencia de diafragmas (terremoto de Concepción -27 de febrero de 2010-)



Figura 4 Colapso de una pila por proyecto inadecuado de la rótula plástica (autopista de Santa Mónica, terremoto de Northridge -17 de enero de 1994-. Fotografía de M. Celebi, US Geological Survey)

La geometría tiene una gran importancia en los efectos que genera un sismo en un puente, debido a que ésta determina cómo se reparten las fuerzas de inercia entre los distintos ele-

mentos de una estructura. En un puente simétrico con pilas de igual altura y sección (es decir, de similar rigidez lateral), las fuerzas sísmicas tenderán a repartirse de forma uniforme entre todas las pilas dando lugar a un comportamiento óptimo desde un punto de vista estructural (ver Figura 5). Por el contrario, en un viaducto situado en un valle en V, las alturas de pilas serán diferentes y con ello su rigidez lateral, y en un análisis elástico, los elementos más rígidos tenderán a absorber un mayor cortante (ver Figura 6).

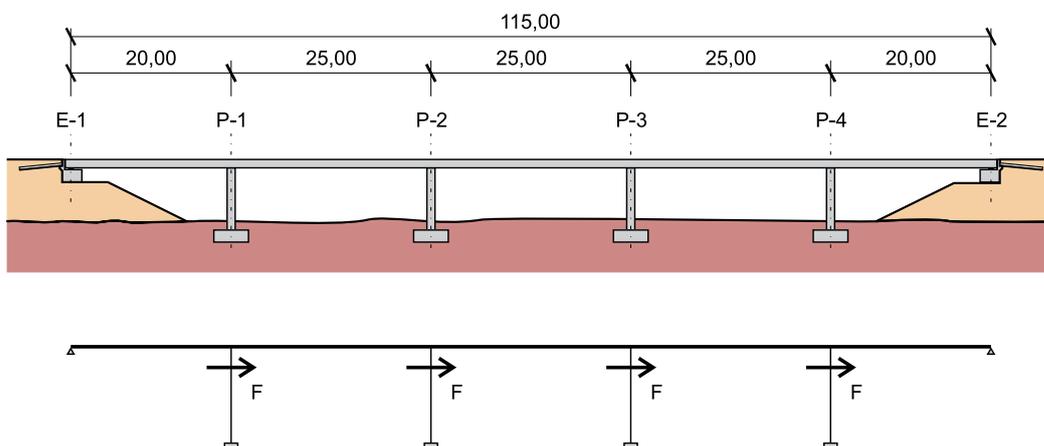


Figura 5 Reparto de fuerzas de inercia en un puente simétrico con pilas de igual altura

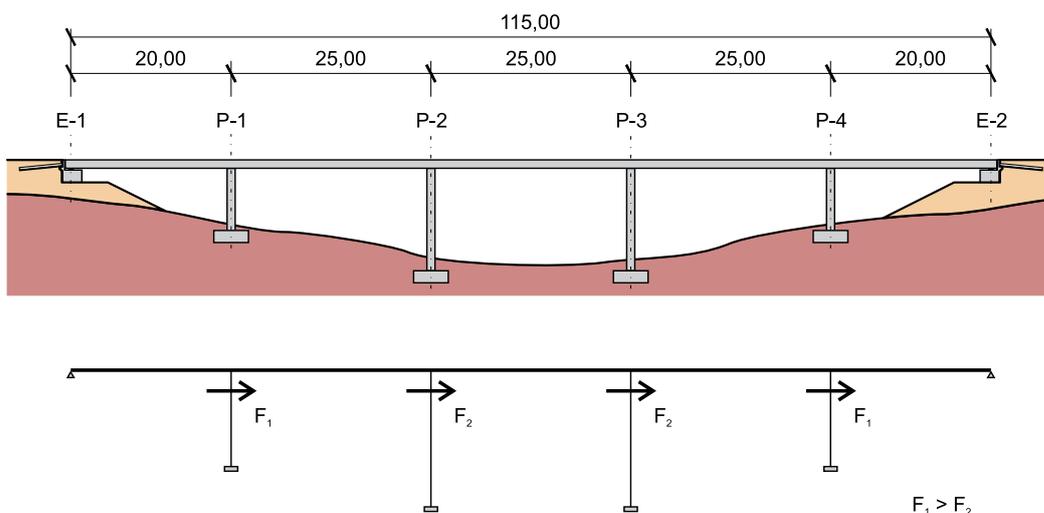


Figura 6 Reparto de fuerzas en un viaducto que cruza un valle en V

Cuando existen asimetrías (irregularidades), se generan además efectos torsionales en planta. Esto puede ocurrir, por ejemplo, debido al sismo transversal en un puente de luces simétricas, pero con pilas de alturas diferentes, no simétricas. En este caso, se produce un giro de eje Z debido a que la mayor flexibilidad de la pila más alta da lugar a un desplazamiento mayor que en la pila simétrica en planta de menor altura. Este fenómeno da lugar a una componente torsional del movimiento que amplifica el efecto del sismo transversal (ver Figura 7). Adicionalmente, este giro resulta perjudicial para la junta, ya que puede dar lugar a fenómenos de golpeteo (*pounding*) entre tablero y estribo, y a un funcionamiento inadecuado de los aparatos de apoyo, incluyendo la pérdida de contacto entre apoyo y tablero.

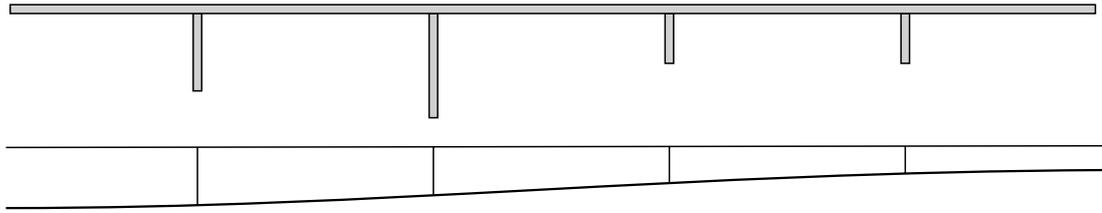


Figura 7 Vibración rotacional de eje Z por acción del sismo debida a la diferencia de altura entre pilas situadas simétricamente en planta respecto del eje del tablero.

Otro aspecto geométrico que da lugar a componentes rotacionales de eje vertical es la presencia de apoyos esviados. En casos reales de puentes esviados, se ha observado un giro que siempre tiende a separar el ángulo agudo del tablero del estribo. Este efecto se debe al impacto del tablero en el murete del estribo debido a un desplazamiento provocado por la componente longitudinal del sismo. El impacto genera una componente perpendicular al eje del estribo cuya componente longitudinal soporta la fuerza inercial longitudinal y cuya componente trasversal, no compensada, provoca el giro descrito anteriormente, con efectos similares a los producidos en el caso anterior (ver Figura 8).

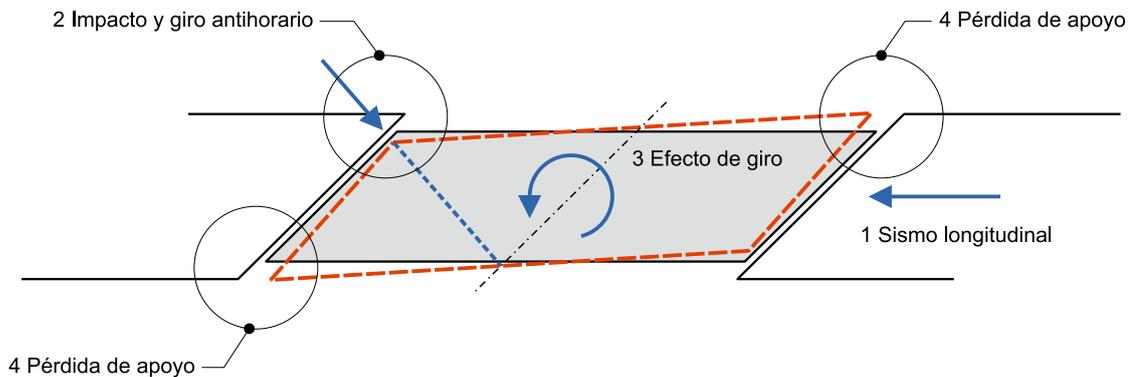


Figura 8 Vibración rotacional de eje Z por esviaje del puente (Figura acorde con referencia [12])

Los puentes pueden presentar distintas mezclas de las irregularidades descritas anteriormente dando lugar a comportamientos sísmicos de gran complejidad, que pueden requerir una modelización tridimensional que tenga en cuenta de forma realista las condiciones de contorno de la estructura. En general, siempre se producirán efectos torsionales cuando exista una excentricidad entre el centro de masas del tablero y el centro de rigideces de los apoyos. Este problema se aborda en el apartado 4.1.5 de UNE-EN 1998-2 (ver apartado 3.6.3).

2.1.3 Acelerogramas

2.1.3.1 Generalidades

Un *acelerograma* es una representación temporal de la aceleración que experimenta el suelo en un determinado punto durante un terremoto. Estos valores de la aceleración del suelo se registran según tres direcciones perpendiculares, dos horizontales y una vertical, tomando intervalos de tiempo muy cortos. Los acelerogramas se caracterizan por ser alta-

mente irregulares y oscilatorios, con pequeñas amplitudes iniciales que crecen rápidamente hasta alcanzar los valores máximos y decrecer con igual rapidez hasta que se detiene el movimiento. En la [Figura 9](#) se muestran, como ejemplo, registros de acelerogramas obtenidos durante el sismo de Concepción de 2010 en las direcciones Norte-Sur, Este-Oeste y vertical.

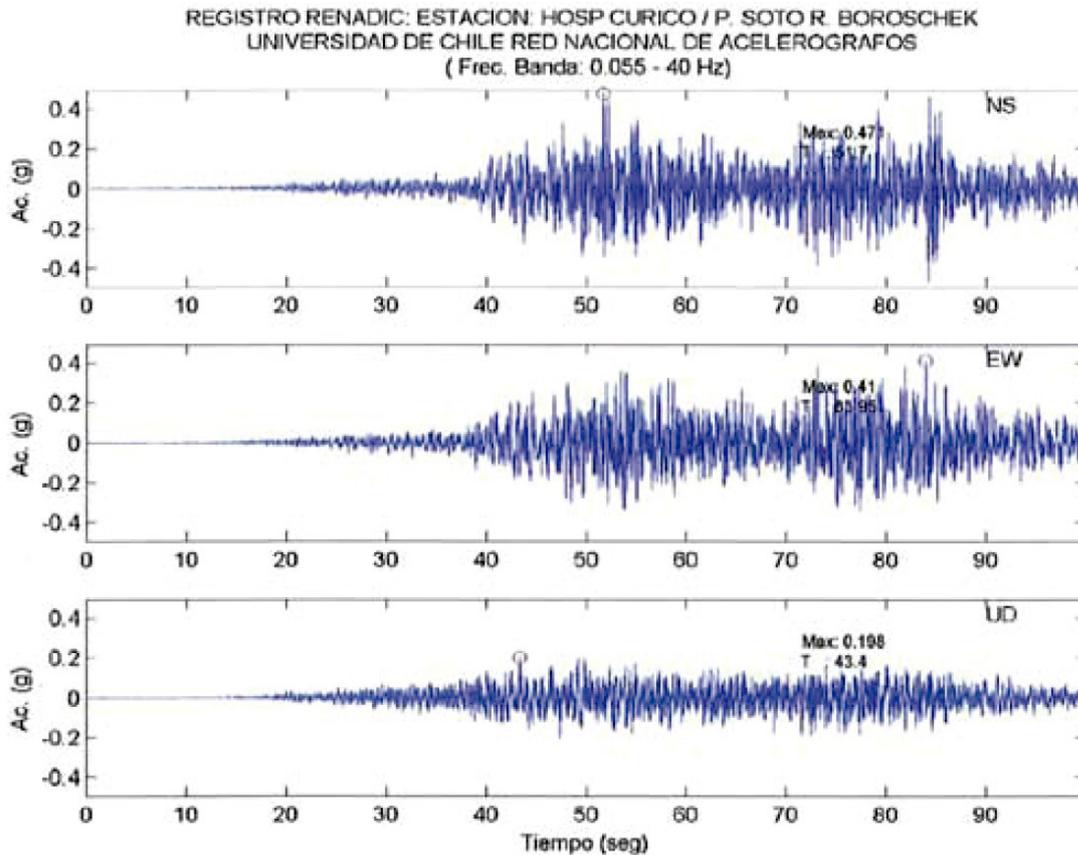


Figura 9 Ejemplos de acelerogramas registrados en tres direcciones durante el sismo de Concepción de 2010 en el Hospital de Curicó

Una de las características principales de un acelerograma es la aceleración máxima registrada, pero no es la única, puesto que la respuesta de una estructura puede ser más desfavorable al someterla a un acelerograma con aceleraciones máximas menores que otro. Ello depende del contenido espectral del acelerograma, es decir, de la amplitud relativa de cada una de las frecuencias que componen el registro de aceleraciones. Estas cuestiones se aprecian en los siguientes ejemplos simplificados, que sirven para poner en relieve otras características de los acelerogramas, como son la *duración*, el *contenido de frecuencias* y la *forma*.

En la [Figura 10](#) se representan distintos acelerogramas simplificados y el espectro de respuesta (ver [2.1.4](#)) que corresponde a cada uno de ellos. El análisis de esta figura permite hacer las siguientes observaciones:

- Una aceleración máxima del terreno mayor no supone que la respuesta estructural también sea mayor. La aceleración máxima del acelerograma 1 es mayor

que la del acelerograma 2 (0,25g frente a 0,14g). Sin embargo, el máximo del espectro de respuesta del acelerograma 2 (1,19g) es mayor que el del acelerograma 1 (0,86g).

- Las mayores respuestas se obtienen para los periodos (frecuencias) predominantes en el acelerograma. En los espectros de respuesta se aprecia que los picos se producen para los periodos dominantes de la aceleración: 0,30 s para el acelerograma 1, 0,25 s para el acelerograma 2, y 0,50 s para el acelerograma 3. Esta característica se expresa como el *contenido en frecuencias* del acelerograma
- La respuesta aumenta con el número de ciclos de repetición de los periodos dominantes. Esto se aprecia al comparar los espectros de los acelerogramas 2 y 3 en los que las aceleraciones máximas son iguales a 0,142g. En el primero el ciclo se repite 8 veces, obteniéndose una respuesta máxima igual a 1,19g frente a los 1,02g del segundo, en el que el ciclo se repite solo 4 veces

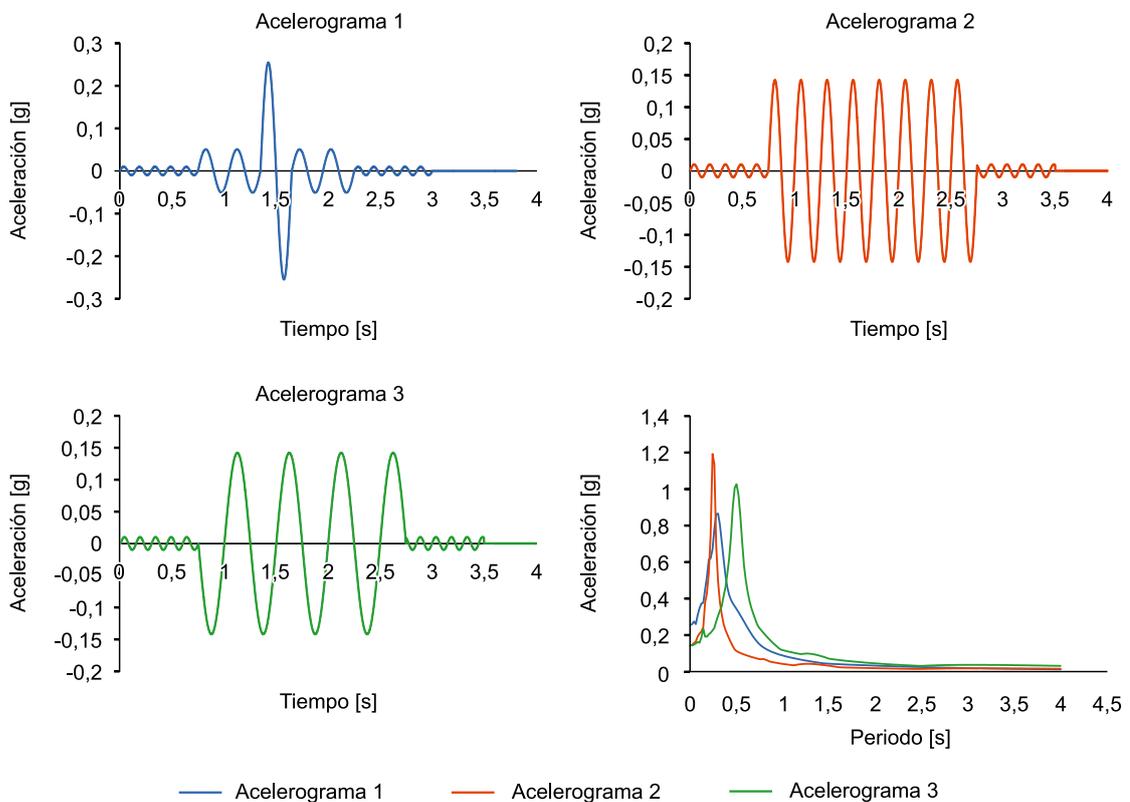


Figura 10 Ejemplos de acelerogramas y espectros de respuesta asociados

Otra característica importante de los acelerogramas, que se aprecia al transformarlos en desplazamientos, son las deformaciones permanentes del suelo que se producen durante el terremoto. En la [Figura 11](#), se muestran dos acelerogramas con sus correspondientes desplazamientos, obtenidos al integrar dos veces el acelerograma. En el primer ejemplo, se aprecia que las deformaciones oscilan alrededor del cero mientras que en el segundo las deformaciones se acumulan, en parte, en uno de los dos sentidos lo que implica la generación de desplazamientos permanentes importantes.

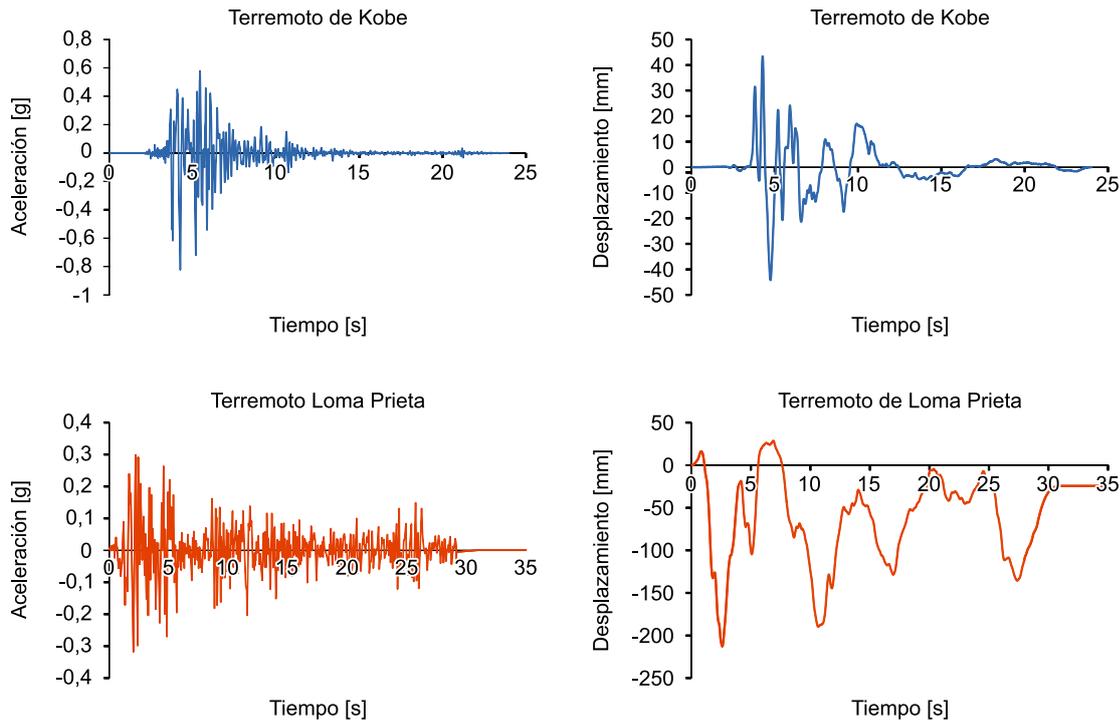


Figura 11 Acelerogramas y desplazamientos obtenidos por doble integración

2.1.3.2 Uso de acelerogramas en proyecto

El uso de acelerogramas en proyecto es una cuestión de difícil aplicación, debido a que su forma depende de muchos factores que se pueden agrupar en tres grupos principales (ver [28]):

- Factores relativos a la fuente: magnitud del sismo, mecanismo de ruptura, direccionalidad y profundidad focal
- Camino entre la fuente y la estructura: distancia y azimut
- Condiciones locales: geología superficial, topografía y estructura del suelo

Todos estos parámetros influyen en las características del movimiento del suelo y deben ser conocidos y tenerse en cuenta a la hora de utilizar generadores de acelerogramas artificiales. Ello presupone un conocimiento de las fuentes sismogénicas que afectan al lugar que va más allá de la simple aplicación de las reglas de UNE-EN 1998.

No obstante, el empleo de acelerogramas en proyecto es necesario en aquellos casos en los que se requiere la realización de un cálculo dinámico directo en régimen no lineal, como ocurre en estructuras en las que se utilizan amortiguadores (disipadores de energía), estructuras con cables, estructuras en las que los efectos de segundo orden toman especial importancia, etc. En estos casos, el cálculo modal espectral resulta inadecuado para obtener la respuesta de la estructura, debido que no permite captar estos tipos de no linealidades.

En ciertos casos particulares es posible que se puedan recopilar acelerogramas reales para emplear en el proyecto, aunque este caso es muy poco frecuente. En estos casos los registros

existentes deben ser representativos de las distintas fuentes sismogénicas y deben escalarse con objeto de representar el sismo correspondiente al periodo de retorno considerado.

Cuando no se tiene información suficiente en forma de registros reales, es necesario generar acelerogramas artificiales que deben ser compatibles con el espectro definido en la normativa aplicable, en este caso UNE-EN 1998-1, y correspondiente al emplazamiento de la estructura.

La obtención de acelerogramas para utilizar en un determinado cálculo se puede realizar mediante tres posibles vías:

- Generación a partir del espectro de cálculo mediante la utilización de programas de cálculo específicos, como por ejemplo SIMQKE-I [13] disponible en la web del National Information Service for Earthquake Engineering (NISEE e-Library). Estos programas requieren como dato fundamental el espectro de respuesta elástico a considerar en el emplazamiento
- Obtención de acelerogramas de otras partes del mundo que pueden responder a escenarios similares de magnitud, distancia, mecánica focal y condiciones del suelo, y escalarlos hasta obtener con ellos un espectro similar al de proyecto en un rango determinado de periodos, disponibles, por ejemplo, a través de las bases de datos del Pacific Earthquake Engineering Research Center [14] (PEER Strong Ground Motion Database).
- Realización de un modelo de cálculo del terreno en el que se modeliza la estratigrafía de la región y se introducen distintos posibles epicentros, desplazamientos de falla y las velocidades de propagación de la ruptura, para obtener en los puntos deseados la aceleración del terreno

Una vez obtenidos los acelerogramas, deben generarse los espectros de respuesta de cada uno de ellos y compararlos con el espectro de cálculo con el fin de adaptarlos a los requisitos indicados en la normativa (ver apartado 3.4.2).

2.1.4 Espectros de respuesta

Una de las formas más extendidas para el cálculo de los efectos sísmicos es el método espectral. Este método, tiene su origen en la Tesis doctoral de Biot, 1932 [15], dirigida por Theodore von Kármán, y se basa en aproximar la respuesta máxima de la estructura combinando las respuestas máximas de sistemas de 1gdl ficticios, cuyos periodos se corresponden con los periodos propios de la estructura, y que proporcionan la respuesta máxima en cada modo de vibración. La pieza básica de este método es el espectro de respuesta.

2.1.4.1 Generación de los espectros de respuesta

En la Figura 12 se muestra, en la esquina superior izquierda un acelerograma y debajo de él la respuesta elástica, en términos de desplazamiento, de tres sistemas de 1gdl con periodos de 0,5, 1 y 2 segundos. A la derecha se muestra un gráfico que relaciona el desplazamiento máximo con el periodo del sistema. Se observa, con claridad, que la respuesta elástica frente a un sismo

depende de forma muy marcada del periodo del sistema. En el ejemplo de la figura, la respuesta, en términos de desplazamientos relativos (respecto al suelo), del sistema de periodo propio igual a 2 segundos es 2,8 veces mayor que la del sistema con periodo propio igual a 0,5 segundos.

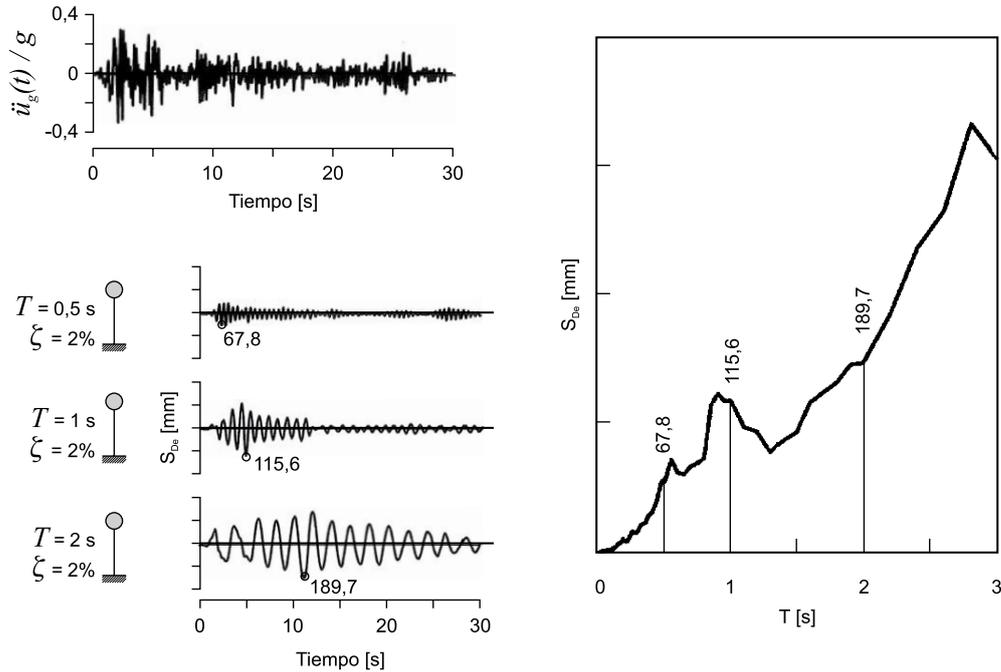


Figura 12 **Acelerograma, respuesta de tres sistemas de 1gdl y desplazamiento máximo en función del periodo**

Si el análisis anterior se repite para muchos sistemas de 1gdl se puede obtener una curva continua que relaciona el desplazamiento máximo de cada sistema con su periodo, como la que se muestra en la parte derecha de la [Figura 12](#). Esta curva se denomina espectro de desplazamientos. Como se demuestra con detalle más adelante, en el apartado [2.3.1](#), la respuesta en el dominio del tiempo y en términos de desplazamientos relativos de un sistema de 1gdl sometido a una historia de aceleraciones del suelo definida por $\ddot{x}_i(\tau)$ viene dada por la expresión (4), conocida como integral de Duhamel, donde ω_d es la frecuencia circular natural del sistema amortiguado, ω es la frecuencia circular natural del sistema sin amortiguamiento y ξ es el índice de amortiguamiento (cociente entre el amortiguamiento viscoso del sistema c y el amortiguamiento crítico c_c). A partir de esta expresión, que se integra de forma numérica, se puede obtener la máxima respuesta del sistema de 1gdl en términos del desplazamiento, $S_{De}(T)$.

$$x = \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen}[\omega_d(t-\tau)] \right) d\tau$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \tag{4}$$

$$\xi = \frac{c}{c_c}$$

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

Derivando la expresión (4) una vez respecto del tiempo (mediante la fórmula de Leibniz) se puede obtener la expresión de la velocidad relativa. Sustituyendo el desplazamiento y la velocidad relativas en la ecuación de equilibrio de fuerzas del sistema se obtiene una expresión para la aceleración absoluta en función del tiempo. A partir de estas expresiones se pueden obtener, por integración numérica y representación en el tiempo, sus valores máximos.

Se puede demostrar que entre el desplazamiento relativo, la velocidad relativa y la aceleración absoluta existen unas relaciones aproximadas que se basan en igualar la frecuencia circular propia del sistema amortiguado a la frecuencia circular propia del sistema sin amortiguamiento, es decir $\omega \approx \omega_d$ (lo cual es aceptable para índices de amortiguamiento inferiores al 10%), y asumir que la duración del sismo abarca un cierto número mínimo de periodos propios de la estructura lo cual permite obtener aproximadamente la misma respuesta máxima en dos sistemas armónicos desfasados 90° (funciones seno y coseno).

El detalle de estas simplificaciones se incluye en el ANEJO A. Con estas aproximaciones, se obtienen muy fácilmente aproximaciones a la velocidad y aceleración máximas del sistema, que pasan a denominarse pseudovelocidad y pseudoaceleración, debido a las aproximaciones introducidas. Los valores de estos parámetros se obtienen a partir del espectro de desplazamientos mediante la expresión (5).

$$S_{Ve} = \omega S_{De} = \frac{2\pi}{T} S_{De}$$

$$S_e = \omega^2 S_{De} = \frac{4\pi^2}{T^2} S_{De}$$
(5)

En la Figura 13 se muestra el espectro de pseudoaceleraciones absolutas para el espectro de desplazamientos de la Figura 12, obtenido al multiplicar la ordenada por el cuadrado de la frecuencia angular. Se observa que, si bien al crecer el periodo aumenta el desplazamiento espectral, la pseudoaceleración absoluta disminuye, de tal forma que las estructuras con periodos propios elevados están sometidas a desplazamientos importantes pero, por el contrario, las fuerzas son reducidas.

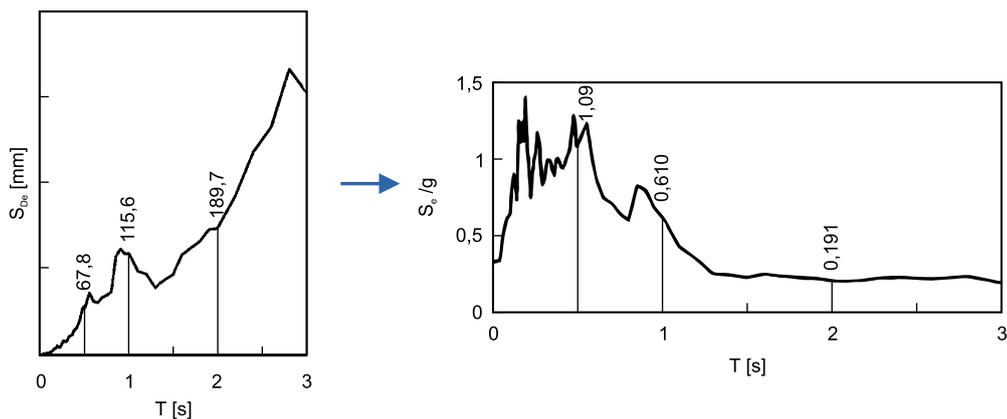


Figura 13 Espectro de pseudo-aceleraciones, normalizado por g, a partir del espectro de desplazamientos de la Figura 12

Las estructuras se proyectan a partir de un espectro de proyecto que trata de caracterizar la sismicidad de la zona, teniendo en cuenta terremotos provenientes de diferentes fuentes sísmicas.

Los espectros normativos actuales tienen cuatro ramas. En términos de aceleraciones absolutas, la primera rama es una recta que arranca con un valor de aceleración igual a la aceleración del suelo para un periodo propio del sistema de 1gdl nulo (lo cual corresponde a una rigidez infinita) y sube hasta alcanzar una meseta o rama de aceleración constante. Esta segunda rama corresponde al máximo efecto de amplificación dinámica, y proporciona valores de aceleración en el sistema de 1gdl que suponen multiplicar la aceleración de suelo por un factor del orden de 2,5 si el suelo corresponde a una roca sana, o más para suelos más blandos. La siguiente rama corresponde, en la mayoría de los espectros, a una hipérbola ($\sim 1/T$) y proporciona una región de velocidad constante. Finalmente se establece, sobre todo para espectros más modernos, una rama parabólica de segundo grado ($\sim 1/T^2$) que corresponde a una región de desplazamiento constante.

En la **Figura 14** se muestra un espectro típico en términos de aceleraciones absolutas, velocidades relativas y desplazamientos relativos.

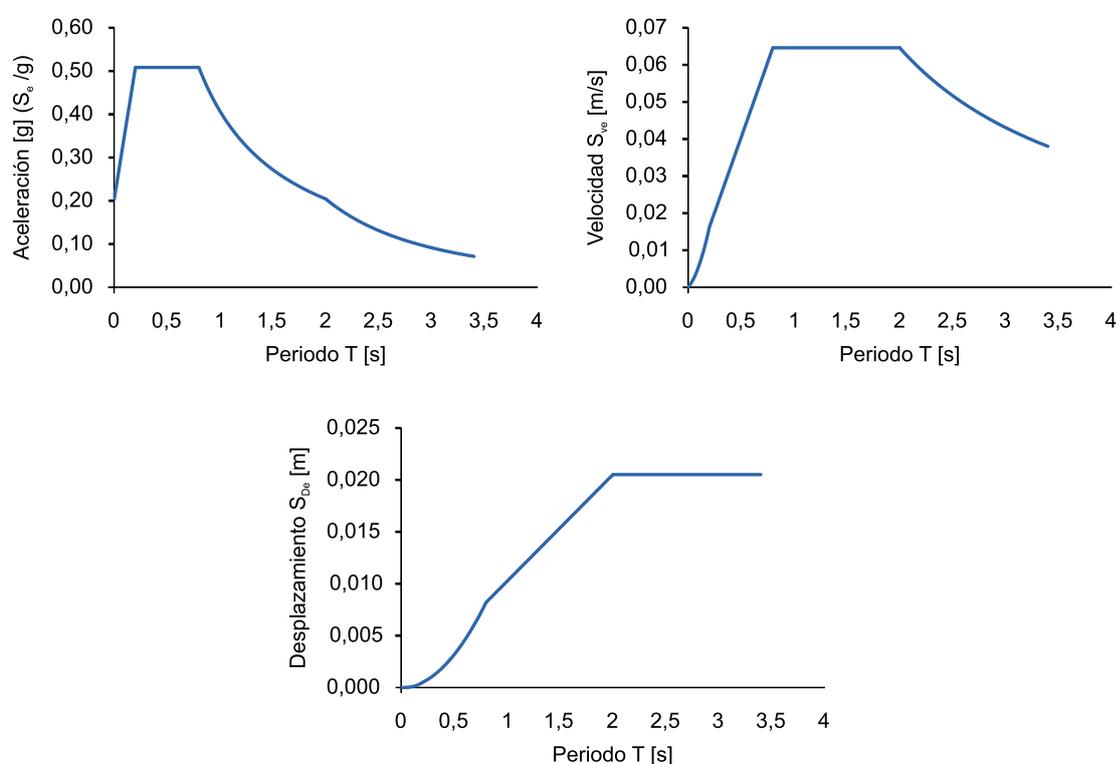


Figura 14 Forma del espectro de respuesta. Aceleraciones absolutas, velocidades relativas y desplazamientos relativos

2.1.4.2 Influencia de las fuentes sismogénicas en el espectro de respuesta

La sismicidad de una determinada zona del territorio tiene su origen en distintas fuentes sismogénicas. Éstas pueden ser fallas más o menos locales que dan lugar a sismos de magnitud más reducida (sismos de campo cercano), pero cuya atenuación es baja debido a la proximidad, o pueden producirse en zonas de subducción donde se producen sismos de gran magnitud que involucran superficies de rotura muy amplias y que se hacen sentir de forma muy significativa a grandes distancias (sismos de campo lejano).

Los sismos de campo lejano se caracterizan por una mayor duración debido a que, por la mayor distancia recorrida, aumenta el lapso de tiempo entre la llegada de las ondas P (que se propagan a mayor velocidad) y las ondas S. Además, debido a que los sismos de campo lejano involucran áreas de rotura muy grandes, las ondas sísmicas producidas en las zonas del área de rotura más alejadas tardarán más tiempo en llegar al emplazamiento que las ondas procedentes de las partes del área de rotura más próximas. Este efecto también da lugar a una duración mayor del movimiento tectónico en el emplazamiento.

Por otra parte, las aceleraciones producidas por los sismos de campo cercano son, generalmente, mayores que las ocasionadas por los sismos de campo lejano debido a la proximidad de la fuente y, por tanto, a su menor atenuación. Esta diferencia da lugar a la necesidad de considerar ambos tipos de movimientos sísmicos en el espectro, ya sea con un espectro envolvente de ambos o con dos tipos de espectros diferentes.

Estas consideraciones pueden verse claramente reflejadas en la [Figura 15](#) y en la [Figura 16](#), donde se representan, respectivamente, los acelerogramas y el espectro de respuesta correspondientes al terremoto de Lorca, del 11 de mayo de 2011 (terremoto de campo cercano) y al terremoto del Centro, del 18 de mayo de 1940 (terremoto de campo lejano).

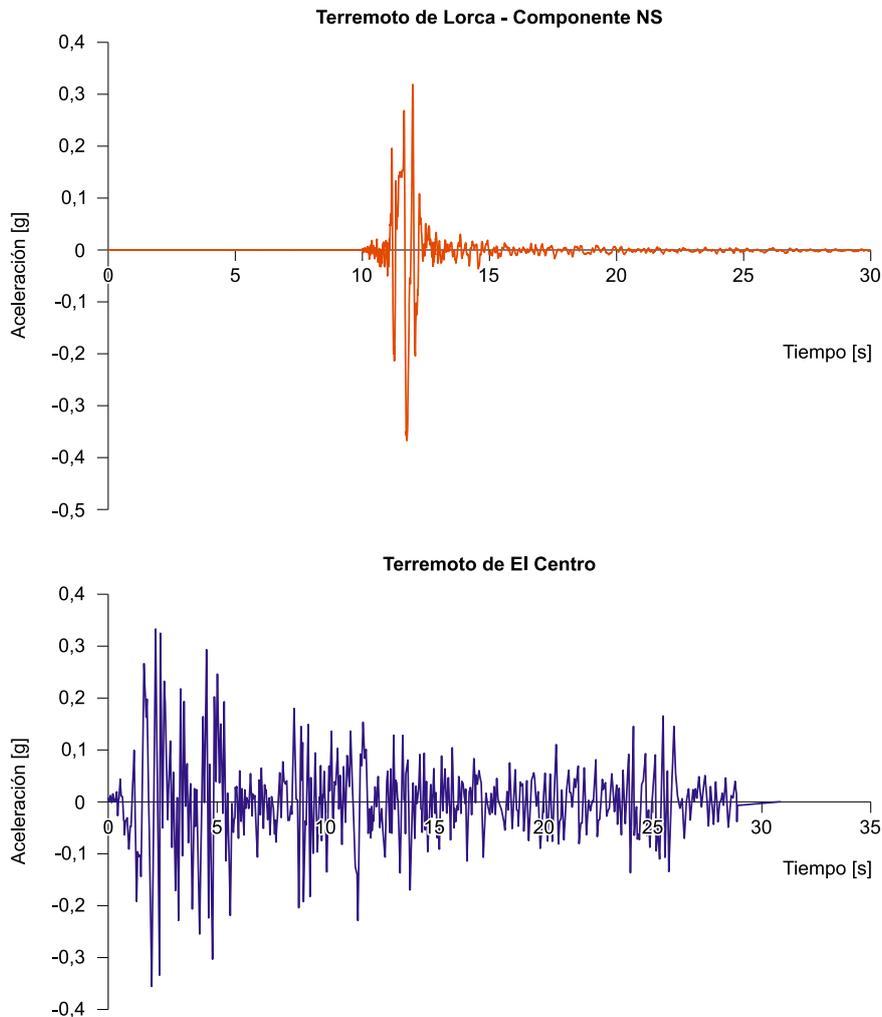


Figura 15 Acelerogramas del terremoto de Lorca (de campo cercano) y del terremoto del Centro (de campo lejano), normalizados por g

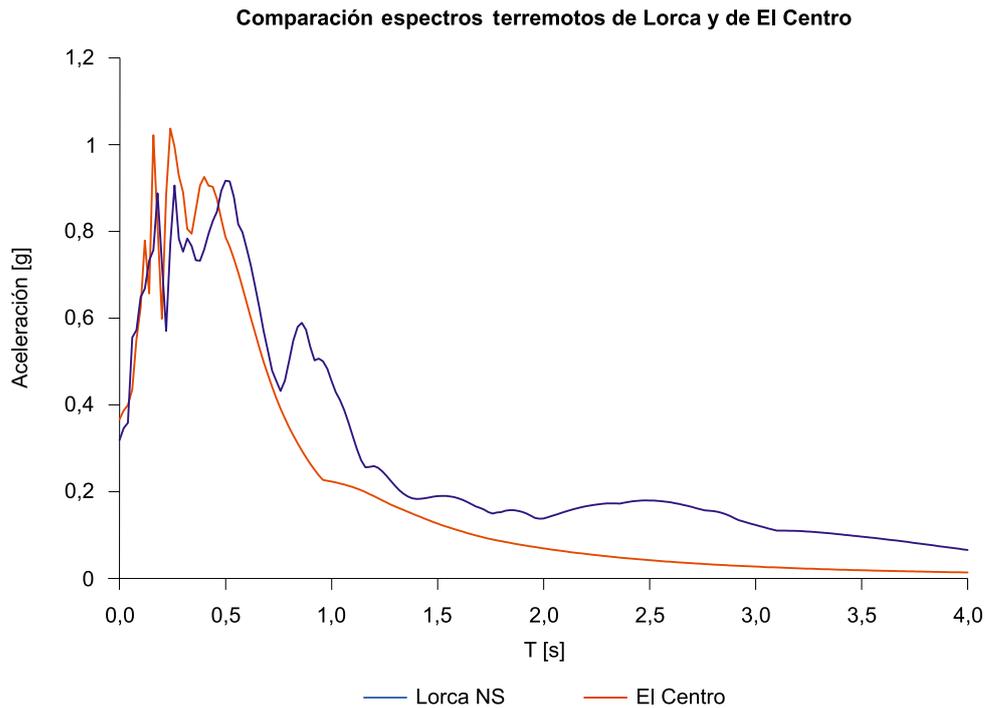


Figura 16 Espectros de respuesta elásticos para un 5% de amortiguamiento correspondientes a los acelerogramas de la Figura 15, normalizados por g

2.1.4.3 Influencia del terreno en el espectro de respuesta

Otro aspecto que tiene una importancia primordial en la definición de la sollicitación es el terreno. Existen numerosos ejemplos de estructuras idénticas o muy similares con desempeños muy dispares durante el mismo evento sísmico por el hecho de estar situadas en zonas con suelos de características diferentes. En los suelos blandos se producen importantes fenómenos de amplificación en unas frecuencias muy concretas (las próximas a la frecuencia característica del suelo) de las ondas transmitidas por el sustrato rocoso.

En la Figura 17 se muestran distintos registros del terremoto de la Ciudad de México, del 19 de septiembre de 1985, donde se pone de manifiesto la influencia del terreno. Se representa la aceleración espectral en el epicentro del terremoto, en la zona del antiguo lecho del lago donde el terreno es blando y en roca. Se observa que en la zona del lecho se produce una importante amplificación por el efecto del suelo, de tal forma que, a pesar de la distancia, las aceleraciones medidas en el lecho del antiguo lago son prácticamente iguales que en el epicentro. En cambio, en la zona donde aflora la roca la atenuación del sismo es muy significativa.

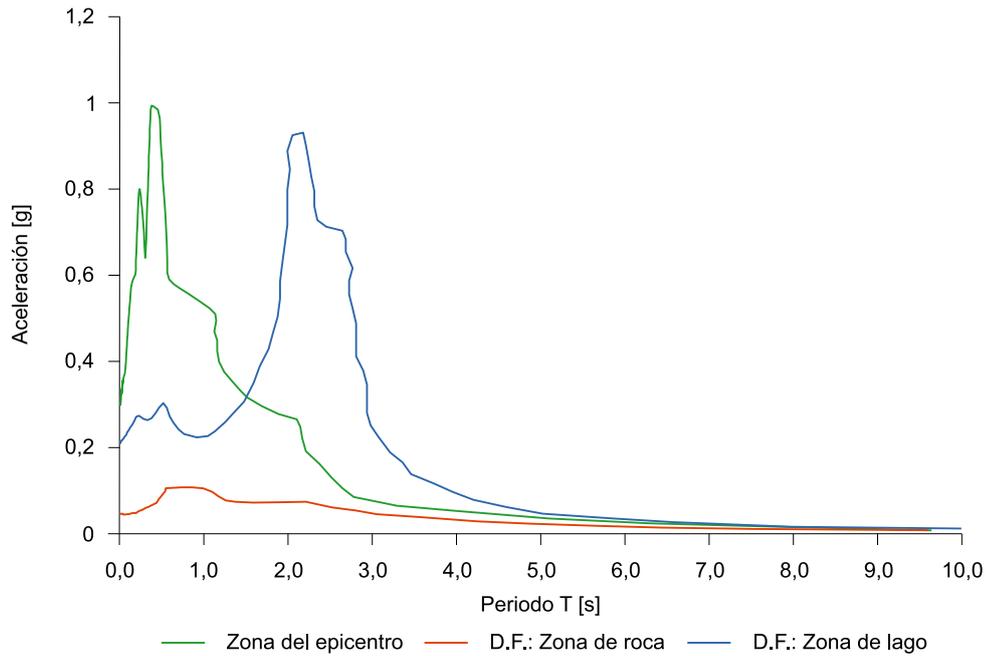


Figura 17 Espectro de aceleraciones del sismo de ciudad de México en el epicentro, en la zona del lecho del lago y en la zona de afloramiento de la roca

2.1.4.4 Influencia del amortiguamiento en el espectro de respuesta

Los sistemas de 1gdL, a partir de los cuales se obtiene el espectro de respuesta, pueden tener distintos niveles o grados de amortiguamiento. Obviamente, la respuesta máxima del sistema dependerá del grado de amortiguamiento considerado. De forma habitual, los espectros de las normas están calculados con un amortiguamiento viscoso del 5% que es un amortiguamiento típico de estructuras de hormigón armado. Este amortiguamiento puede, sin embargo, ser menor en estructuras metálicas, típicamente, del orden del 2%¹.

También se pueden disponer en la estructura sistemas que aumentan el amortiguamiento, tales como apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB) o disipadores de energía. Todos estos sistemas modifican el amortiguamiento y por tanto el espectro de respuesta (ver Figura 18).

1 En el caso de puentes lo que importa es el material de la subestructura, por lo que en puentes con tableros metálicos o mixtos pero subestructura de hormigón, será válido adoptar el 5%.

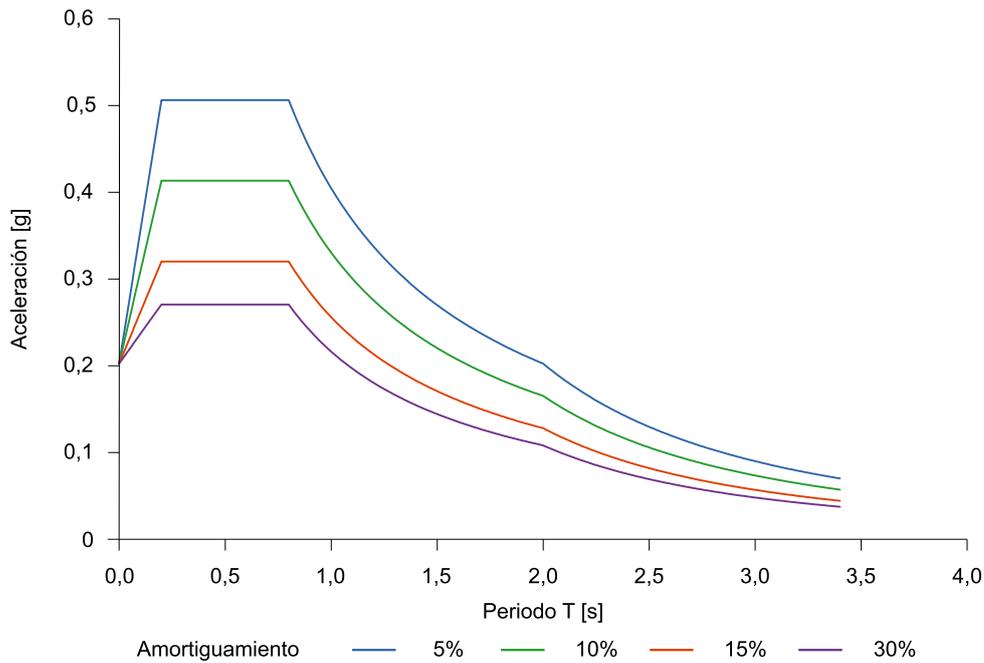


Figura 18 Efecto del amortiguamiento en el espectro elástico de respuesta

2.1.4.5 Espectros de respuesta asociados a los requisitos fundamentales y a la fase de construcción

Como se ha indicado anteriormente, los espectros de respuesta tratan de representar una envolvente de los sismos que pueden darse en una determinada zona del territorio. Sin embargo, estos posibles sismos, están asociados a una cierta probabilidad P_R de ser superados en un determinado periodo de tiempo T_L (la vida útil), lo cual se puede expresar también en forma de periodo de retorno T_R .

Dependiendo del nivel de daño a comprobar (requisito fundamental o de comportamiento), asociado a su vez a un determinado Estado Límite, el periodo de retorno que caracteriza el nivel de la acción sísmica variará.

De esta forma, para el nivel de la acción sísmica asociado normalmente a un periodo de retorno $T_R = 475$ años se debe comprobar que la estructura cumple el requisito de no colapso (Estado Límite Último), para el cual se admite que se produzcan daños importantes en la estructura, pero quedándose a una distancia suficiente de la situación de colapso.

Para niveles de la acción sísmica de menor intensidad, asociados normalmente a un periodo de retorno $T_R = 95$ años, se requiere que el puente cumpla con el requisito de limitación del daño (Estado Límite de Servicio), para el cual sólo se admiten daños en elementos secundarios.

Queda claro, por tanto, que para cada una de estas comprobaciones será necesario considerar un espectro de respuesta diferente que considere en su elaboración sismos correspondientes a los distintos periodos de retorno. Además, en ciertas obras, se puede requerir la comprobación del sismo en la fase de construcción correspondiente a un periodo de retorno específico.

En la **Figura 19** se representan los espectros de respuesta asociados a estos distintos periodos de retorno.

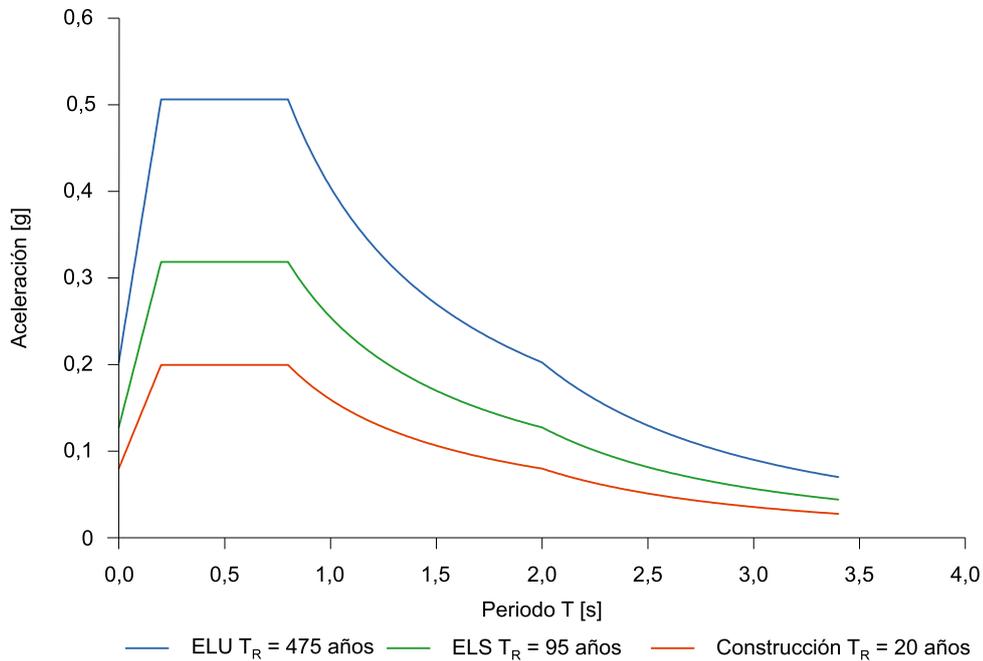


Figura 19 **Espectros de respuesta asociados a los requisitos fundamentales y a la fase de construcción**

2.1.4.6 Componentes espaciales del espectro de respuesta

Debido a que las ondas sísmicas son tridimensionales, mientras el espectro es un concepto unidimensional, resulta necesario considerar dos espectros horizontales (generalmente uno en la dirección longitudinal de la estructura y otro en la dirección transversal) y un espectro vertical. Los efectos de las distintas componentes se pueden combinar con distintas reglas con objeto de tener en cuenta que no se producen los efectos máximos en las tres direcciones de forma simultánea.

Como se indica en Caltrans, 2006 [16], tradicionalmente, la componente vertical del sismo se ha despreciado. No obstante, el aumento de registros provenientes de terremotos de campo cercano y las observaciones de campo que confirman el potencial destructivo de la componente vertical del sismo han llevado a un cambio de esta tradición (Joseph, 2013 [17]), que se refleja en el texto de UNE-EN 1998-1. La componente vertical del sismo está fundamentalmente asociada a la llegada de las ondas P, que, por su menor longitud de onda respecto de las ondas S, se asocian a periodos bajos. Debido a que las ondas de periodo bajo se amortiguan a mayor velocidad y a que, normalmente, el contenido de energía de las ondas verticales es menor que el de las ondas horizontales, la componente vertical no produce, por ello, efectos importantes en sismos de campo lejano.

Sin embargo, debido a que la energía de la componente vertical se concentra en una banda de periodos relativamente estrecha, esta aceleración puede resultar dañina para estructuras

con periodos propios verticales que caigan en dicha banda situadas en la proximidad de la fuente, pudiendo producirse aceleraciones verticales significativamente mayores que las horizontales, como ocurrió en el campo cercano en el caso de los terremotos de Northridge (1994), con aceleraciones verticales de 0,85g (Bozorgnia, 1995 [18]), o Kobe (1995).

2.2 Comportamiento sísmico de puentes

Existen distintas estrategias para resistir la acción sísmica, debido a que los esfuerzos que ésta produce sobre una estructura dependen, por un lado, de la masa y rigidez de la misma y, por otro, del grado de amortiguamiento. En principio, las estructuras se pueden proyectar sin daño significativo, suponiendo un comportamiento lineal. Sin embargo, esta estrategia puede dar lugar a fuerzas muy importantes y proyectos demasiado costosos.

Como alternativa para reducir el coste de la estructura, se puede admitir un cierto nivel de daño. Esta estrategia es interesante puesto que, si se permite que la estructura entre en rango anelástico, y que se produzcan, por tanto, plastificaciones, una parte importante de la energía introducida por el terremoto se disipa en forma de deformaciones plásticas, y eso hace que pueda ser menor la cantidad de energía que tiene que ser almacenada momentáneamente en forma de energía de vibración elástica hasta que el mecanismo inherente de amortiguamiento la disipe totalmente. La energía disipada mediante deformaciones plásticas se puede expresar en forma de amortiguamiento efectivo equivalente (ver apartado 2.1.4.4).

Otras estrategias disponibles son la obtención de un comportamiento dúctil por geometría, sin daño (rocking), el aislamiento de base que supone aumentar el periodo propio de la estructura y llevarlo a una zona del espectro donde las ordenadas espectrales son mucho menores, y la instalación de disipadores de energía o amortiguadores (generalmente viscosos en el caso de puentes) que absorben una parte importante de la energía introducida por el sismo protegiendo de daños a la estructura principal. En este apartado se analizan todas estas posibles estrategias.

Si bien la estrategia más adecuada para tratar la acción sísmica es una función de las dimensiones y tipología de la estructura, para ilustrar la exposición que sigue se va a considerar siempre el mismo ejemplo, debido a que ello permitirá establecer comparaciones entre los distintos comportamientos que se pueden adoptar. Este ejemplo corresponde al puente de la [Figura 20](#) y la [Figura 21](#), que representa un paso superior tipo con una distribución de luces de 20-25-20 m y 12 m de ancho. El tablero es continuo y está soportado por los estribos y dos pilas de fuste circular de 1,20 m de diámetro, 7 m de altura y hormigón de clase C30/37. Para esta exposición, por simplicidad, se va a considerar únicamente el análisis de la acción sísmica en dirección longitudinal, asimilando la estructura a un sistema de 1gdl, suponiendo, inicialmente, que las pilas están empotradas en el tablero y que sobre estribos se disponen apoyos elastoméricos para los que se supone un comportamiento lineal con una rigidez en situación sísmica de 6 545 kN/m por estribo.

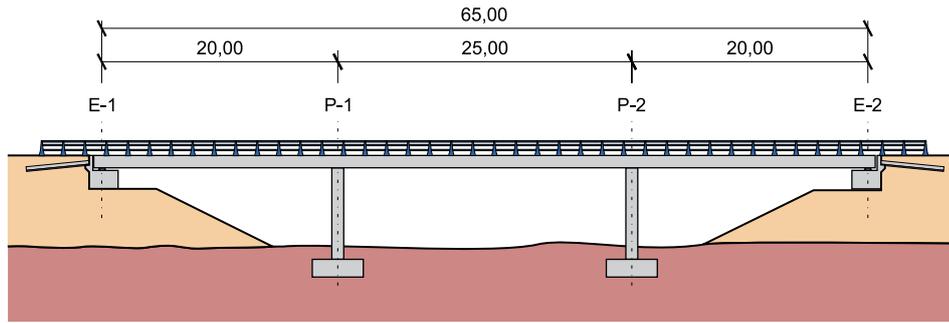


Figura 20 Alzado del puente considerado

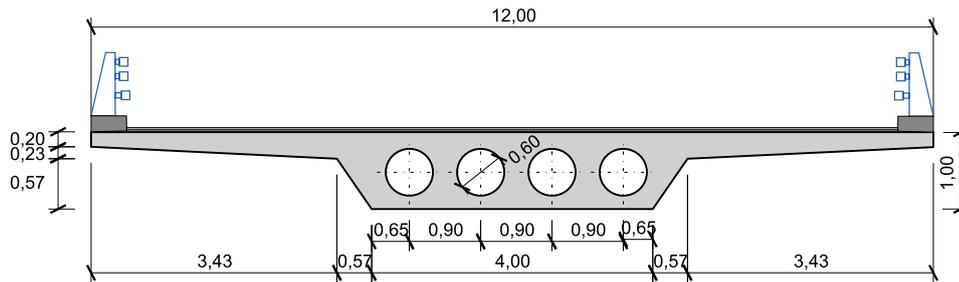


Figura 21 Sección transversal del puente considerado

El tablero tiene una masa casi-permanente de 1299 t, mientras que la masa de las pilas, $2 \cdot 20 = 40$ t, es mucho menor. La masa modal efectiva (ver apartado 2.3.2) puede tomarse igual a toda la masa del tablero, puesto que éste se mueve como un sólido rígido, más la mitad de la masa de las pilas. Considerando un comportamiento elástico, tanto de los apoyos en estribos como de las pilas, y que las pilas pueden considerarse empotradas tanto en la cimentación como en el tablero, la rigidez longitudinal de la subestructura con pilas empotradas es de 246 982 kN/m (ver expresión (6) donde, simplificada se considera la rigidez bruta de la pila). El axil para la combinación casi-permanente en una pila es de 5389 kN.

$$K_{global} = K_{estribos} + K_{pilas} = 2 \cdot K_{neop_estribo} + 2 \cdot 12 \frac{EI_{pila}}{H_{pila}^3} = \quad (6)$$

$$2 \cdot 6545 + 2 \cdot 12 \frac{32,84 \cdot 10^6 \frac{\pi \cdot 1,2^4}{64}}{7^3} = 13090 + 242154 = \underline{246982 \text{ kN/m}}$$

Respecto de la acción sísmica (ver apartados 3.3 y 3.4) ésta se considera caracterizada por un espectro tipo 1. La aceleración horizontal máxima de referencia del suelo en terreno tipo A, a_{gR} , se determina a partir de [1] en función del emplazamiento del puente, que en este caso se considerado situado en San Javier, provincia de Murcia. En esta localidad la aceleración horizontal máxima que debe adoptarse para un suelo tipo A, es de $a_{gR} = 0,15g$.

El puente se considera de importancia normal, lo que se traduce en un factor de importancia $\gamma_I = 1,0$, por lo que el valor de cálculo de la aceleración del suelo en un terreno tipo A es $a_g = \gamma_I a_{gR} = 0,15g$ (ver 3.3).

El terreno en el emplazamiento se caracteriza como un suelo tipo D. La presencia de un suelo de tipo D, que puede corresponder a una arena de compacidad media con un SPT inferior a 15 golpes por cada 30 cm, supone aplicar a la aceleración de cálculo a_g un coeficiente de suelo $S = 1,35$. De este modo, la aceleración en el emplazamiento para este tipo de suelo adopta el siguiente valor:

$$a_g S = 0,15 g \cdot 1,35 = 0,20 g$$

Con esto, el espectro de respuesta elástico de tipo 1 de acuerdo con UNE-EN 1998-1, correspondiente a un amortiguamiento del 5% (subestructura de hormigón armado) es el que se muestra en la [Figura 22](#).

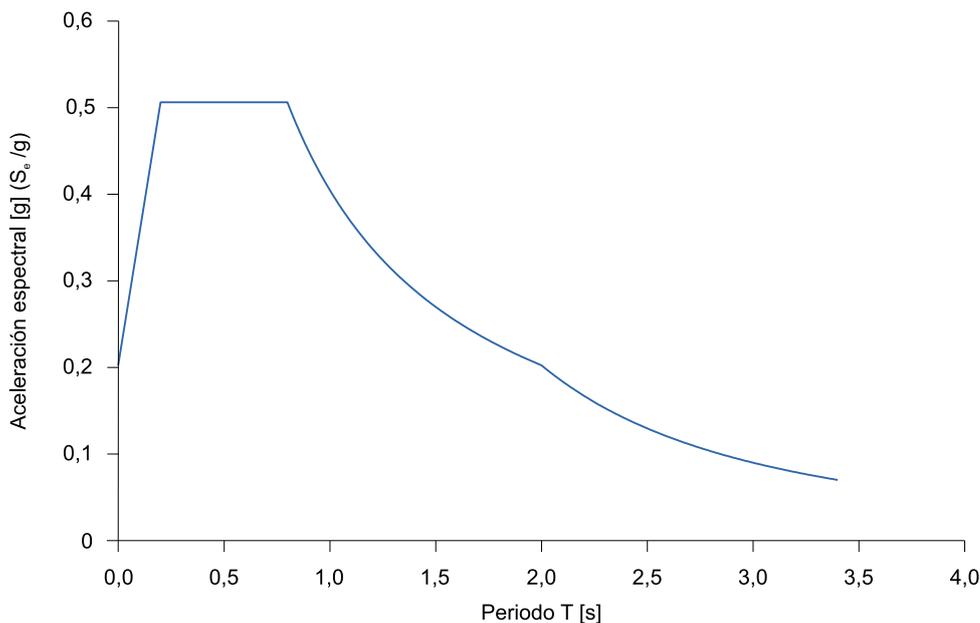


Figura 22 Espectro de respuesta adoptado para el ejemplo ilustrativo ($a_g = 0,15g$, Suelo tipo D y un amortiguamiento del 5%) normalizado por g

2.2.1 Factores de comportamiento

Los factores de comportamiento son un aspecto clave de los métodos de cálculo sísmico actuales basados en la resistencia, puesto que permiten abordar mediante un sencillo cálculo lineal y elástico, la complejidad de la respuesta fuertemente no lineal de las estructuras reales frente a sismos severos. Estos factores de comportamiento constituyen también el punto más débil de estos métodos y sus deficiencias están impulsando la implementación de métodos alternativos basados en los desplazamientos o métodos basados en el balance energético.

El valor del factor de comportamiento que las normas asignan a cada tipo estructural depende de dos características distintas de la misma: su sobrerresistencia y su ductilidad. El concepto se ilustra en la [Figura 23](#). En ella se representa la envolvente de la relación fuerza-desplazamiento lateral de una estructura sometida a un terremoto severo. La línea recta

que termina en el punto de coordenadas (F_{el}, d_{el}) , y que se señala como *respuesta lineal* en la figura, representa la respuesta si la estructura se mantuviese lineal y elástica. Las normas sísmicas actuales admiten, por razones de viabilidad económica, que una estructura proyectada adecuadamente frente a acciones sísmicas pueda disipar una parte importante de la energía introducida por el terremoto mediante deformaciones plásticas y exhibir la curva fuerza-desplazamiento lateral que se indica como *respuesta real* en la **Figura 23**. Esta respuesta, a su vez, puede idealizarse mediante un modelo elasto-plástico caracterizado por la fuerza de plastificación F_y y el desplazamiento de plastificación d_y .

Para determinar la fuerza sísmica de proyecto F_s que se emplea en los métodos basados en la resistencia para dimensionar la estructura, las normas sísmicas reducen F_{el} por el llamado factor de comportamiento $q = F_{el}/F_s$. Dado que la estructura se dimensiona para una sollicitación F_s , los desplazamientos d_s correspondientes hay que multiplicarlos por un factor $\mu = d_{max}/d_s$ para obtener los desplazamiento laterales reales d_{max} en caso de terremoto.

Los factores q y μ puede expresarse en función de dos ratios denominados sobrerresistencia Ω y ductilidad μ_s que se definen según la expresión (7):

$$\Omega = \frac{F_y}{F_s} \tag{7}$$

$$\mu_s = \frac{d_{max}}{d_y}$$

De esta forma, q y μ pueden escribirse según la expresión (8):

$$q = \frac{F_{el}}{F_s} = \frac{F_{el}}{F_y} \frac{F_y}{F_s} = R_\mu \Omega \tag{8}$$

$$\mu = \frac{d_{max}}{d_s} = \frac{d_{max}}{d_y} \frac{d_y}{d_s} = \mu_s \Omega$$

Se ha comprobado que q y μ adoptan valores similares, y en la práctica suele aceptarse a efectos de proyecto que $q = \mu$. Así lo hace, por ejemplo, aunque con algún matiz, el EC8 (ver 2.3.6.1(6) y (8) de UNE-EN 1998-2). Haciendo $q = \mu$ en las expresiones anteriores se concluye que $R_\mu = \mu_s$ y por lo tanto el factor de comportamiento q se puede expresar como el producto del ratio de ductilidad por el de sobrerresistencia, conforme a la expresión (9):

$$q = \mu_s \Omega \tag{9}$$

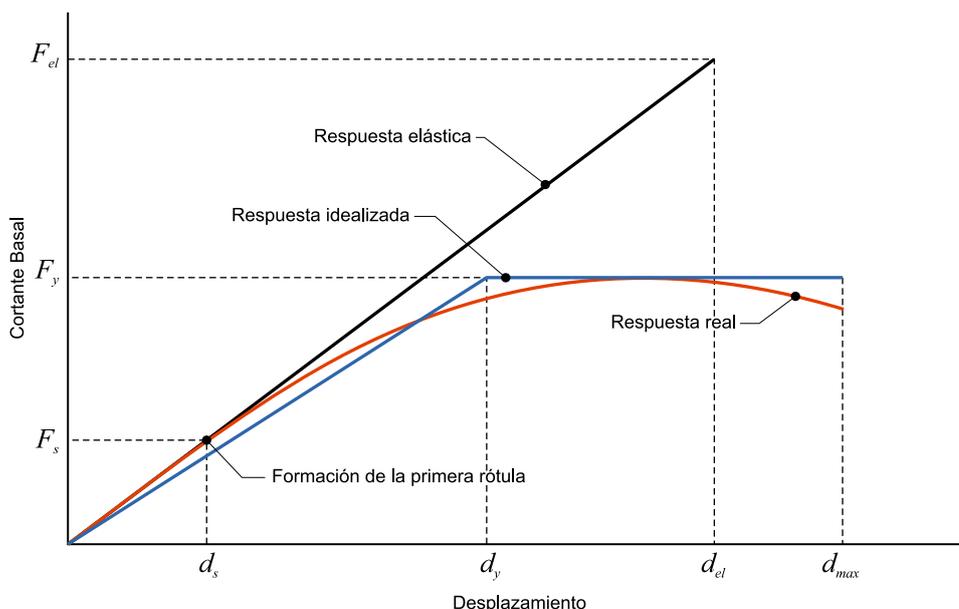


Figura 23 Respuesta estructural: elástica, real e idealizada

El uso de factores de comportamiento elevados supone admitir un daño importante en la estructura.

2.2.2 Comportamiento esencialmente elástico

Los puentes pueden proyectarse para que su comportamiento sea esencialmente elástico. Este nivel de comportamiento supone evitar daños significativos en la estructura, y con ello evitar tener que repararla tras un sismo. Sin embargo, la ausencia de daño (deformaciones plásticas) implica que no hay una fuente de disipación de energía adicional (de origen histerético) que se suma al amortiguamiento viscoso inherente del propio material (habitualmente 5% para el hormigón armado y 2% para el acero). Al no disponer de mecanismos adicionales de disipación de energía asociados a la plastificación, la cantidad de energía que la estructura debe ser capaz de almacenar momentáneamente en forma de energía de vibración elástica es mayor que en el caso de que ésta se plastifique. Esa mayor capacidad para almacenar energía de vibración elástica se consigue proporcionando resistencia. Como contrapartida, no resulta necesario, con este criterio de proyecto, la disposición de detalles de armado específicos para hacer frente a la acción sísmica.

En estas condiciones se adopta como rigidez de la estructura la rigidez elástica (inicial). Para el caso del sismo longitudinal (y también para el caso transversal si la rigidez del tablero es suficiente) se puede asimilar el puente a un sistema de 1gdl de masa M y rigidez K , cuyo periodo propio se calcula mediante la expresión (10). Se obtiene, en el caso del ejemplo considerado, un periodo longitudinal de 0,46 segundos, que es un orden de magnitud típico para un puente de estas características, si no se considera la fisuración de las pilas.

$$T_{estructura} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{1299 + 0,50 \cdot 40}{246982}} = 0,46 \text{ s} \quad (10)$$

Se puede obtener una estimación rápida de las fuerzas máximas que deberá resistir la estructura y de los desplazamientos máximos correspondientes mediante un análisis espectral de este sistema de 1gdl, utilizando el espectro de la [Figura 22](#), a partir del periodo propio obtenido. En estas condiciones, el factor de comportamiento q , que tiene en cuenta la reducción de los esfuerzos por sobrerresistencia y por ductilidad (ver apartado [3.4.1](#)) se toma igual a 1,0, despreciándose con ello la sobrerresistencia. En la [Figura 24](#) se puede observar que la estructura, considerada lineal, presenta un comportamiento que está dentro de la zona de la meseta, con una aceleración máxima de 0,5g. A pesar de ser la aceleración del suelo moderada, el efecto amplificador del tipo de suelo es bastante importante en este caso, lo cual explica el valor elevado de la aceleración. En la [Figura 24](#), se puede observar también que la aceleración del suelo pasa del valor de referencia de 0,15g a un valor de $0,15g \cdot 1,35 = 0,2g$.

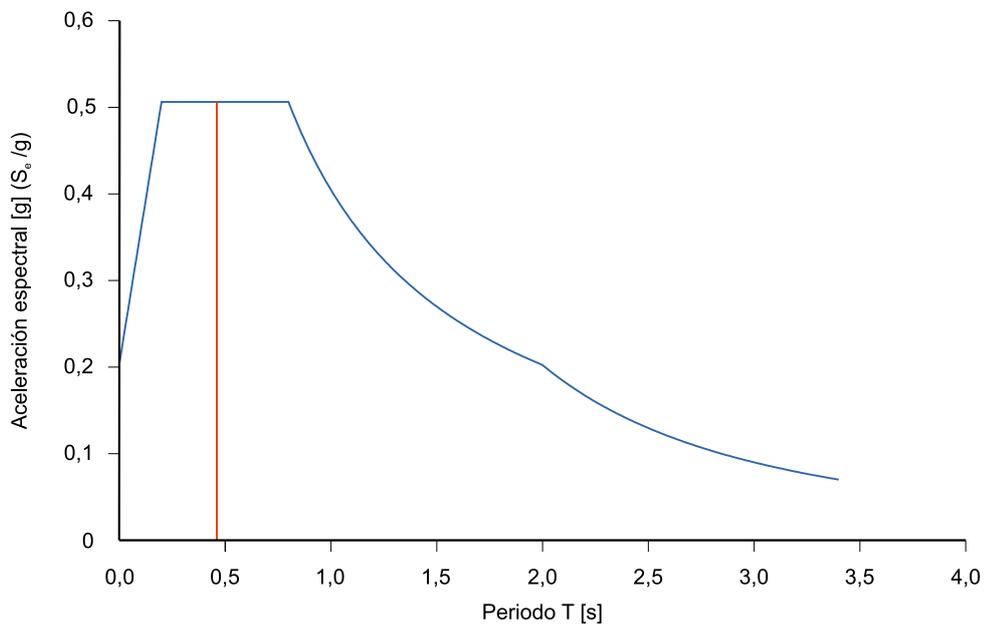


Figura 24 **Determinación de la aceleración máxima del sistema (normalizada respecto a g) de 1gdl a partir del espectro de respuesta y el periodo propio longitudinal**

Resulta importante conocer también cuál es la demanda sísmica en términos de desplazamientos, dado que este valor es el que dimensiona la altura de los aparatos de apoyo dispuestos en los estribos. Para ello, el espectro de aceleraciones se puede transformar en espectro de desplazamientos multiplicando la aceleración espectral por el factor $T^2/4\pi^2$ (ver expresión (11)). De esta forma se obtiene la curva de la [Figura 25](#).

$$S_{De} = S_e \frac{T^2}{4\pi^2} \tag{11}$$

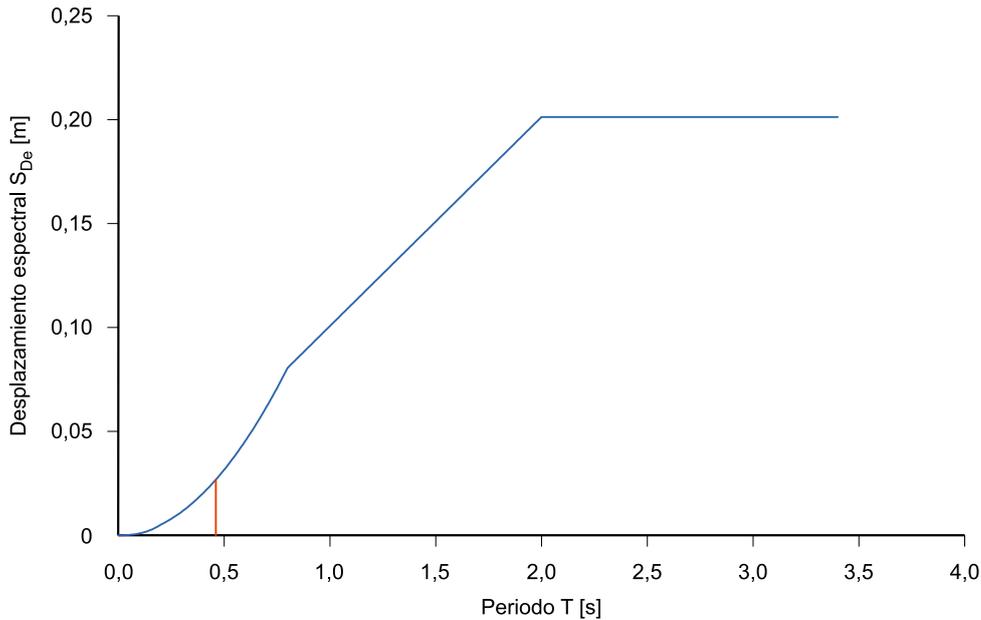


Figura 25 Espectro de desplazamientos y desplazamiento espectral esperado con un comportamiento lineal

La [Figura 24](#) y la [Figura 25](#) se pueden combinar en un solo gráfico, de mayor utilidad práctica, que representa el cortante basal V_{basal} en los apoyos de la estructura frente al desplazamiento longitudinal. Para ello basta con multiplicar la aceleración espectral S_e por la masa M del sistema de 1gdl, que simplificada, se toma igual a la masa del tablero más la mitad de la masa de las pilas (ver expresión (12)).

$$V_{basal} = S_e M \quad (12)$$

En el caso de un sistema de 1gdl y para un factor de comportamiento $q = 1$, como es el caso estudiado, el desplazamiento espectral coincide con el desplazamiento real máximo de la estructura. En caso de emplear valores de q superiores a 1, el desplazamiento real es mayor que el que se obtendría de un cálculo elástico lineal empleando el espectro elástico de respuesta $S_e - T$ (es decir, con $q = 1$), y debe calcularse según se establece en artículo 2.3.6.1(6)P de UNE-EN 1998-2. De esta forma se obtiene la curva de la [Figura 26](#), donde se puede ver que la subestructura, pilas más apoyos elastoméricos, pero fundamentalmente pilas, debe absorber un cortante total de 6 650 kN con un desplazamiento de 2,7 cm.

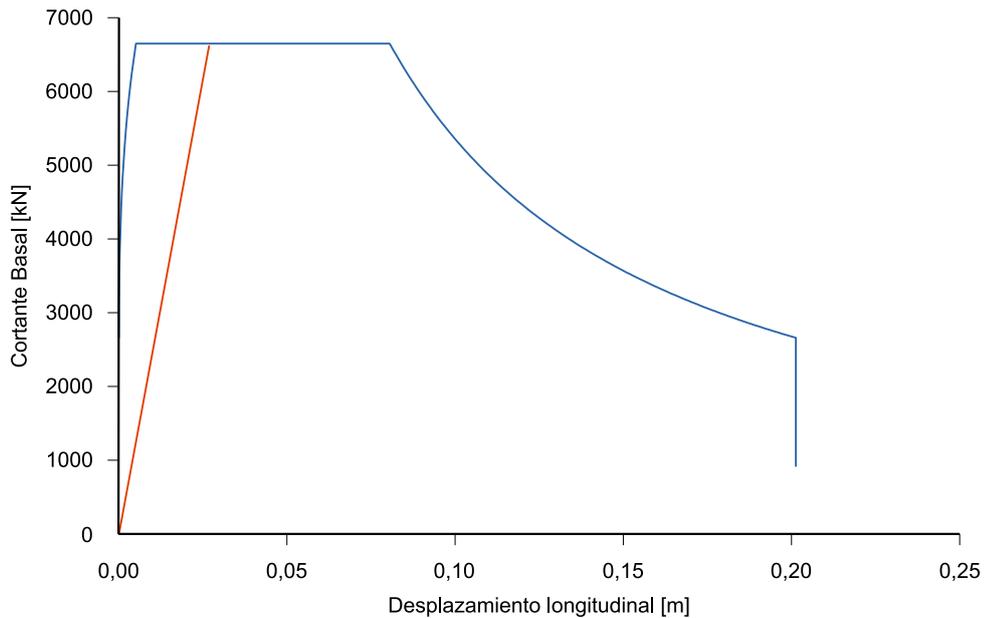


Figura 26 Cortante basal frente a desplazamiento. Comportamiento esencialmente elástico

Si hubiera que proyectar las pilas con este criterio, los esfuerzos que debería resistir cada pila serían:

- Compresión: 5 389 kN
- Momento: $[(6650 - 2 \cdot 0,027 \cdot 6545) / 2] \cdot 3,5 = 11019$ kNm, dado que la altura de la pila es de 7 m y la misma se comporta como biempotrada

Con este nivel de esfuerzos, con un momento reducido de:

$$\mu = M_{Ed} / (A_c \cdot f_{cd} \cdot \phi_{pila}) = 11019 / [(\pi \cdot 1,2^3 / 4) \cdot 30000 \cdot 1,5] = 0,41$$

no sería posible disponer una pila circular de dimensiones razonables, y habría que recurrir a otras formas, tales como un fuste apantallado.

2.2.3 Ductilidad limitada

El proyecto con ductilidad limitada es similar al proyecto con criterios esencialmente elásticos, con la diferencia de que pueden admitirse ciertas plastificaciones en las secciones, sin que éstas lleguen a ser significativas. El uso de este criterio de proyecto está relacionado con el uso de un factor de comportamiento bajo, del orden de $q = 1,5$. Al valor de este factor contribuye fundamentalmente la sobrerresistencia, y en menor medida el aumento de amortiguamiento efectivo que supone la fisuración y las pequeñas plastificaciones que pueden producirse. Además, independientemente del valor de q , la reducción de la rigidez lateral debida a la fisuración alarga el periodo de vibración y puede afectar al valor de la ordenada espectral. Con ello, puede variar el valor de las fuerzas sísmicas en relación con las que aparecerían si el comportamiento se mantuviese perfectamente elástico.

En la Figura 27 se muestra el mismo análisis que en la Figura 26, considerando esta vez, el efecto de reducción de rigidez lateral y el alargamiento del periodo debido a la fisuración de

las pilas. La pérdida de rigidez por fisuración se ha cuantificado minorando la rigidez bruta por un factor comprendido entre 2 y 2,5.

En este caso, para un suelo tipo D, el punto de equilibrio correspondiente a la rigidez fisurada da lugar a un cortante basal igual al caso de rigidez bruta, pero esto no sería así para un suelo tipo B, como se muestra en la [Figura 27](#). La consideración de ductilidad limitada permite tener en cuenta un factor de comportamiento $q = 1,5$ mediante la utilización de un espectro de cálculo reducido. Esto se traduce en un cortante basal de 4 411 kN en lugar de los 6 650 kN del comportamiento elástico, para un suelo tipo D.

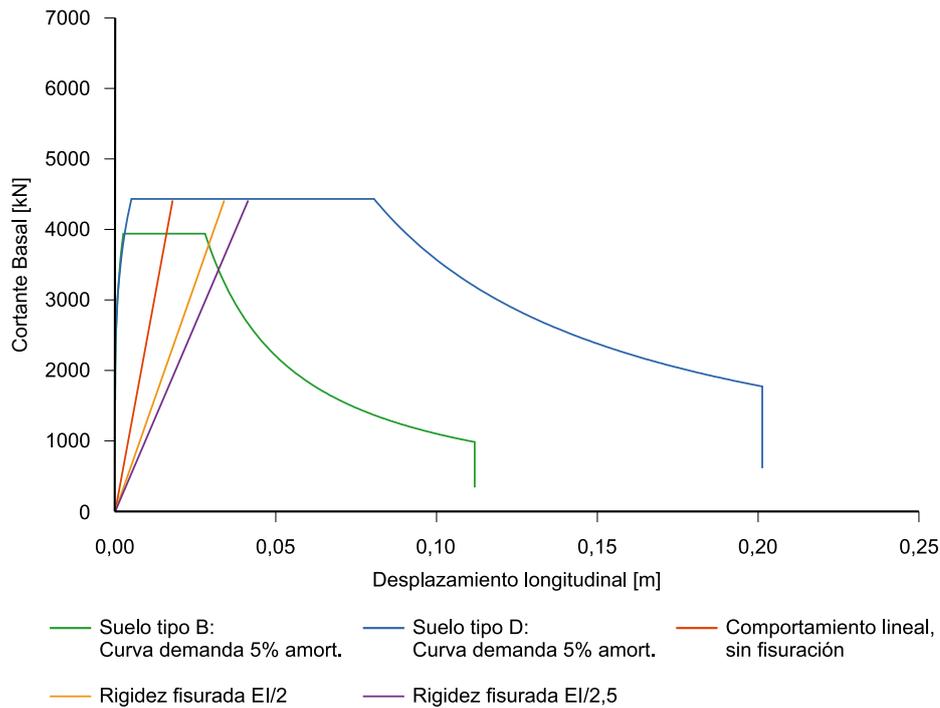


Figura 27 Cortante basal frente a desplazamiento. Proyecto con ductilidad limitada

Se observa que, desde el punto de vista de los desplazamientos, se obtienen valores mayores que cuando no se considera fisuración. En este caso tomando los desplazamientos correspondientes al espectro elástico ($q = 1$), se obtienen desplazamientos de equilibrio de 5,1 cm para una pérdida de rigidez relativa de 2,0 y de 6,2 cm para una pérdida de rigidez relativa de 2,5. Estos valores corresponden a los de la [Figura 27](#) multiplicados por el factor de comportamiento de 1,5. Este aumento de los desplazamientos muestra que es necesario tener en cuenta la pérdida de rigidez para dimensionar la altura de los apoyos.

Si hubiera que proyectar las pilas con este criterio, los esfuerzos que debería resistir cada pila serían:

- Compresión: 5 389 kN
- Momento: $[(4 411 - 2,0 \cdot 0,062 \cdot 6 545) / 2] \cdot 3,5 = 6 299$ kNm, dado que la altura de la pila es de 7 m y la misma se comporta como biempotrada

Con este nivel de esfuerzos, con un momento reducido de:

$$\mu = M_{Ed} / (A_c f_{cd} \phi_{pila}) = 6 299 / [(\pi \cdot 1,2^3 / 4) \cdot 30 000 \cdot 1,5] = 0,23$$

se estaría en el límite de poder armar el fuste. Sin embargo, al considerar también el sismo en dirección perpendicular, la solución dejaría de ser válida y habría que modificar la geometría de la pila.

2.2.4 Comportamiento dúctil

El comportamiento dúctil supone admitir la formación de rótulas plásticas, especialmente proyectadas con confinamiento del hormigón, garantizando una ductilidad adecuada y un incremento notable del amortiguamiento equivalente gracias al comportamiento histerético de las rótulas plásticas. Este comportamiento supone admitir daño en la estructura y la posibilidad de utilizar un factor de comportamiento q del orden de 3,0.

Resulta posible analizar este comportamiento mediante el método del empuje incremental (ver apartado 2.3.5). Para que este análisis dé lugar a resultados realistas debe considerarse el confinamiento del hormigón mediante armadura transversal. En la Figura 28 se muestra una comparación de la ecuación constitutiva del hormigón de clase C30/37 sin confinar (Ecuación tipo Sargin [19]) y con confinamiento (Ecuación tipo Mander [20], recogida también en el Anejo E de UNE-EN 1998-2).

Se puede observar que, en el ejemplo presentado, el confinamiento da lugar a un incremento significativo de resistencia (la resistencia media pasa de 38 MPa a 60 MPa), pero, sobre todo de ductilidad, con una deformación para carga máxima que pasa del 2‰ al 7,9‰ y con la deformación última que pasa del 3,5‰ al 18,6‰. Para obtener este nivel de confinamiento en una sección circular de 1,20 m de canto, se ha dispuesto un cerco $\varnothing 16$ a 0,05 m, y se ha considerado un acero de clase C, con una deformación última para carga máxima garantizada del 7,5%. Se trata por tanto de un detalle razonable y construible.

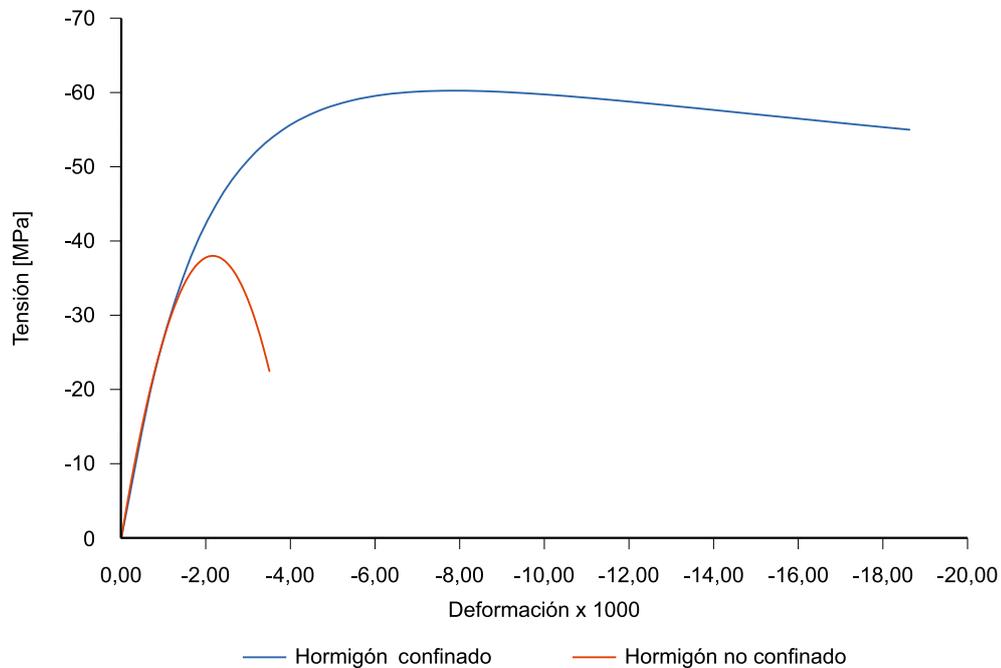


Figura 28 Hormigón confinado y hormigón sin confinar

En la **Figura 29** se muestra el análisis mediante el método del empuje incremental (ver apartado 2.3.5) aplicado al ejemplo analizado. Para aplicar el método es necesario partir de una armadura inicial. En este caso, se ha supuesto que la pila está armada con 30Ø25 y, simplificada, no se ha tenido en cuenta la rigidez de los aparatos de apoyo de los estribos, cuya altura tendría que ser significativamente mayor, respecto de la correspondiente al cálculo lineal.

De forma resumida, el método supone llevar a cabo las siguientes operaciones:

- Se calcula un diagrama fuerza–desplazamiento de la estructura, teniendo en cuenta el comportamiento no lineal de la pila y considerando el incremento de resistencia y sobre todo de ductilidad que proporciona la armadura de confinamiento de la pila
- Se calcula, mediante un procedimiento iterativo que se explica en detalle en el apartado 2.3.5, el índice de amortiguamiento equivalente (en términos de energía disipada) a la zona plástica del diagrama fuerza–desplazamiento movilizada durante la acción sísmica
- El resultado de este procedimiento es el punto de funcionamiento que proporciona la máxima fuerza y el máximo desplazamiento esperables

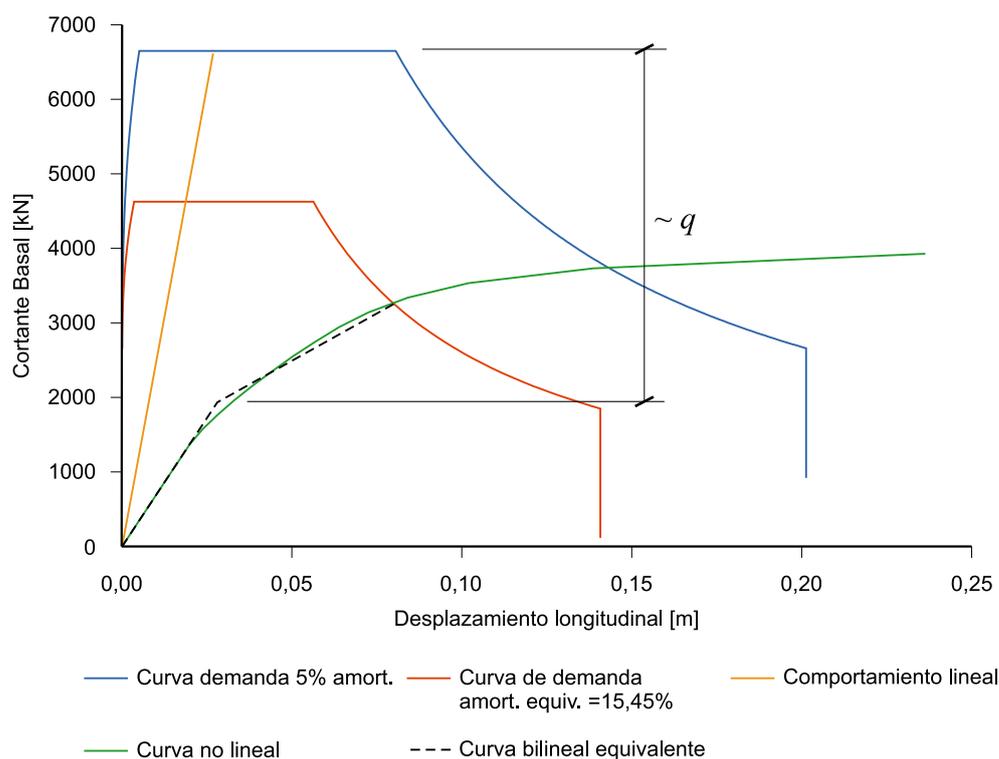


Figura 29 **Cortante basal frente a desplazamiento Proyecto con ductilidad. Determinación del punto de funcionamiento**

En el caso de la estructura del ejemplo, el punto de funcionamiento corresponde a una curva de demanda con un amortiguamiento equivalente del 15,45%. La fuerza basal total es, en este caso, de 3270 kN y el desplazamiento de 8,0 cm.

Como ya se ha explicado anteriormente, el factor de comportamiento, tiene en cuenta tanto el aumento del amortiguamiento, por el comportamiento no lineal de la sección de la pila, como la sobrerresistencia de la estructura y este concepto se muestra de forma esquemática en la [Figura 29](#), acotando la diferencia entre el cálculo lineal y el punto de quiebro de la curva bilineal equivalente. De forma más rigurosa, en lo referente a la sobrerresistencia, el factor q , tiene en cuenta que:

- La comprobación de la sección se efectúa con unas ecuaciones constitutivas de los materiales que no tienen en cuenta el aumento de la resistencia por el confinamiento del hormigón
- La comprobación se hace en la sección de máximo momento de la pila más solicitada. Sin embargo, una vez que se forma una rótula en uno de los extremos de una pila, no necesariamente se ha formado la rótula en el otro extremo de esa pila o en las secciones críticas de las demás pilas

Ambos efectos contribuyen al término de la sobrerresistencia que queda englobado en el concepto del factor q y estos efectos no se pueden acotar de forma precisa (aunque sí de forma cualitativa) en un gráfico como el de la [Figura 29](#).

Debe señalarse, nuevamente, que este análisis del empuje incremental no es independiente del armado, y que, si se adopta este tipo de análisis, es necesario estimar en primer lugar la armadura necesaria. Generalmente ésta se determina para la situación persistente y se comprueba en situación sísmica. Si se dispone mayor armadura de flexión, los esfuerzos correspondientes al punto de funcionamiento serán necesariamente superiores.

2.2.5 Rocking. Ductilidad geométrica

La idea de la ductilidad geométrica busca generar un comportamiento no lineal sin que la estructura sufra daños. Esquemáticamente, la idea se ilustra en la [Figura 30](#). En esta figura, el alzado de la pila es un elemento prefabricado que se apoya sobre una cimentación que puede ser *in situ* y se une a la misma mediante un pretensado no adherente. La pila prefabricada tiene las esquinas protegidas mediante cantoneras que evitan una rotura local del hormigón por concentración de tensiones.

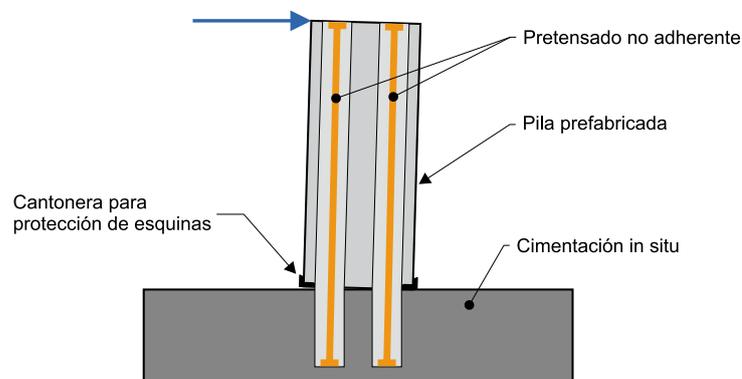


Figura 30 Concepto de ductilidad geométrica

Durante un sismo la pila responde linealmente hasta que se produce el despegue. En ese momento la sección pierde rigidez y se produce una rotación en la que la pila gira como un sólido rígido. El pretensado no adherente se deforma mucho porque tiene poca rigidez axial pero no llega a plastificar. El resultado es un comportamiento no lineal en términos de carga–desplazamiento en el cual no se produce plastificación alguna en los materiales, ni, por tanto, daños estructurales. Este sistema supone, de este modo, aumentar el periodo efectivo de la estructura. Sin embargo, al no producirse plastificación, no hay disipación de energía y por tanto no hay aumento del amortiguamiento. Se trata de un sistema que se comporta de manera similar a un sistema de aislamiento sísmico (ver apartado 2.2.6).

2.2.6 Aislamiento sísmico de puentes

Una estrategia cada vez más empleada en el proyecto sismorresistente de estructuras es el aislamiento sísmico. Todas las técnicas de aislamiento sísmico en puentes o edificios se basan en el alargamiento del periodo fundamental de vibración para alejarse de la zona del espectro donde los sismos suelen introducir más energía. En todas las técnicas, el sistema de aislamiento debe resolver dos problemas: el primero es el de reducir drásticamente la rigidez lateral de la estructura sin perder capacidad de carga ni rigidez vertical para hacer frente a las cargas gravitatorias; y el segundo disipar energía sísmica para que los desplazamientos laterales no sean excesivos. El primer problema se resuelve con *aisladores* y el segundo con *disipadores de energía* (o amortiguadores). Existen soluciones en las que un mismo elemento desempeña los dos papeles: es el caso de los aisladores fabricados con apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento o los dispositivos de fricción de superficie plana o curva. En los apartados siguientes se hace una descripción más detallada de cada uno de ellos.

2.2.6.1 Aislamiento sísmico mediante apoyos elastoméricos

El aislamiento se puede conseguir apoyando el puente sobre aparatos de apoyo elastoméricos (aisladores), en lugar de empotrar las pilas.

Esta solución supone, sin embargo, mayores costes de mantenimiento, mayores esfuerzos de segundo orden y mayores esfuerzos en situaciones persistentes, por lo que no se trata de una estrategia ideal. Además, esta alternativa implica mayores desplazamientos y la necesidad de tomar medidas específicas para evitar la pérdida de apoyo del tablero en la subestructura. Estas medidas conducen a la necesidad de introducir topes transversales antisísmicos (ver [Figura 31](#)), barras de anclaje verticales y a un aumento de las entregas del tablero en los estribos, y también en las pilas si se disponen juntas intermedias.

No obstante, para tableros normales es una solución muy empleada en muchos países de alta sismicidad, en particular en los países de la costa oeste iberoamericana. En estos casos interesa disponer todos los apoyos con rigideces longitudinales similares, para obtener un reparto de fuerzas homogéneo entre los distintos elementos de la subestructura.



Figura 31 Topes transversales

En la [Figura 32](#) se muestra el comportamiento del puente del ejemplo planteado, apoyado, en este caso, sobre aparatos circulares de 900 mm de diámetro y 200 mm de altura neta, dos por estribo y uno por pila. En estas condiciones, la rigidez de la estructura es de 19889 kN/m (ver expresión (13)).

$$\begin{aligned}
 K_{global} &= K_{estribos} + K_{pilas} = K_{neop_estribos} + 2 \left(\frac{1}{\frac{1}{K_{neop_pila}} + \frac{1}{K_{pila}}} \right) = \\
 &4 \frac{G}{T_q} \frac{\pi \phi_{neop_estr}^2}{4} + 2 \left(\frac{1}{\frac{G}{T_q} \frac{\pi \phi_{neop_pila}^2}{4} + \frac{1}{3 \frac{EI_{pila}}{H_{pila}^3}}} \right) = \\
 &4 \frac{1080}{0,20} \frac{\pi 0,9^2}{4} + 2 \left(\frac{1}{\frac{1080}{0,20} \frac{\pi 0,9^2}{4} + \frac{1}{3 \frac{32,84 \cdot 10^6 \pi 1,2^4}{64 \cdot 7^3}}} \right) = \\
 &13741 + 2 \left(\frac{1}{\frac{1}{3435,33} + \frac{1}{29236,49}} \right) = 13741 + 2 \cdot 3074 = 19889 \text{ kN/m}
 \end{aligned} \tag{13}$$

donde:

K_{global}	rigidez frente a cargas horizontales del conjunto de la estructura
$K_{neop_estribos}$	rigidez horizontal de los apoyos situados en los estribos (se considera que los estribos en si son infinitamente rígidos)
K_{pilas}	rigidez frente a cargas horizontales de las pilas
K_{neop_pila}	rigidez de los apoyos de las pilas
K_{pila}	rigidez frente a cargas horizontales de una pila
G	módulo de cizalla de los apoyos
T_q	altura neta de los apoyos
ϕ_{neop_estr}	diámetro de los apoyos de los estribos
ϕ_{neop_pila}	diámetro de los apoyos de las pilas
EI_{pila}	rigidez a flexión de las pilas
H_{pila}	altura de las pilas

El periodo propio aumenta hasta los 1,60 segundos, frente a los 0,46 segundos que se obtenía con pilas empotradas. Se observa que la fuerza máxima es de solo 3 315 kN, lo cual supone una reducción por un factor de $6\,649/3\,315 = 2,00$, pero el desplazamiento alcanza los 16 cm, lo cual da una idea de la importancia del proyecto de los apoyos y de la necesidad de disponer sistemas pasivos (topes) que eviten la pérdida de apoyo del tablero, aunque con el elastómero supuesto, de 200 mm de altura neta, se podrían absorber estos desplazamientos. Estos topes son elementos redundantes y la estructura debe proyectarse para que en un evento sísmico los topes no trabajen, al menos en teoría. Para ello, debe disponerse una holgura suficiente entre el aparato de apoyo y el tope. Estos desplazamientos tan importantes también tienen implicaciones en lo relativo a las juntas, que deben ser capaces de absorberlos de forma que la estructura pueda utilizarse tras un evento sísmico para permitir el paso del tráfico de emergencia.

En caso de ser necesario, para reducir los desplazamientos laterales, el comportamiento se puede mejorar empleando como aisladores elastómeros de alto amortiguamiento (HDRB). Con estos apoyos puede considerarse un índice de amortiguamiento del 10%, lo cual permite reducir la curva de demanda y obtener menores fuerzas y desplazamientos. En este caso (ver [Figura 33](#)) se obtiene un cortante basal de 2 707 kN un desplazamiento máximo de 13,2 cm. La reducción es significativa, aunque, seguramente, este tipo de apoyo no sea necesario en un puente corto como el analizado aquí. Sin embargo, el uso de apoyos de alto amortiguamiento puede resultar necesario en puentes más largos para limitar la magnitud de los desplazamientos.

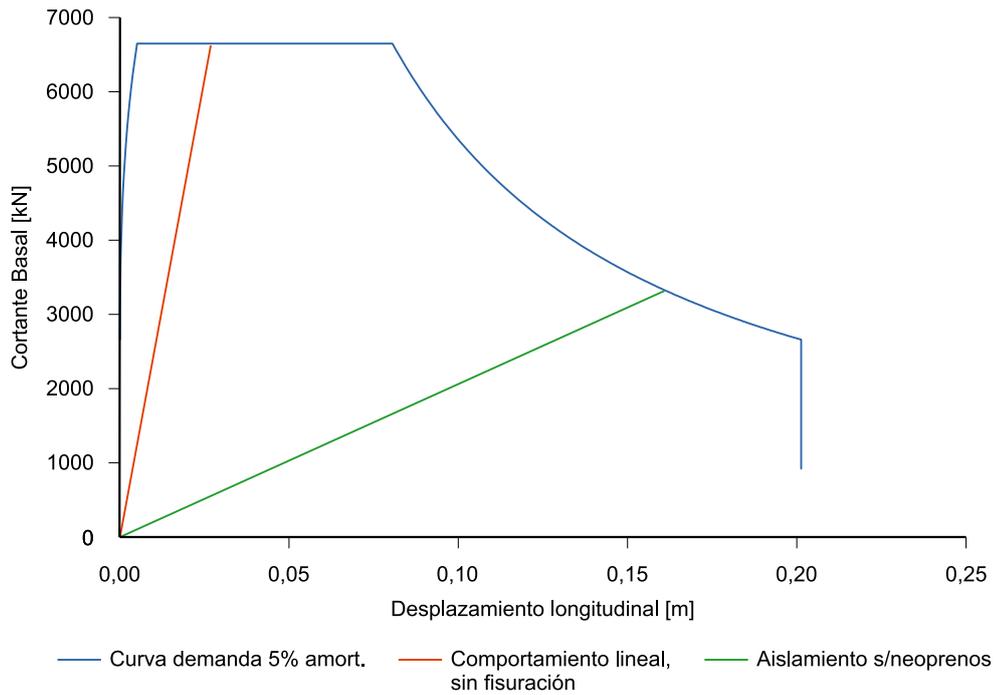


Figura 32 Cortante basal frente a desplazamiento. Estructura sobre apoyos elastoméricos

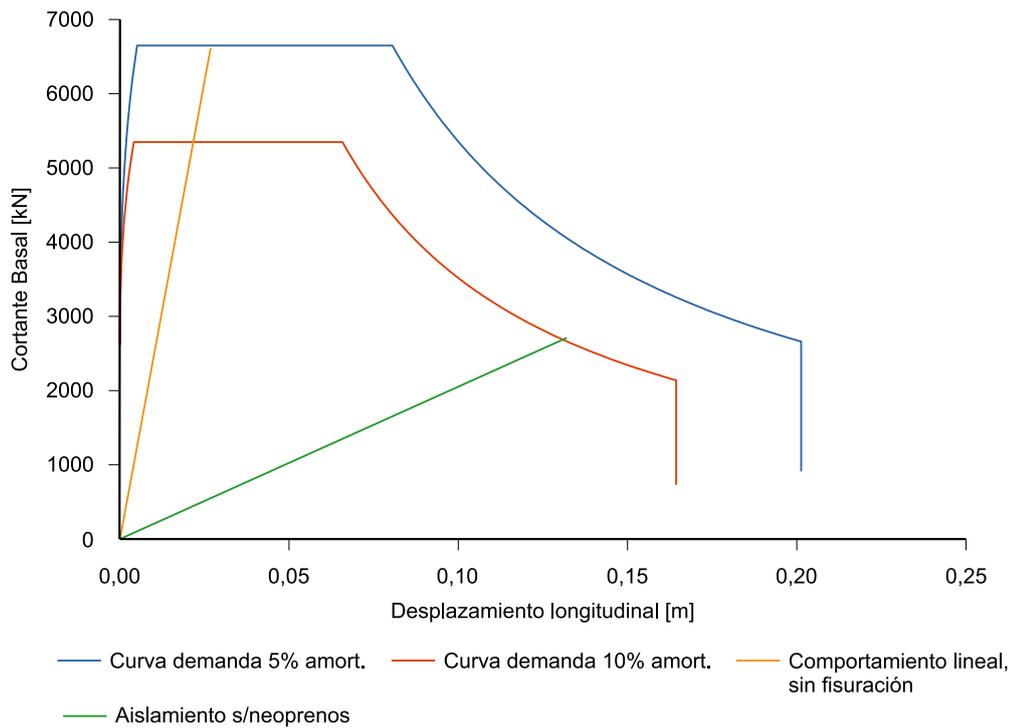


Figura 33 Cortante basal frente a desplazamiento. Estructura sobre apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB)

Cuando la acción sísmica es muy dominante, resulta posible limitar aún más la fuerza transmitida a la estructura mediante la disposición de otro tipo de aisladores consistentes en apoyos de elastómero con núcleo de plomo (LRB). Estos aparatos de apoyo están forma-

dos por un elastómero convencional unido a un cilindro de plomo (ver Figura 34). El núcleo de plomo constituye un disipador de energía (amortiguador) embebido dentro del propio aislador. Para desplazamientos moderados (por debajo del desplazamiento de fluencia del núcleo central de plomo) este tipo de apoyo funciona como un apoyo de elastómero convencional, pero mucho más rígido, debido a que a la rigidez del elastómero se le suma la rigidez elástica del cilindro de plomo central. Sin embargo, a partir de un determinado umbral de fuerza se produce la plastificación del núcleo de plomo lo cual permite limitar la fuerza máxima transmitida a la subestructura. Además, se genera disipación de energía por el desarrollo de ciclos de histéresis debidos al comportamiento no lineal del núcleo de plomo. Ello da lugar a un aumento del amortiguamiento equivalente del sistema, lo cual reduce la demanda sísmica. El disipador de energía puede ser un elemento aislador y esta solución de combinar aisladores de elastómero convencionales con disipadores de energía da lugar a un reparto de fuerzas más uniforme, si se disponen los mismos aparatos en todos los apoyos, o, mejor aún, permite controlar la fuerza que se transmite a cada uno de los elementos de la subestructura que podría ser diferente en función del elemento, en caso de ser ésta una alternativa de interés.

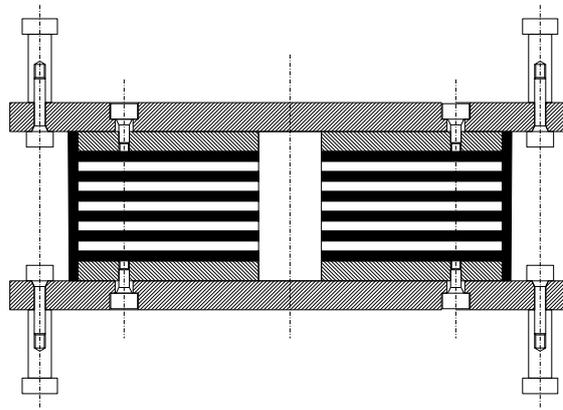


Figura 34 Aislador de elastómero zunchado con núcleo de plomo (LRB)

Como ya se ha indicado, el apoyo de elastómero con núcleo de plomo (LRB) exhibe un comportamiento bilineal con una rigidez importante en el tramo inicial, hasta que plastifica el núcleo de plomo, a partir de cuyo momento la rigidez del apoyo es igual a la rigidez del elastómero. Se puede controlar la máxima fuerza que transmite el apoyo dimensionando el diámetro del cilindro de plomo, de acuerdo con la expresión (14).

$$F_{LRB} = \frac{\pi \phi_{Pb}^2}{4} f_{yPb} \quad (14)$$

donde:

f_{yPb} tensión de plastificación del plomo frente a esfuerzo cortante, que es aproximadamente de 10,5 Mpa

ϕ_{Pb} diámetro del cilindro de plomo

F_{LRB} fuerza para la cual se produce la plastificación

Por ejemplo, si se quiere limitar la fuerza de plastificación a 500 kN en el ejemplo del puente de la [Figura 20](#) y la [Figura 21](#), cada apoyo debería llevarse una fuerza equivalente a $500/4 = 125$ kN al producirse la plastificación del plomo. Por tanto, simplificada y despreciando la rigidez del elastómero, el diámetro que deberían tener los núcleos de plomo tendría que ser de 12 cm en las pilas y de 9 cm en los estribos (dado que se disponen dos aparatos por estribo y uno en pilas), de acuerdo con la expresión (15).

$$\begin{aligned} \phi_{pb,pila} &= \sqrt{\frac{4F_{LRB}}{\pi f_{yPb}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 125}{\pi 10500}} = 0,12 \text{ m} \\ \phi_{pb,estr} &= \sqrt{\frac{4F_{LRB}}{\pi f_{yPb}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 125 / 2}{\pi 10500}} = 0,09 \text{ m} \end{aligned} \tag{15}$$

Con objeto de evaluar el comportamiento en el caso del ejemplo considerado se puede llevar a cabo un análisis mediante el método del empuje incremental (ver apartado 2.2.4), pero considerando en este caso una curva de respuesta fuerza–desplazamiento bilineal correspondiente a la suma de todos los aparatos con núcleo de plomo dispuestos.

Aunque es mejor determinarla a partir de ensayos, la rigidez elástica de los aparatos de núcleo de plomo se puede estimar, en primera aproximación y despreciando la rigidez del elastómero, como en la expresión (16), suponiendo que los núcleos de plomo se comportan como elementos biempotrados con una deformación por cortante no despreciable, de 200 mm de altura total, suponiendo que el módulo de Young del plomo es de 16 GPa y que su módulo de cizalla es de 5 GPa. Normalmente la rigidez elástica del aparato de núcleo de plomo es un orden de magnitud superior a la rigidez del elastómero solo.

$$EI_{\text{nucleo_pila}} = 16 \cdot 10^6 \frac{\pi 0,12^4}{64} = 162,86 \text{ kNm}^2$$

$$EI_{\text{nucleo_estr}} = 2 \cdot 16 \cdot 10^6 \frac{\pi 0,09^4}{64} = 103,06 \text{ kNm}^2$$

$$GA_{\text{nucleo_pila}} = 5 \cdot 10^6 \frac{\pi 0,12^2}{4} = 56548,67 \text{ kNm}^2$$

$$GA_{\text{nucleo_estr}} = 2 \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\pi 0,09^2}{4} = 63617,25 \text{ kNm}^2$$

$$K_{\text{global elástica}} = K_{\text{estribos}} + K_{\text{pilas}} \cong K_{\text{nucleo_estribos}} + 2 \left(\frac{1}{\frac{1}{K_{\text{nucleo_pila}}} + \frac{1}{K_{\text{pila}}}} \right)$$

$$= 2 \left[\left(\frac{1}{\frac{h^3}{12 EI_{\text{nucleo_estr}}} + \frac{h}{GA_{\text{nucleo_estr}}}} \right) + \left(\frac{1}{\frac{h^3}{12 EI_{\text{nucleo_pila}}} + \frac{h}{GA_{\text{nucleo_pila}}} + \frac{1}{3 \frac{EI_{\text{pila}}}{H_{\text{pila}}^3}}} \right) \right] = \quad (16)$$

$$2 \left(\frac{1}{\frac{0,2^3}{12 \cdot 103,06} + \frac{0,2}{63617,25}} + \frac{1}{\frac{0,2^3}{12 \cdot 162,86} + \frac{0,2}{56548,67} + \frac{1}{3 \frac{32,84 \cdot 10^6 \pi 1,2^4}{64 \cdot 7^3}}} \right) =$$

$$2 \left(\frac{1}{\frac{1}{154590} + \frac{1}{318086}} + \frac{1}{\frac{1}{244290} + \frac{1}{282743} + \frac{1}{27927}} \right) =$$

$$2 (104031 + 23021) = 254105 \text{ kN/m}$$

De esta forma, se tiene que la rigidez elástica del sistema pilas más aparatos de apoyo con núcleo de plomo es de 254105 kN/m y que la fuerza de plastificación total es de 500 kN. La segunda rama de la curva fuerza–desplazamiento vendrá definida por la rigidez del sistema pilas–apoyos. De acuerdo con los catálogos, y para las cargas que debe transmitir esta estructura, los apoyos pueden ser de Ø800 mm en pilas y de Ø550 mm en estribos, con una altura neta de elastómero de 150 mm. Con estas características y suponiendo un módulo de cizalla en situación sísmica de 1080 kPa, se obtiene la rigidez de la segunda rama (ver expresión (17)) de 12939 kN/m.

$$\begin{aligned}
 K_{global\ 2^{a}\ rama} &= K_{estribos} + K_{pilas} = K_{neop_estribos} + 2 \left(\frac{1}{\frac{1}{K_{neop_pila}} + \frac{1}{K_{pila}}} \right) = \\
 &4 \frac{G}{T_q} \frac{\pi (\phi_{neop_estr}^2 - \phi_{plomo_estr}^2)}{4} + 2 \left(\frac{1}{\frac{G}{T_q} \frac{\pi (\phi_{neop_pila}^2 - \phi_{plomo_pila}^2)}{4} + \frac{1}{3 \frac{EI_{pila}}{H_{pila}^3}}} \right) = \\
 &4 \frac{1080}{0,15} \frac{\pi (0,55^2 - 0,09^2)}{4} + 2 \left(\frac{1}{\frac{1080}{0,15} \frac{\pi (0,80^2 - 0,12^2)}{4} + \frac{1}{3 \frac{32,84 \cdot 10^6 \pi 1,2^4}{64 \cdot 7^3}}} \right) = \\
 &6659 + 2 \cdot 6280 = 12939 \text{ kN/m}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Como se puede observar en la [Figura 35](#), la fuerza total transmitida a la subestructura es de 2169 kN y el desplazamiento máximo de 13,1 cm, lo cual supone valores similares a los que se obtuvieron con elastómeros de alto amortiguamiento (HDRB).

El amortiguamiento equivalente, que depende del cociente entre la energía histerética y la energía elástica es, en este caso, del 13,7%. Este valor se deduce del desplazamiento máximo y del punto de plastificación (fuerza de 496,62 kN y desplazamiento de 2 mm), mediante la expresión (152) del apartado 3.9.4.1, que se reproduce y se opera a continuación en la expresión (18).

$$\xi_{eff} = \frac{2 (F_y d_{bd} - d_y F_{max})}{\pi F_{max} d_{bd}} = \frac{2 (497 \cdot 0,131 - 0,002 \cdot 2169)}{\pi 2169 \cdot 0,131} = 0,137 \tag{18}$$

Aunque, en este caso, la rigidez inicial de la estructura apoyada sobre núcleos de plomo coincide prácticamente con la rigidez elástica con pilas empotradas, esto no es una regla general y se debe a que, si bien se reduce la rigidez que aportan al sistema las pilas, se aumenta la rigidez de los apoyos en estribos.

Los apoyos de núcleo de plomo tienen capacidad de recentrado que es proporcionada por el elastómero.

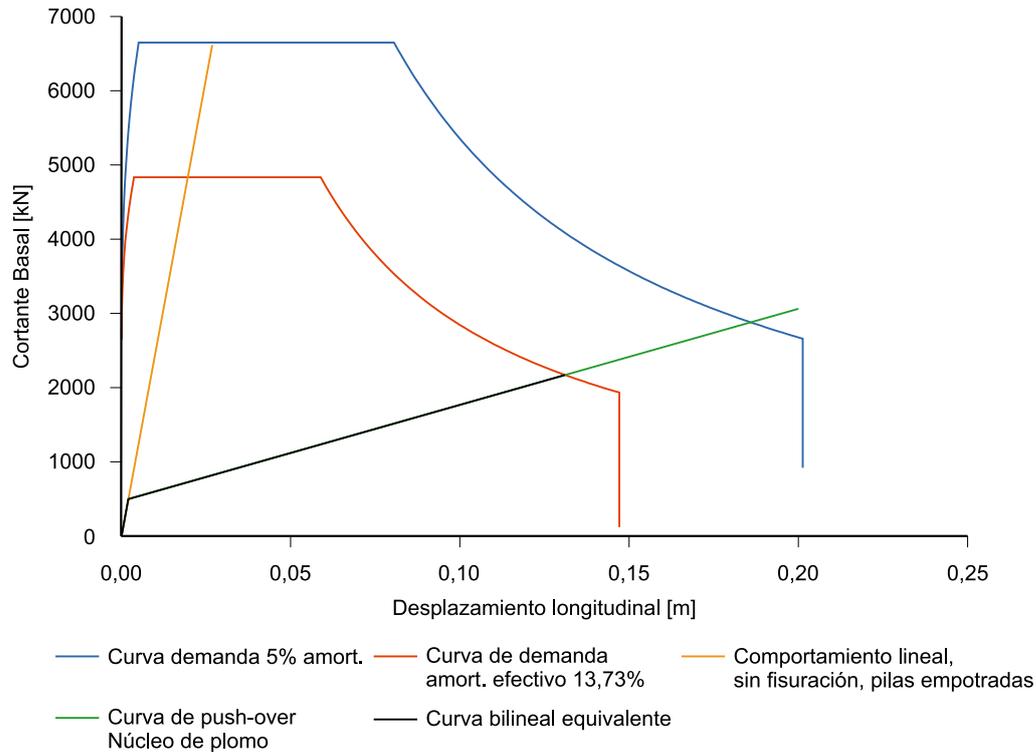


Figura 35 Cortante basal frente a desplazamiento. Puente sobre apoyos elastoméricos con núcleo de plomo (LRB)

2.2.6.2 Aislamiento sísmico mediante dispositivos de fricción

Otra estrategia de aislamiento sísmico se basa en dejar que la estructura deslice a lo largo de una superficie con rozamiento. Existen dos tipos de dispositivo basados en este principio: los aisladores de superficie plana y los aisladores de superficie curva. En el caso de estos segundos se aprovecha la fuerza de gravedad para oponerse al desplazamiento inducido por la acción sísmica y conseguir propiedades de recentrado.

Los aisladores de rozamiento plano tienen una ley fuerza–desplazamiento rígido–plástica siendo la fuerza máxima F_{\max} igual al coeficiente de rozamiento dinámico μ_d por la carga vertical del apoyo N (ver expresión (19)). El coeficiente de rozamiento dinámico se evalúa mediante ensayos, según se especifica en el apartado 8.3.4.1.5 de UNE-EN 15 129, determinándose un valor límite superior y un valor límite inferior.

$$F_{\max} = \mu_d N \quad (19)$$

En el caso de dispositivos de superficie curva, a la fuerza anterior se le suma la componente debida a la inclinación de la superficie de apoyo, que va aumentando a medida que el dispositivo se desplaza del centro hacia los extremos. El valor de la fuerza horizontal se puede obtener por semejanza de triángulos entre el triángulo de fuerzas y el triángulo geométrico que se superponen en la [Figura 36](#) (ver expresión (20)).

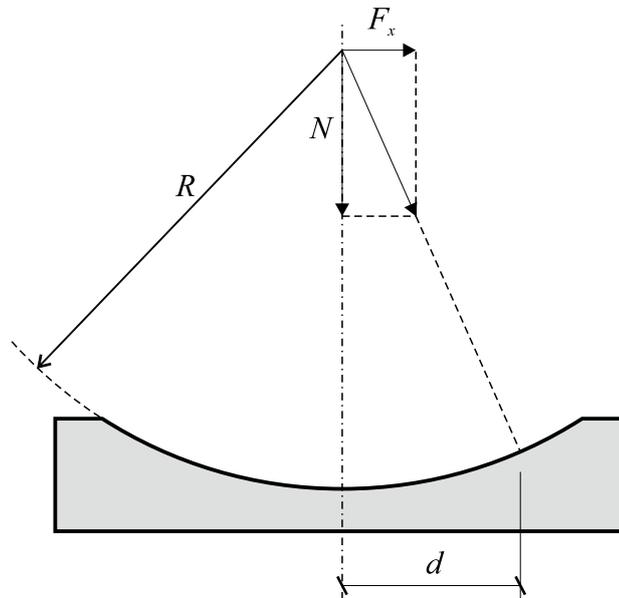


Figura 36 Aislador por rozamiento de superficie curva

$$\frac{F_x}{N} = \frac{d}{R} \rightarrow F_x = \frac{N}{R} d \quad (20)$$

De esta forma los aisladores por rozamiento de superficie curva dan lugar a un comportamiento bilineal con una pendiente infinita (rígida) en el primer tramo y una pendiente igual a N/R en el segundo tramo (ver expresión (21)).

$$F_{\max} = \mu_d N + \frac{N}{R} d_{\max} \quad (21)$$

Si se analiza el puente del ejemplo en el que se introducen ahora apoyos deslizantes planos con un 5% de rozamiento dinámico como valor límite superior (UBDP), tanto en pilas como en estribos, teniendo en cuenta que la reacción vertical debida a la carga permanente en pilas es de 5 389 kN y en estribos de 1 514 kN, la fuerza máxima horizontal debida al desplazamiento sería de $0,05(2 \cdot 5\,389 + 2 \cdot 1\,514) = 690,3$ kN.

En la [Figura 37](#) se muestra el análisis mediante el método del empuje incremental obtenido en este caso. Se observa un importante aumento del índice de amortiguamiento, que alcanza el 63,7%. Con ello, se limita por tanto la fuerza horizontal máxima a los 690,3 kN que se generan por rozamiento y se limita igualmente el desplazamiento máximo a 7,7 cm. El valor de amortiguamiento se deduce según se muestra en la expresión (22).

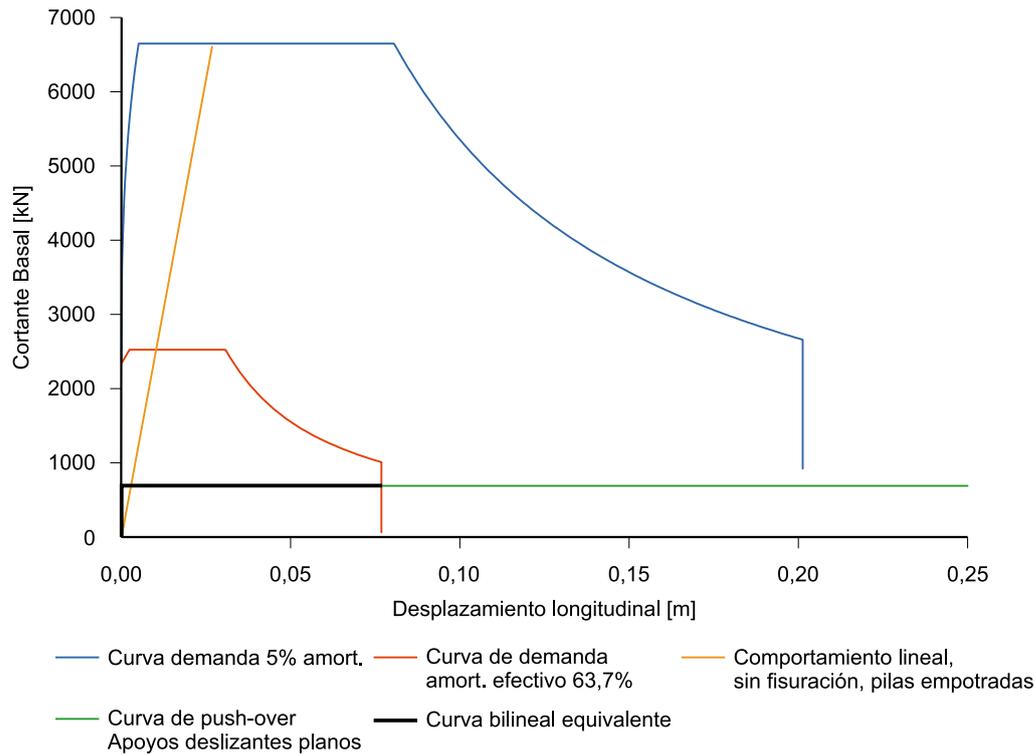


Figura 37 Cortante basal frente a desplazamiento. Puente sobre aparatos deslizantes planos

$$\xi_{eff} = \frac{2 \left(F_y d_{bd} - d_y F_{max} \right)}{\pi F_{max} d_{bd}} = \frac{2 \left(690,3 \cdot 0,077 - 0 \cdot 690,3 \right)}{\pi \cdot 690,3 \cdot 0,077} = \frac{2}{\pi} = 0,637 \quad (22)$$

Si se considera el límite inferior del coeficiente de rozamiento dinámico, se obtendría el mismo amortiguamiento y por tanto el mismo desplazamiento (dado que la intersección de la curva de demanda con la curva de capacidad se produce en la rama de isodesplazamiento) y una fuerza inferior, por lo que esta situación no resultaría condicionante en este caso.

Con este sistema no se controla la posición final del tablero y, por tanto, este tipo de solución requiere efectuar operaciones de recentrado tras el sismo o proyectar las bandejas de deslizamiento y las juntas para poder absorber la acumulación de desplazamientos remanentes a lo largo de su vida útil. Igualmente, ante el riesgo de que el desplazamiento real supere el desplazamiento previsto, estas soluciones requieren de la disposición de un sistema de topes redundantes para eliminar toda posibilidad de que se produzca una pérdida de apoyo del tablero.

Si ahora se retoma el ejemplo anterior, pero considerando un apoyo deslizante esférico, con un radio de curvatura de 3 m, la pendiente de la curva fuerza–desplazamiento tras vencerse el rozamiento sería de $(2 \cdot 5389 + 2 \cdot 1514) / 3 = 4602$ kN/m. Los resultados del análisis mediante el método del empuje incremental con estos datos se representan en la [Figura 38](#).

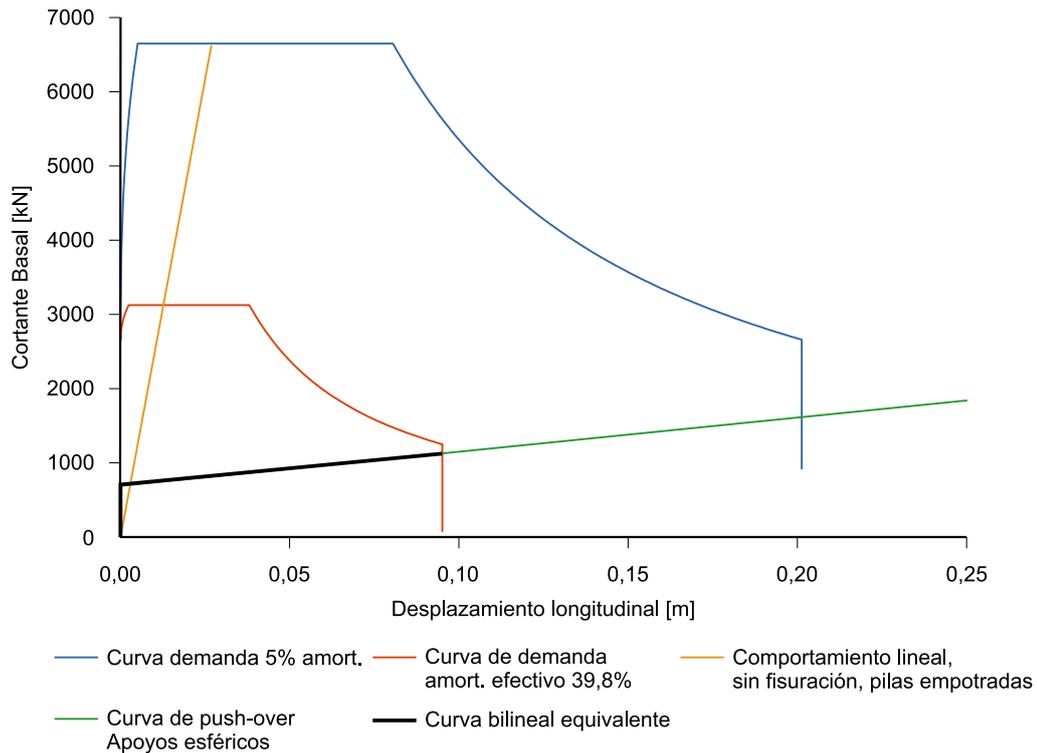


Figura 38 Cortante basal frente a desplazamiento. Puente sobre aparatos deslizantes de superficie curva

Se observa que, con el mismo rozamiento, este sistema aumenta, como es lógico, la fuerza hasta un valor de 1124 kN. Además, aumenta el desplazamiento, que alcanza un valor de 9,5 cm, debido a que el índice de amortiguamiento, según se deduce en la expresión (23), es del 39,8%, menor que en el caso de aisladores de superficie plana.

$$\xi_{eff} = \frac{2}{\pi} \frac{(F_y d_{bd} - d_y F_{max})}{F_{max} d_{bd}} = \frac{2}{\pi} \frac{(690,3 \cdot 0,095 - 0 \cdot 1124)}{1124 \cdot 0,095} = 0,39 \quad (23)$$

A pesar de estos valores, los apoyos deslizantes esféricos tienen la ventaja, con respecto a los apoyos deslizantes planos, de que la propia curvatura tiende a devolver la posición del apoyo al centro de la superficie curva (capacidad de recentrado), lo cual da lugar a unos desplazamientos remanentes mucho menores.

2.2.6.3 Aislamiento sísmico mediante aisladores y disipadores de energía dependientes de la velocidad

Cuando la acción sísmica es muy importante por la magnitud de la obra o la zona en donde se ubica, las prestaciones del sistema de aislamiento sísmico se pueden mejorar considerablemente combinando en paralelo los aisladores elastoméricos con disipadores de energía. Uno de los tipos de disipadores de energía más empleados en puentes son los amortiguadores de tipo viscoso (FVD) que se caracterizan por un comportamiento no lineal y una ecuación constitutiva dependiente de la velocidad. En esta categoría de disipadores dependientes de la velocidad, también se pueden citar los amortiguadores de resorte fluido (FSD).



Figura 39 Ejemplos de amortiguadores viscosos dispuestos en puentes tanto en dirección longitudinal como transversal

Los amortiguadores viscosos son elementos que se interponen entre el tablero y la subestructura (ver Figura 39). Además de su función como disipadores de energía, permiten limitar la fuerza transmitida a la subestructura por la acción del sismo sobre el tablero. Estos aparatos tienen una ecuación constitutiva que relaciona la fuerza transmitida con la velocidad de desplazamiento relativo entre los dos elementos que se conectan, del tipo de la que se muestra en la expresión (24), donde F es la fuerza que transmite el amortiguador, v es la velocidad relativa entre los dos extremos del amortiguador y C y α_b son constantes que define el proyectista en función de sus necesidades y acuerdos con los parámetros del fabricante.

$$F = Cv^{\alpha_b} \quad (24)$$

Si como valor del exponente α_b se toma un valor pequeño (se pueden obtener amortiguadores con valores cercanos al 2%), el comportamiento del amortiguador se asimila a un comportamiento rígido-plástico y la máxima fuerza que se transmite al elemento de la subestructura al que está anclado es generalmente menor que la constante C . De esta forma fijando el valor de C , el proyectista puede elegir el valor de la fuerza máxima que quiere transmitir a la subestructura.

No obstante, también debe considerarse, en función del esquema estructural global, el valor del desplazamiento, que puede ser determinante en la concepción del sistema. Para entender bien este concepto, se puede considerar un caso clásico en el que se tiene un estribo robusto y un puente largo soportado por varias pilas y en el que se dispone un amortiguador entre tablero y estribo para hacer frente a la acción sísmica en dirección longitudinal. Para

que el conjunto funcione como un sistema de aislamiento sísmico, las pilas deben conectarse al tablero mediante apoyos elastoméricos convencionales o apoyos deslizantes que cumplan la función de alargar el periodo de vibración de la estructura. Si el desplazamiento que se produce en el amortiguador es importante, puede ocurrir que la mayor parte de la fuerza longitudinal se la lleven los aparatos de apoyo en lugar del amortiguador, y conducir a un comportamiento indeseable. Debe, por tanto, analizarse el valor de desplazamiento que requiere el amortiguador en su funcionamiento y asegurarse de que éste es compatible con una absorción de esfuerzos pequeña por parte de las pilas.

El análisis del comportamiento del sistema de aislamiento sísmico con disipadores de energía requiere un cálculo no lineal en el tiempo (ver 2.3.4) y, para ello, puede ser necesario generar acelerogramas artificiales, de acuerdo con los criterios descritos en los apartados 2.1.3 y 3.4.2.

Si bien la magnitud de la estructura no lo justificaría en un caso real, como ejercicio didáctico se analiza a continuación cómo cambiaría el comportamiento del puente tomado como ejemplo si se instalan aisladores y amortiguadores de tipo viscoso en un estribo.

Como primer paso, utilizando el programa SIMQKE ([13], [21]), se han generado varios acelerogramas compatibles con el espectro de respuesta considerado. En la Figura 40 se muestra uno de estos acelerogramas y en la Figura 41 se muestra el análisis espectral de este acelerograma donde se puede comprobar su compatibilidad con el espectro objetivo.

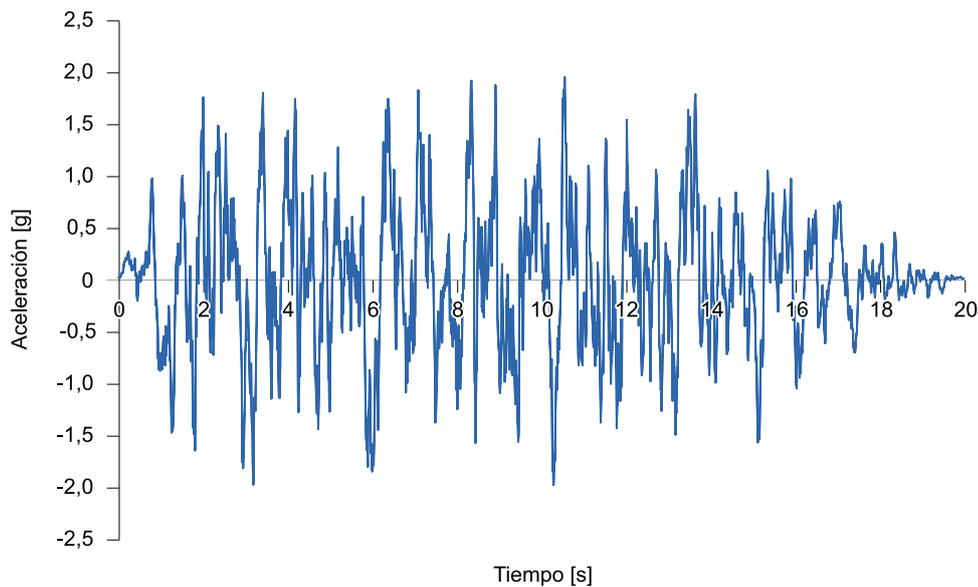


Figura 40 Acelerograma compatible con el espectro considerado. Duración 20 segundos

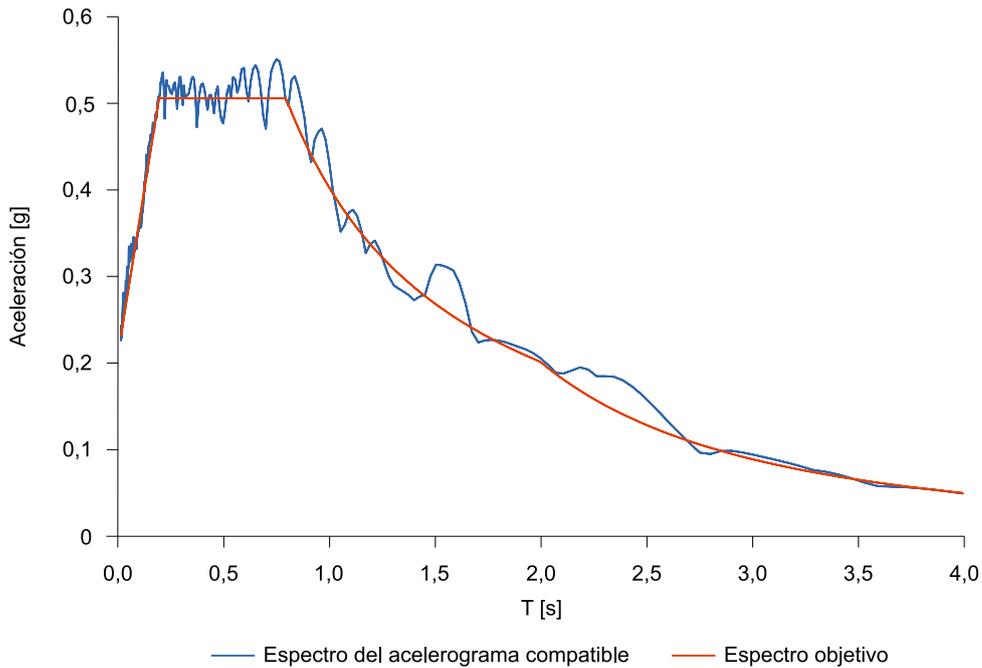


Figura 41 Espectro del acelerograma compatible y comparación con el espectro objetivo

Un cálculo en el tiempo puede ser delicado debido a que los resultados dependen de que se disponga de una discretización adecuada (del orden de 10 veces inferior al periodo propio) y de que el acelerograma elegido tenga una respuesta adecuada en la zona de funcionamiento de la estructura. Conviene, por tanto, contrastar primero los resultados a partir de situaciones conocidas.

Por ello, se efectúa primero el análisis del sistema de 1gdl considerando pilas empotradas y comportamiento lineal, sin amortiguador. De acuerdo con la [Figura 41](#), para el periodo propio de la estructura, de 0,46 segundos, conforme a la expresión (10), el acelerograma da lugar a una aceleración espectral del orden de 0,5g.

En la [Figura 42](#), se muestra la respuesta del sistema de 1gdl en términos de aceleración absoluta y, en la [Figura 43](#), en términos de desplazamiento relativo al ser sometido al acelerograma de la [Figura 40](#). Estas curvas se pueden obtener aplicando, por ejemplo, la metodología detallada en el apartado 2.3.3 a base de un cálculo lineal en el tiempo. Se observa que la máxima aceleración es de 0,5g, como indica el espectro de respuesta. Igualmente, el máximo desplazamiento corresponde a la máxima aceleración dividida por el cuadrado de la frecuencia circular:

$$0,5 \cdot 9,81 / \left(4\pi^2 / 0,46^2 \right) = 0,026 \text{ m} = 2,6 \text{ cm}$$

Estos números validan, por tanto, el cálculo en el tiempo.

Si se repite el análisis anterior considerando, esta vez, la estructura apoyada sobre apoyos elastoméricos (ver [Figura 32](#)), el periodo propio es de 1,60 segundos. En este caso el acelerograma de la [Figura 40](#) da lugar a una respuesta que, en términos de aceleraciones, está en torno a 0,29g y, en términos de desplazamientos, del orden de:

$$0,29 \cdot 9,81 / \left(4\pi^2 / 1,60^2 \right) = 0,18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

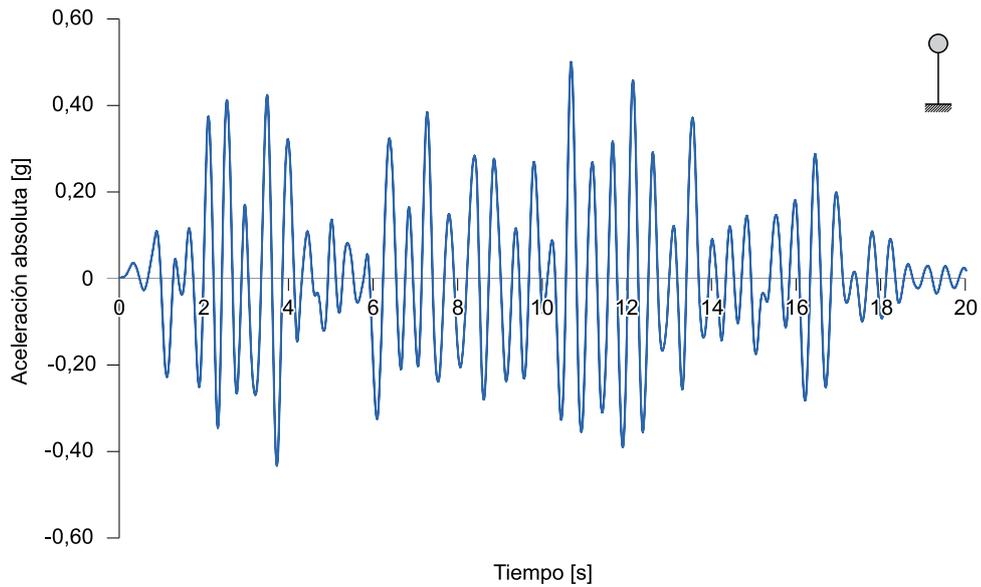


Figura 42 **Respuesta obtenida del sistema de 1gdl en términos de aceleraciones absolutas para el puente con pilas empotradas**

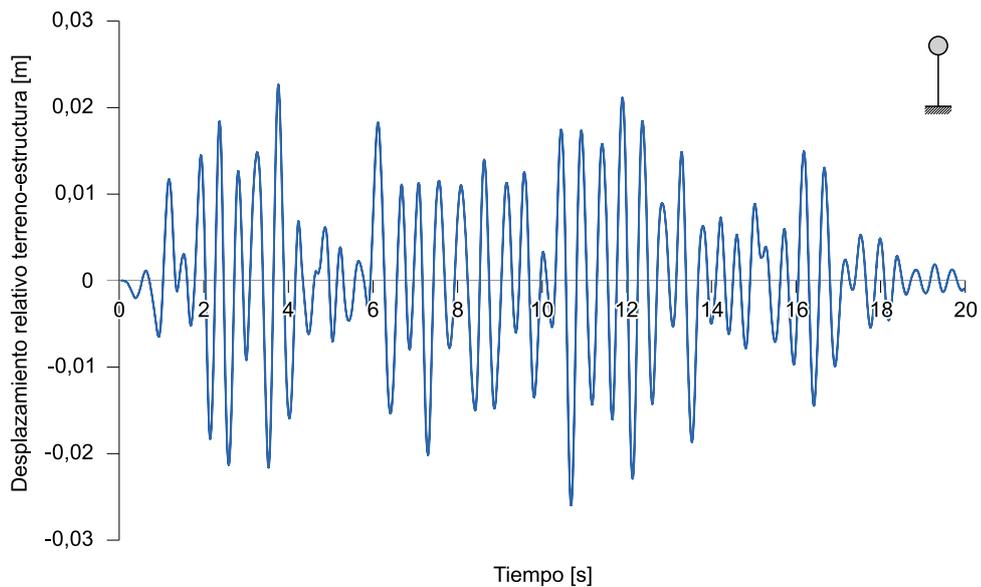


Figura 43 **Respuesta obtenida del sistema de 1gdl en términos de desplazamientos relativos entre estructura y terreno para el puente con pilas empotradas**

Se obtienen valores algo superiores a los deducidos en el apartado 2.2.6.1 debido a que el espectro de este acelerograma queda algo por encima del espectro teórico en la zona de periodos próximos al periodo propio de la estructura aislada, como se puede observar en la Figura 41.

En la Figura 44 y en la Figura 45 se observa nuevamente una buena coincidencia entre los resultados esperados y el cálculo en el tiempo, lo cual permite abordar el cálculo del sistema con un amortiguador sobre una base sólida.

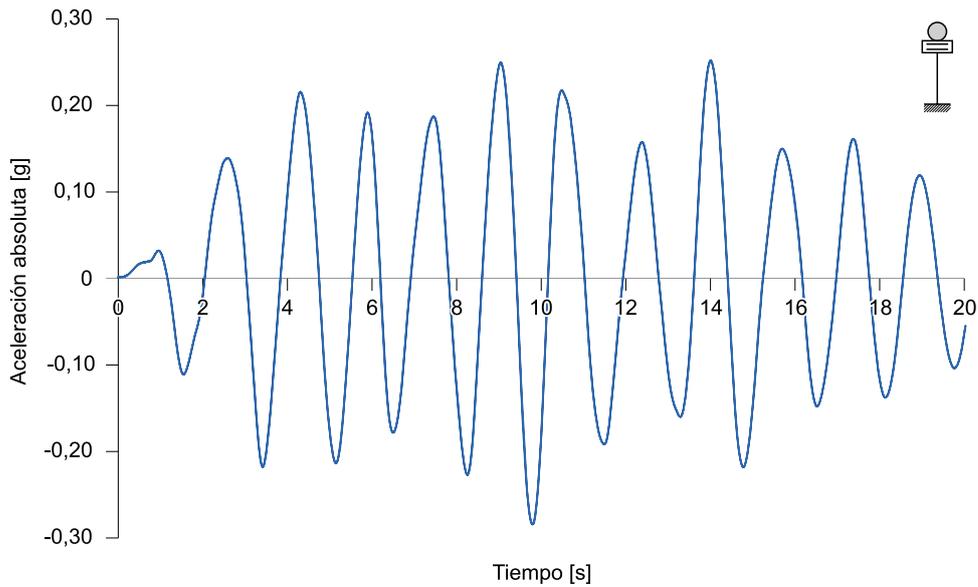


Figura 44 Respuesta obtenida del sistema de 1gdl en términos de aceleraciones absolutas para el puente sobre apoyos elásticos

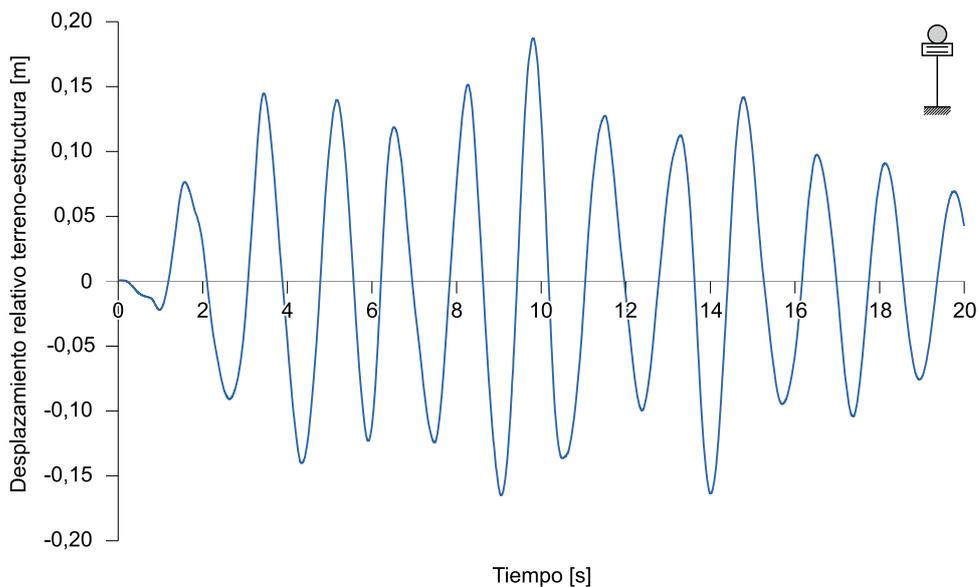


Figura 45 Respuesta obtenida del sistema de 1gdl en términos de desplazamientos relativos entre estructura y terreno para el puente sobre apoyos elásticos

Si ahora se considera que en este sistema de 1gdl, con periodo propio de 1,60 segundos, se incorpora un amortiguador viscoso con unas características $C = 500$ kN y $\alpha_b = 0,02$ (ver ecuación constitutiva en Figura 46), se obtienen, con el mismo algoritmo, los resultados que se muestran en la Figura 47, en términos de aceleraciones y en la Figura 48 en términos de desplazamientos.

La incorporación del amortiguador viscoso no cambia el periodo de la estructura debido a que la fuerza que ejerce el amortiguador cuando se alcanza el desplazamiento máximo es nula al anularse la velocidad. De esta forma el amortiguador no contribuye a la rigidez efecti-

va del sistema y, al no cambiar ni la rigidez ni la masa, el periodo propio se mantiene igual al del sistema no amortiguado.

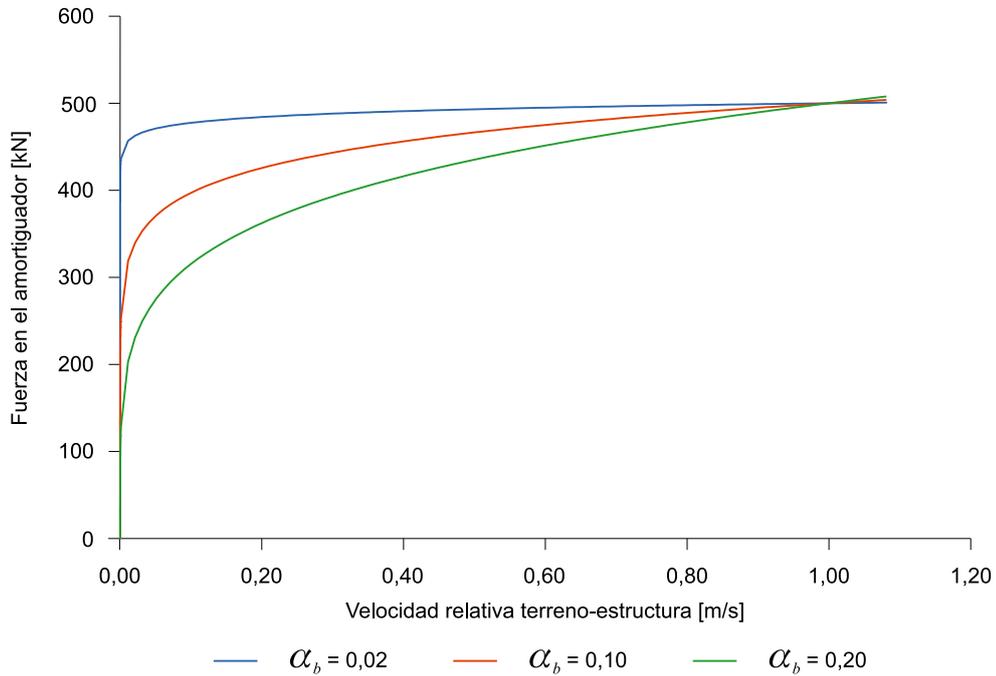


Figura 46 Ecuación constitutiva de amortiguadores viscosos no lineales para distintos valores del exponente α_b

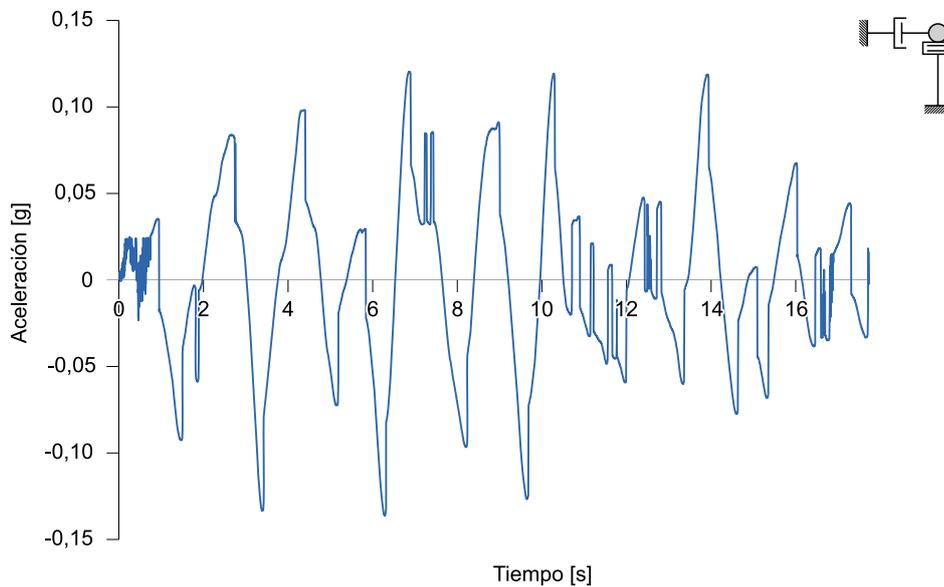


Figura 47 Respuesta obtenida del sistema de 1gd en términos de aceleraciones absolutas para el puente sobre apoyos elastoméricos con un amortiguador viscoso (FVD)

Se observa que la máxima aceleración del sistema es de 0,14g y el máximo desplazamiento de 6,9 cm. Con la rigidez de la estructura, igual a 19 890 kN/m, se obtiene una fuerza absorbida por los apoyos de $19\,890 \cdot 0,069 = 1\,372$ kN. Teniendo en cuenta que la masa del tablero

es de 1299 t, la fuerza total absorbida por la subestructura es de $0,14 \cdot 9,81 \cdot 1299 = 1784$ kN. Ello supone que el amortiguador se lleva una fuerza de $1784 - 1372 = 412$ kN, es decir, un valor próximo a la constante C del aparato.

Los ciclos de alta frecuencia de aceleración positiva y negativa que se producen al principio y al final de la [Figura 47](#) son debidos a que la velocidad se aproxima a cero y es en esta zona donde varía más rápidamente la fuerza del amortiguador (ver [Figura 46](#)). Lo mismo ocurre en los puntos de aceleración máxima, que corresponden a velocidad nula. Se puede observar que tras pasar por la aceleración máxima se producen cambios bruscos en la aceleración debidos a la variación brusca de la fuerza del amortiguador en la zona de velocidades bajas.

Resulta interesante comparar los desplazamientos. En el puente amortiguado el desplazamiento máximo es de 6,9 cm (ver [Figura 48](#)), mientras que, en la solución aislada, pero no amortiguada, el desplazamiento era de 18 cm. Con el amortiguador, se obtiene por tanto una solución más sencilla de resolver desde el punto de vista de los desplazamientos. Además, este desplazamiento pequeño evita que se transmitan acciones horizontales importantes a las pilas. De hecho, en este ejemplo, cada pila tiene una rigidez longitudinal de 3074 kN/m –debida al conjunto de su rigidez más la del apoyo–, por lo que cada pila se llevaría una fuerza de $3074 \cdot 0,069 = 212$ kN, es decir un 12% de la fuerza total, que es, ya de por sí, reducida.

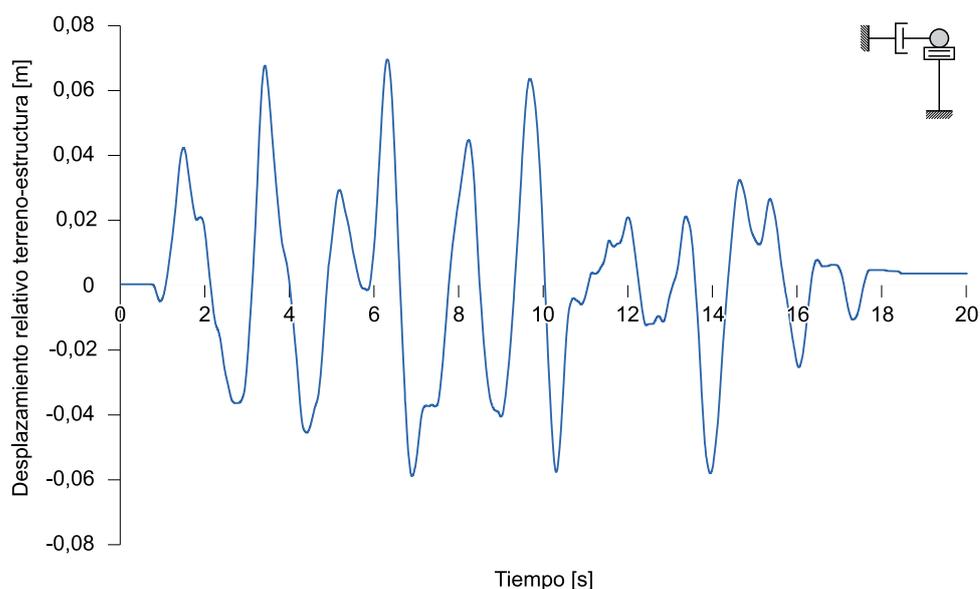


Figura 48 Respuesta obtenida del sistema de 1gdl en términos de desplazamientos relativos entre estructura y terreno para el puente sobre apoyos elastoméricos con un amortiguador viscoso (FVD)

En la [Figura 49](#) se muestra la respuesta del amortiguador en términos de diagrama fuerza–desplazamiento. Se observa un comportamiento marcadamente no lineal que da lugar a ciclos de histéresis que contribuyen a reducir la demanda sobre la subestructura. La fuerza máxima en el amortiguador es del orden de 490 kN, dentro del orden previsto con la precisión utilizada.

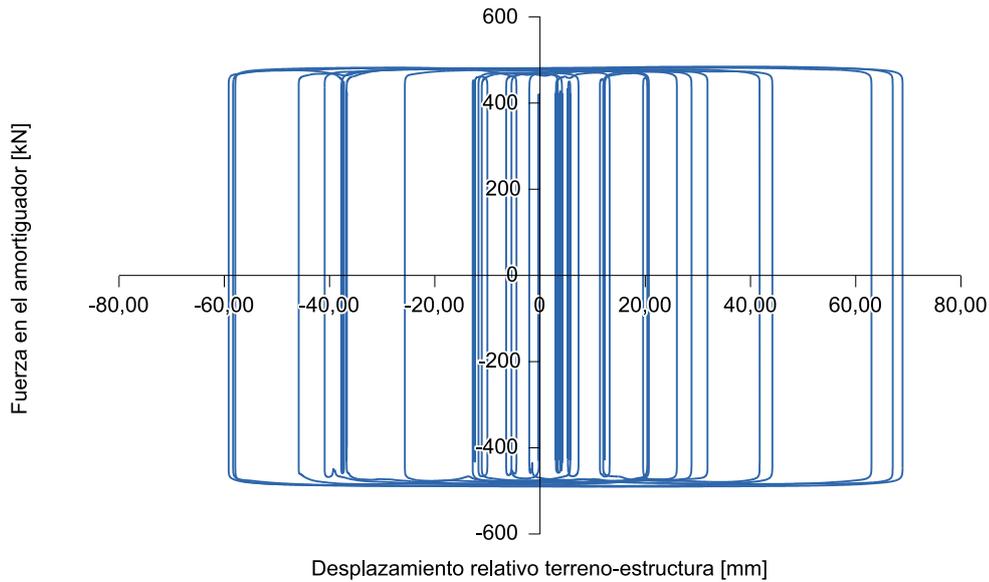


Figura 49 Respuesta del amortiguador en términos de diagrama fuerza-desplazamiento durante el evento sísmico

2.3 Métodos de análisis

El carácter dinámico de la acción sísmica origina sobre los puentes, o en sus elementos estructurales, vibraciones significativas que han de ser analizadas mediante un cálculo dinámico.

Cuando la acción dinámica está perfectamente definida en el tiempo se puede obtener la respuesta de la estructura sometida a dicha acción en términos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones en función del tiempo (historia de respuesta). Por el contrario, en el caso de acciones asociadas a fenómenos aleatorios, como es el sismo, sólo se dispone de información estadística y, por tanto, la respuesta estructural posee el mismo carácter probabilista y, en general, lo que se pretende obtener es la máxima respuesta del sistema en función de ciertos parámetros (espectro de respuesta).

En este apartado se describen algunos de los principales métodos de análisis para determinar los efectos de la acción sísmica en puentes en términos de fuerzas internas y deformaciones, para el posterior dimensionamiento de sus elementos.

Por un lado, están los métodos elástico-lineales. En primer lugar, por su carácter didáctico, por sus potenciales aplicaciones prácticas como primera aproximación al problema y por el hecho de que muchos métodos se basan en él, se presenta el análisis general de un sistema de 1gdl amortiguado sometido a una ley de impulsos cualquiera; su estudio permite introducir todos los conceptos y variables básicos del cálculo dinámico. Posteriormente, se detalla el análisis modal espectral para sistemas con múltiples grados de libertad, siendo éste el método más utilizado en proyecto.

Otra forma de abordar un análisis lineal es el cálculo en el tiempo (historia de respuesta), que se explica en este apartado, por simplicidad de exposición, para un sistema de 1gdl, aplicando para su resolución el método de diferencias finitas en el tiempo.

Por otro lado, y para el caso de puentes en cuya configuración se disponen sistemas de aislamiento no lineales o puentes irregulares (ver apartado 3.6.5), se requieren métodos de análisis no lineales. Como generalización del método de cálculo lineal en el tiempo, se introduce la no linealidad, y la misma se aplica en el análisis dinámico de un sistema no lineal sometido a un acelerograma genérico. Por último, se detalla el método del empuje incremental (*pushover* en inglés), que es el modo de análisis estático no lineal más utilizado en proyecto.

2.3.1 Cálculo lineal de sistemas de un grado de libertad

Un sistema de 1gdl, como el representado en la Figura 50, se caracteriza por su masa M , su rigidez frente al desplazamiento K y su capacidad de disipación de energía mecánica (amortiguamiento viscoso c).

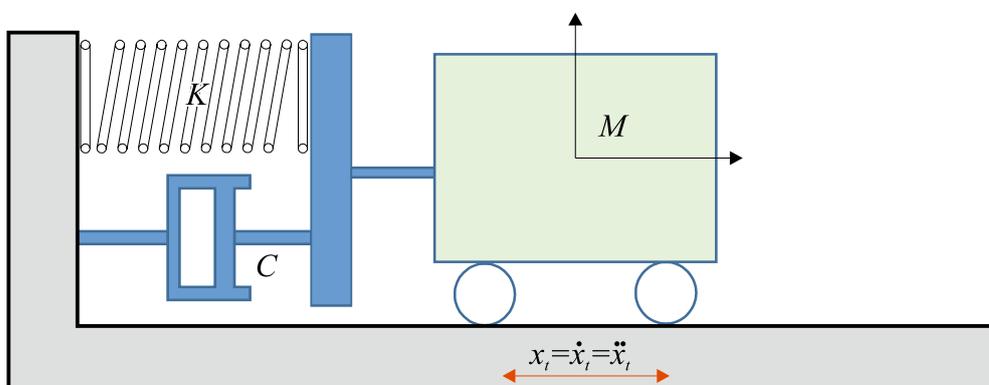


Figura 50 Sistema de 1gdl sometido a un desplazamiento, velocidad y aceleración del terreno

En el caso de un sismo, este sistema se encuentra sometido a una aceleración \ddot{x}_t , una velocidad \dot{x}_t y un desplazamiento x_t absolutos del suelo respecto a un sistema de referencia fijo newtoniano. El sistema responde con una aceleración \ddot{x} , una velocidad \dot{x} y desplazamiento x absolutos del punto másico respecto al sistema de referencia fijo newtoniano.

Aplicando la segunda ley de Newton, la fuerza inercial, producto de la masa por la aceleración absoluta del sistema, debe ser igual a la suma de fuerzas aplicadas sobre el mismo. En este caso, las fuerzas que se transmiten a la masa son, por un lado, la fuerza elástica que es el resultado del desplazamiento relativo entre la masa y el suelo ($x - x_t$) por la constante del muelle K y la fuerza de disipación de energía mecánica que, para un amortiguamiento de tipo fluido viscoso, se puede expresar como la velocidad relativa entre la masa y el suelo ($\dot{x} - \dot{x}_t$) por la constante del amortiguador c .

Por tanto, el equilibrio dinámico de la masa implica que la suma de todas las fuerzas actuantes debe ser nula. La ecuación de equilibrio (ecuación de D'Alembert) se puede formular de acuerdo con la expresión (25) y es, a diferencia del cálculo estático, una ecuación diferencial dependiente del tiempo.

$$M\ddot{x} = -K(x - x_i) - c(\dot{x} - \dot{x}_i) \rightarrow \ddot{x} + \frac{c}{M}(\dot{x} - \dot{x}_i) + \underbrace{\frac{K}{M}}_{\omega^2}(x - x_i) = 0 \rightarrow \quad (25)$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{M}\dot{x} + \omega^2 x = \frac{c}{M}\dot{x}_i + \omega^2 x_i$$

En la expresión (25), el problema queda definido en términos de desplazamientos absolutos. También se puede definir el mismo en términos de desplazamientos relativos del sistema respecto del terreno. En tal caso la expresión (25) se transforma en la expresión (26).

$$(\ddot{x} - \ddot{x}_i) + \frac{c}{M}(\dot{x} - \dot{x}_i) + \omega^2(x - x_i) = -\ddot{x}_i \quad (26)$$

En las expresiones (25) y (26) el término ω es la frecuencia natural angular del sistema, que se define como la raíz cuadrada de la razón entre la rigidez del muelle y la masa (ver expresión (27)).

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (27)$$

Una ecuación de este tipo se resuelve como suma de la solución general de la ecuación homogénea más una solución particular de la ecuación completa. La solución general de una ecuación diferencial lineal homogénea, con coeficientes constantes, se puede poner en los términos de una exponencial como se muestra en la expresión (28), donde A y k son constantes en principio complejas, y t es el tiempo.

$$\ddot{x} + \frac{c}{M}\dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (28)$$

$$x = Ae^{kt}$$

Sustituyendo la solución general en la ecuación diferencial homogénea, se obtiene la llamada ecuación característica, como se detalla en la expresión (29). Para que esta ecuación tenga solución no trivial, es necesario que la expresión de segundo grado en k que queda en el paréntesis sea nula.

$$\left. \begin{array}{l} \ddot{x} + \frac{c}{M}\dot{x} + \omega^2 x = 0 \\ x = Ae^{kt} \end{array} \right\} \rightarrow \left(k^2 + \frac{c}{M}k + \omega^2 \right) Ae^{kt} = 0 \quad (29)$$

Se obtiene por tanto una ecuación de segundo grado en k , cuya solución se proporciona en la expresión (30).

$$k^2 + \frac{c}{M}k + \omega^2 = 0 \rightarrow k = -\frac{c}{2M} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4M^2} - \omega^2} \quad (30)$$

Dependiendo del valor del amortiguamiento, esta ecuación puede tener dos soluciones reales, una solución real doble o dos soluciones imaginarias conjugadas. El amortiguamiento

que da lugar a una raíz real doble se denomina amortiguamiento crítico c_c , y viene dado por la expresión (31). Si el amortiguamiento del sistema es inferior al crítico, al apartarlo de su posición de equilibrio se producirá un movimiento oscilatorio. Sin embargo, para amortiguamientos superiores o iguales al amortiguamiento crítico el comportamiento es diferente y no se produce movimiento oscilatorio.

$$\sqrt{\frac{c^2}{4M^2} - \omega^2} = 0 \rightarrow c_c = 2M\omega \quad (31)$$

Resulta interesante expresar el amortiguamiento de la estructura en términos relativos al amortiguamiento crítico, de acuerdo con la expresión (32). Se denomina índice de amortiguamiento ξ a la relación entre el amortiguamiento y el amortiguamiento crítico.

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2M\omega} \rightarrow c = 2M\omega\xi \quad (32)$$

Las estructuras tienen un amortiguamiento subcrítico ($\xi < 1$), por lo que sólo se va a estudiar este caso. En estas circunstancias, la ecuación característica tiene dos raíces imaginarias conjugadas, según se desarrolla en la expresión (33), donde ω_d es la frecuencia angular natural del sistema amortiguado. La solución a la ecuación diferencial es, en estos casos, una combinación lineal de estas soluciones.

$$k^2 + \frac{c}{M}k + \omega^2 = 0 \rightarrow k = -\frac{c}{2M} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4M^2} - \omega^2} = -\xi\omega \pm i\omega\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (33)$$

$$x = Ae^{\left(-\xi\omega + i\omega\sqrt{1-\xi^2}\right)t} + Be^{\left(-\xi\omega - i\omega\sqrt{1-\xi^2}\right)t} = e^{-\xi\omega t} \left(Ae^{i\omega_d t} + Be^{-i\omega_d t} \right)$$

En la tercera ecuación de la expresión (33) A y B son constantes complejas. Sin embargo se puede demostrar que A y B son números complejos conjugados y, por lo tanto, la respuesta es real, pudiéndose reescribir mediante la expresión (34), donde a y b son constantes reales que dependen de las condiciones iniciales del sistema².

2 Mediante la identidad de Euler las exponenciales se pueden poner en términos de funciones seno y coseno:

$$x = e^{-\xi\omega t} \left(Ae^{i\omega_d t} + Be^{-i\omega_d t} \right) = \left(A\cos \omega_d t + iA\text{sen} \omega_d t + B\cos \omega_d t - iB\text{sen} \omega_d t \right)$$

En general A y B son números complejos:

$$A = a_1 + ia_2$$

$$B = b_1 + ib_2$$

Sustituyendo las expresiones de A y B en la expresión de x se obtiene la expresión siguiente:

$$x = e^{-\xi\omega t} \left((a_1 + b_1)\cos \omega_d t + (b_2 - a_2)\text{sen} \omega_d t + i(a_2 + b_2)\cos \omega_d t + i(a_1 - b_1)\text{sen} \omega_d t \right)$$

Dado que x tiene que ser real, se deben anular los términos complejos por lo que:

$$a_2 + b_2 = 0 \rightarrow b_2 = -a_2$$

$$a_1 - b_1 = 0 \rightarrow b_1 = a_1$$

$$x = e^{-\xi\omega t} \left(2a_1\cos \omega_d t - 2a_2\text{sen} \omega_d t \right) = e^{-\xi\omega t} \left(a\cos \omega_d t + b\text{sen} \omega_d t \right)$$

$$x = e^{-\xi\omega t} (a \cos \omega_d t + b \operatorname{sen} \omega_d t) \quad (34)$$

Si se plantean las condiciones $x(0) = x_0$ y $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, las constantes a y b se puede determinar como se muestra en la ecuación (35), en donde también se vuelve a reescribir la solución de la ecuación diferencial en función del valor de estas constantes, de acuerdo con los valores de las condiciones iniciales del sistema.

$$\begin{aligned} x(0) &= e^{-\xi\omega \cdot 0} (a \cos \omega_d \cdot 0 + b \operatorname{sen} \omega_d \cdot 0) = x_0 \rightarrow a = x_0 \\ \dot{x} &= -\xi\omega e^{-\xi\omega t} (a \cos \omega_d t + b \operatorname{sen} \omega_d t) + e^{-\xi\omega t} \omega_d (-a \operatorname{sen} \omega_d t + b \cos \omega_d t) \rightarrow \\ \dot{x}(0) &= -\xi\omega x_0 + \omega_d b = \dot{x}_0 \quad (35) \\ b &= \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega x_0}{\omega_d} \\ x &= e^{-\xi\omega t} \left(x_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega x_0}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d t \right) \end{aligned}$$

El análisis anterior da lugar a una solución de la ecuación homogénea. Además, resulta necesario obtener una solución particular de la ecuación completa. Al tratarse de un sismo, la acción exterior está disponible generalmente en términos de un acelerograma. Se conoce, por tanto, la acción que, sin embargo, resulta tener una ley compleja que no se puede expresar fácilmente en términos analíticos.

Para obtener una solución a un problema de este tipo en el dominio del tiempo, se puede dividir la ley de fuerzas exteriores en una serie de impulsos, es decir de fuerzas de valor constante que se aplican durante un intervalo de tiempo muy corto respecto del periodo propio del sistema, determinar la respuesta del sistema para cada impulso y obtener la respuesta del sistema como superposición de las respuestas ante los impulsos individuales.

En la [Figura 51](#), se representa una historia de cargas genérica y un impulso de duración $d\tau$ que se produce en un instante de tiempo τ , y que se puede aproximar como un impulso rectangular de fuerza constante $F(\tau)$ en el intervalo $d\tau$.

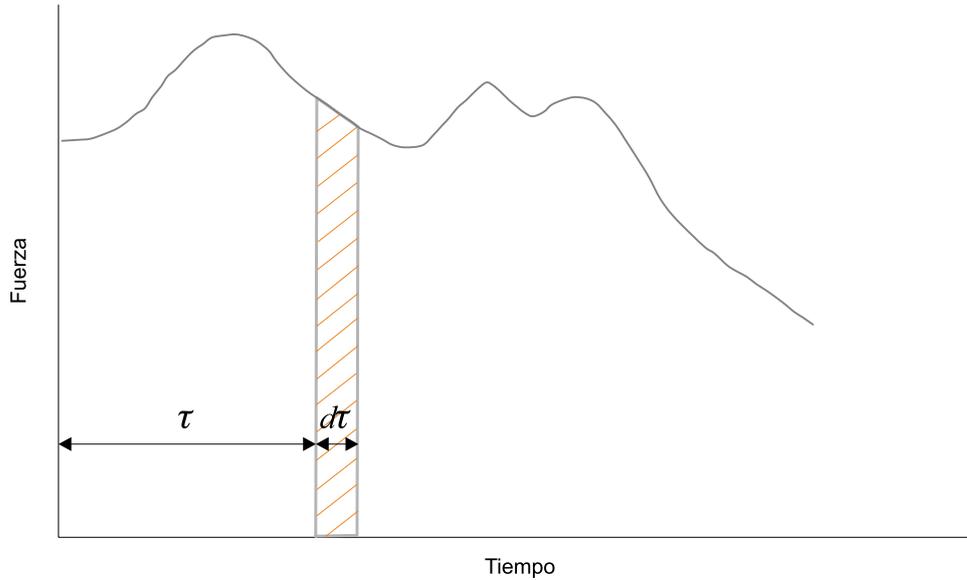


Figura 51 Definición de un impulso

Resulta sencillo obtener la solución de la ecuación diferencial cuando la sollicitación exterior es un impulso. Si se considera un sistema inicialmente en reposo y que tras el impulso no se aplican otras fuerzas, a partir del instante en que deja de actuar la carga impulsiva el sistema se comporta como un sistema en oscilación libre cuya solución se conoce, tal y como antes se ha deducido (ver expresión (35)). El impulso solamente impone unas condiciones iniciales que son condiciones de velocidad. Si el impulso se aplica en un tiempo τ , la aceleración debida a esta fuerza será igual a la fuerza dividida por la masa, y esta aceleración repentina dará lugar a una velocidad de valor igual a la aceleración por el diferencial de tiempo. De esta forma se obtiene la solución que se muestra en la expresión (36).

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}(\tau) &= \frac{F(\tau)}{M} \rightarrow \dot{x}(\tau) = \frac{F(\tau)}{M} d\tau \\
 x_0 &= 0 \\
 x &= e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(x_0 \cos \omega_d(t-\tau) + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega x_0}{\omega_d} \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right)
 \end{aligned} \right\} \rightarrow \quad (36)$$

$$x = e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{F(\tau)}{M\omega_d} d\tau \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right)$$

Para obtener la respuesta del sistema frente a la acción exterior completa en el dominio tiempo basta con integrar dicha respuesta frente a los distintos impulsos a lo largo del tiempo, obteniéndose la integral de Duhamel (expresión (37)) que es reproducción de la expresión (4).

$$x = \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{F(\tau)}{M\omega_d} \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right) d\tau = \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right) d\tau \quad (37)$$

Generalmente, esta integral deberá resolverse numéricamente. No obstante, esta aproximación permite calcular la respuesta de un sistema lineal de 1gdl frente a cualquier solicitación, por complicada que ésta sea.

2.3.2 Cálculo lineal de sistemas de múltiples grados de libertad: Análisis modal espectral

2.3.2.1 Planteamiento del método

El análisis modal espectral es el más habitualmente aplicado en el cálculo de puentes frente a la acción sísmica, y se emplea cuando es necesario idealizar la estructura mediante sistemas de múltiples grados de libertad. El método se basa en combinar mediante reglas aproximadas las respuestas máximas de la estructura en diferentes modos de vibración. La respuesta máxima en cada modo se obtiene a partir del análisis de un sistema de 1gdl ficticio de frecuencia igual a la del modo de vibración, y con una masa y un amortiguamiento generalizados correspondientes a dicho modo.

Esto se consigue realizando un cambio del sistema de coordenadas que permite desacoplar las ecuaciones de equilibrio dinámico mediante el uso de los autovalores de la matriz de frecuencias angulares, $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$. Se trata de un método que conlleva un aparato matemático importante que se expone a continuación de forma relativamente sintética pero intentando fijar los conceptos más importantes, formulándose con mayor detalle algunos aspectos del método en el [ANEJO B](#) y el [ANEJO C](#). Asimismo esta exposición se complementa posteriormente a través de alguno de los ejemplos del capítulo 5.

Como ya se expuso en el apartado 2.1.4, en un sistema de 1gdl, la respuesta máxima del sistema se obtiene a partir del espectro de respuesta en función del periodo de vibración del sistema de 1gdl. Se trata por lo tanto de un problema de resolución inmediata. Sin embargo, cuando existen varios grados de libertad que movilizan un porcentaje significativo de masa, como es el caso de puentes largos con tableros flexibles en dirección transversal, el problema se complica. En este caso, el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico da lugar a un sistema de ecuaciones acopladas, debido a que generalmente la matriz de rigidez del sistema \mathbf{K} y la matriz de amortiguamiento \mathbf{C} no son matrices diagonales (ver expresión (38)). En la expresión (38) \mathbf{M} es la matriz de masas (que en muchas ocasiones se asimila a una matriz diagonal mediante el uso masas concentradas), $\ddot{\mathbf{x}}$ es el vector de aceleraciones, $\dot{\mathbf{x}}$ es el vector de velocidades, \mathbf{x} el vector de desplazamientos y $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ es el vector de fuerzas dinámicas aplicadas en los distintos grados de libertad.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{t}) \quad (38)$$

Si la ecuación (38) se formula en términos de desplazamientos relativos de la estructura respecto del terreno (ver expresiones (28) y (29)), y se trata de cargas provocadas por movimientos del suelo, la fuerza $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ es igual al producto de la masa por la aceleración del suelo, con signo cambiado, y la ecuación (38) se transforma en la expresión (39), donde $\ddot{\mathbf{x}}_t(\mathbf{t})$ es el producto del vector de arrastre por la aceleración del suelo.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_t(\mathbf{t}) \quad (39)$$

Para una componente determinada del movimiento del suelo provocado por el terremoto, las componentes del vector de arrastre son los movimientos que experimentaría la estructura en los grados de libertad considerados, si ésta fuese infinitamente rígida y el suelo experimentase un desplazamiento unitario en la dirección considerada del terremoto.

2.3.2.2 Modos propios de vibración y factor de participación modal

El sistema de ecuaciones diferenciales queda desacoplado (ver ANEJO B) en m ($m \leq n$) ecuaciones, resolubles de muchas maneras, una de las cuales ya se ha expuesto en el apartado 2.3.1 y cuya expresión genérica se proporciona en la expresión (40), para una aceleración del terreno dirigida en sentido X .

$$\ddot{q}_i + \frac{C_i^*}{M_i^*} \dot{q}_i + (\Omega_i^*)^2 q_i = - \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_{ji} m_{jk} J_{k,x}}{M_i^*} \ddot{x}_{t,x} = \frac{\varphi^{T(i)} \mathbf{M} \mathbf{J}_x}{M_i^*} \ddot{x}_{t,x} \quad (40)$$

La expresión (40) se puede escribir de forma más compacta como en la expresión (41).

$$\ddot{q}_i + \frac{C_i^*}{M_i^*} \dot{q}_i + \frac{K_i^*}{M_i^*} q_i = \frac{F_i^*}{M_i^*} \quad (41)$$

siendo F_i^* lo que se denomina carga sísmica generalizada en el modo de vibración i .

La ecuación (41) es formalmente idéntica a la ecuación de un sistema ficticio de 1gdl de masa M_i^* , rigidez K_i^* , y coeficiente de amortiguamiento C_i^* , sometido a una fuerza sísmica de valor F_i^* . La solución de la ecuación diferencial (41) proporciona la contribución del modo de vibración i a la respuesta total del sistema. De la misma forma que en sistemas de 1gdl se definió el índice de amortiguamiento ξ como el cociente entre el coeficiente de amortiguamiento c y dos veces la masa por la frecuencia circular, se define como índice de amortiguamiento en el modo i , ξ_i , al cociente dado por la expresión (42).

$$\xi_i = \frac{C_i^*}{2M_i^* \Omega_i^*} \quad (42)$$

El escalar F_i^* se puede reescribir también como se formula a continuación (ver expresión (43)).

$$\frac{F_i^*}{M_i^*} = \frac{\varphi^{T(i)} \mathbf{M} \mathbf{J}_x}{M_i^*} \ddot{x}_{t,x} = \Gamma_i \ddot{x}_{t,x} \quad (43)$$

donde al factor $\Gamma_i = \frac{\varphi^{T(i)} \mathbf{M} \mathbf{J}_x}{M_i^*}$ se le denomina *factor de participación modal* del modo i .

Como se detalla en el ANEJO C, los modos propios de vibración sólo quedan definidos como una relación entre los grados de libertad del sistema, pero su magnitud absoluta es arbitraria y se pueden normalizar con distintos criterios. Por ello, el valor de la masa generalizada M_i^* depende de cómo se normalicen los vectores propios $\varphi^{(i)}$. Un criterio utilizado con frecuencia para normalizar los vectores $\varphi^{(i)}$ es que las masas generalizadas del sistema sean unitarias ($M_i^* = 1$).

2.3.2.3 Análisis modal espectral

La respuesta máxima en cada modo de vibración se puede obtener fácilmente a partir del espectro de respuesta visto anteriormente. Nótese, sin embargo, que el segundo miembro de la ecuación diferencial del sistema de un grado de libertad cuyos valores máximos quedan representados en el espectro elástico de respuesta es distinto al de la ecuación diferencial (41). La diferencia entre ambas es que en ésta última la aceleración del terreno $\left(\frac{F_i^*}{M_i^*}\right)$ que representa el segundo miembro está multiplicada por el factor de participación modal Γ_i .

El espectro de respuesta permite definir la respuesta máxima de cada sistema de 1gdl, ya sea en términos de aceleraciones o desplazamientos en *coordenadas normales* a partir del periodo propio del sistema como se muestra en la expresión (44). Es importante subrayar que el espectro $S_{d,k}(T_i)$ debe ser el correspondiente a la dirección k en estudio. Como ya se ha indicado anteriormente, en general se consideran independientemente tres direcciones para el sismo ($k = x$, $k = y$ o $k = z$), repitiendo el análisis para cada una de estas direcciones. Esta separación es necesaria, al menos al tener en cuenta la dirección vertical dado que normalmente, se considera un espectro diferente en dirección vertical y en dirección horizontal (ver apartados 2.1.4 y 3.4.1).

En la expresión (44) aparecen los factores de participación modal Γ_i porque tal y como se ha indicado anteriormente el sistema de 1gdl ficticio en coordenadas normales está sometido a una aceleración que es Γ_i veces la empleada para generar los espectros de respuesta S_d-T .

$$\begin{aligned}\ddot{q}_{i,\max} &= \Gamma_i S_d(T_i) = \frac{\varphi^{T(i)} \mathbf{M} \mathbf{J}}{M_i^*} S_d(T_i) \\ q_{i,\max} &= \left(\frac{T_i}{2\pi}\right)^2 \ddot{q}_{i,\max} = \left(\frac{T_i}{2\pi}\right)^2 \frac{\varphi^{T(i)} \mathbf{M} \mathbf{J}}{M_i^*} S_d(T_i)\end{aligned}\quad (44)$$

Obtener la respuesta máxima en términos de las coordenadas originales (físicas) por aplicación de la expresión (175), como se expresa en la expresión (45), conduciría a resultados excesivamente conservadores, dado que supondría considerar que todos los modos de vibración alcanzan su valor máximo en cada nudo de forma simultánea, lo cual resulta muy poco probable. Por ello, para estimar la respuesta máxima total, se establecen fórmulas aproximadas basadas en criterios estadísticos que tienen en cuenta esta baja probabilidad de ocurrencia. Las reglas de combinación más empleadas se desarrollan en el apartado 2.3.2.3.1.

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{i,\max} &= \sum_{j=1}^{j=m} \phi_{i,j} \ddot{q}_{j,\max} \\ x_{i,\max} &= \sum_{j=1}^{j=m} \phi_{i,j} q_{j,\max}\end{aligned}\quad (45)$$

2.3.2.3.1 Criterios de combinación

El criterio más habitual de combinación de los modos propios de vibración es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). Esta regla se aplica a los efectos del sismo.

Estos efectos pueden ser, por ejemplo, desplazamientos o esfuerzos que se producen al imponer sobre la estructura una deformada afin a un modo propio dado, escalada por la coordenada generalizada $q_{j,\max}$. Es decir que en cada nudo i de la estructura se impone, para el modo de vibración j , un desplazamiento igual al definido en la expresión (46):

$$\delta_{ij} = q_{j,\max} \phi_{ij} = \left(\frac{T_j}{2\pi} \right)^2 \Gamma_j S_{d,k} (T_j) \phi_{ij} \quad (46)$$

Si se denomina E_j a la respuesta de la estructura (o efecto producido en la estructura) al imponer sobre la misma el modo propio j escalado según la coordenada generalizada $q_{j,\max}$, la respuesta de la estructura frente al conjunto de todos los modos propios de vibración considerados se puede obtener, de acuerdo con el criterio SRSS mediante la regla de combinación de la expresión (47) donde m es el número de modos propios considerados.

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^m E_j^2} \quad (47)$$

Sin embargo, esta regla puede resultar insegura cuando los periodos propios de los modos de vibración que se combinan difieren menos del 10%. En estos casos deben utilizarse métodos de combinación más complejos.

La regla más clásica para estos casos es la de combinación cuadrática completa (CQC) que resulta bastante más compleja y que también recoge UNE-EN 1998-2. Su formulación se da en la expresión (48).

$$E = \sqrt{\sum_{k=1}^j \sum_{j=1}^m E_k r_{kj} E_j} = \sqrt{\mathbf{E}^T \mathbf{r} \mathbf{E}} \quad (48)$$

$$r_{kj} = \frac{8\sqrt{\xi_k \xi_j} (\xi_k + \rho_{jk} \xi_j) \rho_{jk}^{3/2}}{(1 - \rho_{jk}^2)^2 + 4\xi_k \xi_j \rho_{jk} (1 + \rho_{jk}^2) + 4(\xi_k^2 + \xi_j^2) \rho_{jk}^2}$$

$$\rho_{jk} = \frac{T_j}{T_k} \leq 1$$

Otro problema que debe abordarse es cómo combinar las distintas componentes del sismo. Anteriormente se ha indicado que lo habitual es considerar independientemente el sismo en cada una de las direcciones X , Y , y Z^3 . En estas condiciones, el criterio más habitual es considerar tres combinaciones, adoptando en cada una de ellas el valor completo del sismo en una dirección y combinándolo con el 30% de los sismos en las otras dos direcciones, como se muestra en la expresión (49), aunque también se puede utilizar la regla SRSS aplicada a las tres direcciones.

3 La dirección X es la dirección longitudinal del puente. De acuerdo con la referencia [30], si el puente es curvo y relativamente largo la dirección longitudinal se puede tomar como la cuerda que une los puntos de intersección del eje del tablero con los ejes de los estribos.

La dirección Y es la dirección horizontal perpendicular a X . En el caso de puentes muy esviados y anchos, puede ser más adecuado tomar la dirección longitudinal como la perpendicular al eje de los apoyos y la dirección Y como la dirección paralela al eje de los apoyos.

La dirección Z es la dirección vertical.

$$\begin{aligned}
 & E_{Edx} + 0,30E_{Edy} + 0,30E_{Edz} \\
 & 0,30E_{Edx} + E_{Edy} + 0,30E_{Edz} \\
 & 0,30E_{Edx} + 0,30E_{Edy} + E_{Edz}
 \end{aligned} \tag{49}$$

2.3.2.3.2 Concepto de masa movilizada o masa modal efectiva

El número de modos propios es igual al número de grados de libertad del sistema. Dado que, en un sistema tridimensional, cada nudo supone 6 grados de libertad, la consideración de todos los modos propios no es, generalmente, conveniente por razones de tiempo de cálculo. A esta circunstancia se une el hecho de que la contribución de algunos de los modos propios es muy pequeña, de tal forma que normalmente se considera un número reducido de modos propios.

Por otra parte, es indudable que el valor de los desplazamientos y de los esfuerzos aumenta al considerar un mayor número de modos propios, dado que la regla de combinación suma siempre valores positivos. En general se admite que el número de modos propios considerado es suficiente si la masa movilizada o *masa modal efectiva* en cada dirección supera el 90% de la masa total.

Para entender este concepto se considera el cortante basal que aparece en la estructura debido al sismo en una determinada dirección. Si se analiza, por ejemplo la dirección X , y se supone que la matriz de masas es diagonal, el cortante basal en esta dirección se puede obtener como la suma de las masas tributarias de cada nudo por la aceleración absoluta de respuesta de cada nudo en la dirección X , o, de forma más general como en la expresión (50).

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n m_{ii} \ddot{x}_{i,\max} &= \sum_{i=1}^n m_{ii} \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} \ddot{q}_{j,\max} = \sum_{i=1}^n m_{ii} \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} \Gamma_j S_d(T_j) = \\
 & \sum_{i=1}^n m_{ii} \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \varphi_{lj} m_{lk} J_k}{M_j^*} S_d(T_j) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n m_{ii} \varphi_{ij} \varphi_{lj} m_{lk} J_k S_d(T_j)}{M_j^*}
 \end{aligned} \tag{50}$$

Aplicando la condición de que la matriz de masas es diagonal, y teniendo en cuenta que los autovectores son ortogonales entre sí, la expresión (50) se simplifica de acuerdo con la expresión (51):

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n m_{ii} \ddot{x}_{i,\max} &= \sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n m_{ii} \varphi_{ij} \varphi_{lj} m_{lk} J_k}{M_j^*} S_d(T_j) = \sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^n m_{ii} \varphi_{ij} \varphi_{ij} m_{ii} J_i}{M_j^*} S_d(T_j) = \\
 & \sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^n m_{ii}^2 \varphi_{ij}^2 J_i}{M_j^*} S_d(T_j)
 \end{aligned} \tag{51}$$

Como la fuerza resultante debe ser la misma empleando las coordenadas físicas originales o empleando las coordenadas normales, se debe verificar que:

$$M_{total} = \sum_1^n m_{ii} = \sum_{j=1}^m \frac{\sum_{i=1}^n m_{ii}^2 \varphi_{ij}^2 J_i}{M_j^*} \quad (52)$$

La masa movilizada es la que se obtiene de la expresión (52) para un número m de autovectores, menor o igual que el número de grados de libertad. Al aumentar el número de modos propios considerados, la masa movilizada se aproxima al valor total de la masa de la estructura.

2.3.3 Cálculo lineal en el tiempo

Este tipo de análisis es relevante cuando se dispone de registros sísmicos y permite conocer la historia de desplazamientos, velocidades y aceleraciones de una estructura. Sin embargo, su aplicación más clara se aborda en el apartado 2.3.4 donde este cálculo se generaliza para el caso en el que la respuesta de la estructura no es lineal. Este tipo de análisis resulta imprescindible en el caso de estructuras con sistemas de amortiguamiento (disipadores de energía).

El cálculo en el tiempo supone resolver la ecuación diferencial dinámica, o el sistema de ecuaciones diferenciales dinámicas, discretizando el tiempo en intervalos lo suficientemente pequeños y aplicando diferencias finitas para estimar el valor de la velocidad y de la aceleración a partir de valores conocidos de los desplazamientos, obtenidos en pasos de cálculo anteriores. De esta forma, si se considera, por simplicidad de exposición, un sistema de 1gdl, se tiene la formulación de la expresión (53), donde x_r , \dot{x}_r y \ddot{x}_r son los desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativos de la estructura respecto del terreno y Δt es la amplitud de los pasos de tiempo considerados en la discretización. En esta ecuación se plantea la ecuación dinámica del sistema de 1gdl y se establecen las aproximaciones de la velocidad y de la aceleración en el paso i a partir de los desplazamientos de los pasos i , $i-1$ e $i-2$, según la expresión (53).

$$\begin{aligned} (\ddot{x} - \ddot{x}_r) + \frac{c}{M}(\dot{x} - \dot{x}_r) + \omega^2(x - x_r) &= -\ddot{x}_r \rightarrow \\ \ddot{x}_r + \frac{c}{M}\dot{x}_r + \omega^2 x_r &= -\ddot{x}_r \\ \dot{x}_{r,i} &= \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} \\ \ddot{x}_{r,i} &= \frac{\dot{x}_{r,i} - \dot{x}_{r,i-1}}{\Delta t} = \frac{x_{r,i} - x_{r,i-1}}{(\Delta t)^2} - \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} = \frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} \end{aligned} \quad (53)$$

Si se introducen estos valores de velocidad y aceleración en la ecuación diferencial y se despeja el valor del desplazamiento relativo de la estructura respecto del terreno en el paso i , $x_{r,i}$, se obtiene una ecuación recurrente que permite resolver el problema (ver expresión (54)).

$$\frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{M} \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} + \omega^2 x_{r,i-1} = -\ddot{x}_t \rightarrow$$

$$\frac{x_{r,i}}{(\Delta t)^2} = -\ddot{x}_t + \frac{2x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{M} \frac{(x_{r,i-1} - x_{r,i-2})}{\Delta t} - \omega^2 x_{r,i-1} \rightarrow$$

$$x_{r,i} = -\ddot{x}_t (\Delta t)^2 + 2x_{r,i-1} - x_{r,i-2} + \frac{c}{M} (x_{r,i-1} - x_{r,i-2}) \Delta t - \omega^2 x_{r,i-1} (\Delta t)^2$$
(54)

Estas expresiones son generales y permiten imponer un desplazamiento inicial dando un valor no nulo a $x_{r,0}$, o una velocidad impuesta $v_{r,0} = (x_{r,1} - x_{r,0}) / \Delta t$.

En el caso de un sismo se parte de un sistema en reposo y por tanto $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$ y $x_1 = 0$, lo cual implica también que $\dot{x}_1 = 0$. Por otra parte, el valor de $\ddot{x}_{t,0}$ corresponde al primer valor de la aceleración del suelo cuando se inicia el movimiento sísmico.

Para que el cálculo en el tiempo dé lugar a valores fiables, resulta necesario que la discretización del tiempo, Δt sea al menos inferior al periodo propio de la estructura dividido por 10.

Para ilustrar la aplicación del método se va a considerar de nuevo el puente de la [Figura 20](#) y la [Figura 21](#), y su análisis en la dirección longitudinal. Esta estructura, como ya se indicó anteriormente, tiene una masa de 1 319 t, una rigidez de 246 982 kN/m, un índice de amortiguamiento de $\xi = 5\%$ y el periodo propio es de 0,46 s. De los datos anteriores se deduce que el amortiguamiento c será igual a:

$$c = \xi c_c = \xi 2 M \omega = \xi 2 M \frac{2\pi}{T} = 0,05 \cdot 2 \cdot 1319 \frac{2\pi}{0,46} = 1804 \frac{\text{t}}{\text{s}}$$
(55)

Se va a considerar una aceleración en escalón que dé lugar a una respuesta similar a la correspondiente al sismo considerado en proyecto. Para ello, se considera una aceleración positiva del terreno de 0,15g de $T/2 = 0,23$ s de duración seguida de una aceleración de igual magnitud y duración, pero de sentido contrario. Se adopta una discretización $\Delta t = 0,01$ s, lo cual supone $T/46$.

Se observa en la [Figura 52](#), que reproduce parcialmente una hoja de cálculo que implementa las expresiones de (53) y (54), que la respuesta de la estructura (desplazamiento relativo respecto del terreno máximo de 2,7 cm y aceleración absoluta máxima del tablero de 0,51g) son los mismos valores que se obtuvieron en el análisis espectral del primer modo de vibración longitudinal que se llevó a cabo para esta estructura en el apartado 2.2.1.

1. DATOS PRIMARIOS

K [kN/m] =	246982	rigidez de las pilas
ξ =	0.05	amortiguamiento relativo
M [ton] =	1319	masa del tablero+0.5 masa de las pilas
Δt [s] =	0.01	discretización del tiempo
dt [s] =	0.23	duración de la fase de aceleración
a_{\max} [g] =	0.15	aceleración del terreno impuesta

2. DATOS DERIVADOS

ω^2 [rad/s]=	187.25
C =	1804.91
T [s]=	0.46

3. RESULTADOS

		Valores relativos respecto del terreno			acel. terreno	aceleración absoluta
		$x_{r,max}$	$(dx/dt)_{r,max}$	$(d^2x/dt^2)_{r,max}$	$(d^2x/dt^2)_t$	$(d^2x/dt^2)_{max}$
		[m]	[m/s]	[g]	[g]	[g]
Respuesta máxima =		0.027	0.34	0.51	0.15	0.51
Paso	t [s]	$x_{r,i}$ [m]	$(dx/dt)_{r,i}$ [m/s]	$(d^2x/dt^2)_{r,i}$ [g]	$(d^2x/dt^2)_{t,i}$ [g]	
0	0	0.0	0.0	0.000	0.150	0.2
1	0.01	0	0.0	0.000	0.150	0.2
2	0.02	0.0	0.0	-0.148	0.150	0.0
3	0.03	0.0	0.0	-0.143	0.150	0.0
4	0.04	0.0	0.0	-0.136	0.150	0.0
5	0.05	0.0	-0.1	-0.126	0.150	0.0
6	0.06	0.0	-0.1	-0.114	0.150	0.0
7	0.07	0.0	-0.1	-0.100	0.150	0.0
8	0.08	0.0	-0.1	-0.085	0.150	0.1

Figura 52 Reproducción parcial de hoja de cálculo para la implementación de un cálculo lineal en el tiempo

En la [Figura 53](#) se muestra la historia de desplazamientos de la estructura respecto del terreno correspondiente a la aceleración (ficticia) supuesta para el terreno. Igualmente, en la [Figura 54](#) se muestra la historia de aceleraciones. En este gráfico se incluye la aceleración del terreno, la aceleración relativa de la estructura respecto del terreno y la aceleración absoluta de la estructura, que es el valor significativo para estimar las fuerzas de inercia que actúan sobre el puente. Estos gráficos han sido obtenidos a partir de la hoja de cálculo que se muestra en la [Figura 52](#).

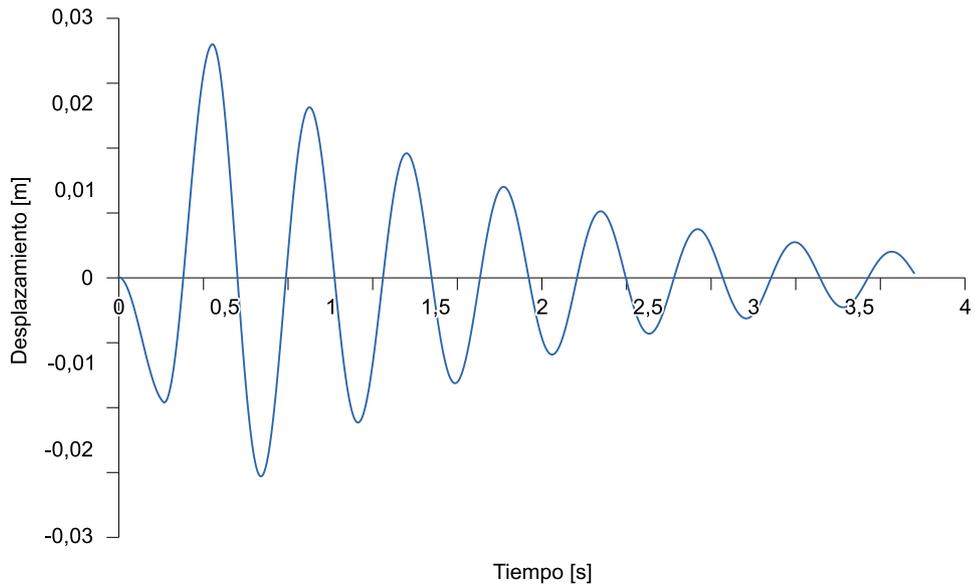


Figura 53 Historia de desplazamientos relativos respecto del terreno del cálculo lineal

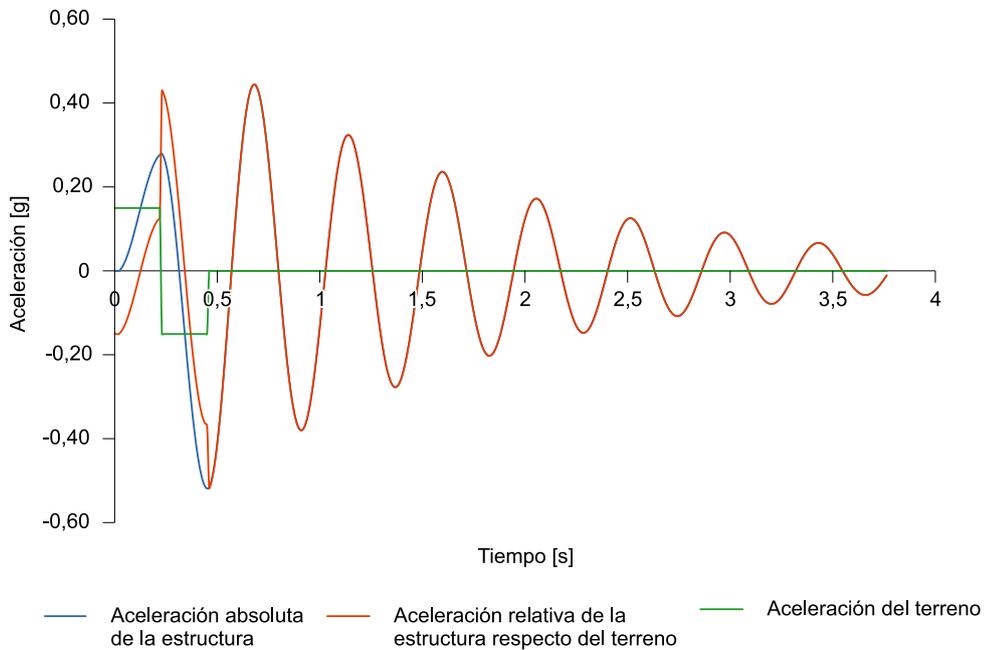


Figura 54 Historia de aceleraciones del cálculo lineal

2.3.4 Cálculo no lineal en el tiempo

El cálculo en el tiempo se adapta fácilmente a una no linealidad mecánica y se puede aplicar, por ejemplo, al caso en que se considere el comportamiento no lineal de las pilas de la estructura o, como se mencionó anteriormente, la presencia de un amortiguador.

Si se vuelve a escribir la ecuación (53), considerando, de nuevo, un sistema de 1gdl, pero sustituyendo $\omega^2 x_r = (K/M)x_r$ por su expresión en términos de fuerza con su valor genérico $F(x_r)/M$, se obtiene el planteamiento de la expresión (56).

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_r + \frac{c}{M} \dot{x}_r + \frac{F(x_r)}{M} &= -\ddot{x}_i \\
\dot{x}_{r,i} &= \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} \\
\ddot{x}_{ri} &= \frac{\dot{x}_{r,i} - \dot{x}_{r,i-1}}{\Delta t} = \frac{x_{r,i} - x_{r,i-1}}{(\Delta t)^2} - \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} = \frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} \\
F_i(x_{r,i-1}) &= F_{i-1}(x_{r,i-2}) + K_{\tan}(x_{r,i-1} - x_{r,i-2})
\end{aligned} \tag{56}$$

Como se puede ver en la cuarta línea de la expresión (56), la fuerza F_i se obtiene a partir de la fuerza del paso anterior F_{i-1} , y la rigidez tangente correspondiente. Resulta necesario calcular, en cada paso, cuál es la rigidez tangente que tiene el sistema, teniendo en cuenta los ciclos de histéresis.

De la misma forma que en el cálculo lineal del apartado anterior, introduciendo estos valores de velocidad y aceleración en la ecuación diferencial y despejando el valor del desplazamiento relativo de la estructura respecto del terreno en el paso i , $x_{r,i}$, se obtiene una ecuación recurrente que permite resolver el problema (ver expresión (57)). En la tercera línea queda expresada, además, la recurrencia del término correspondiente a la fuerza en el paso i , F_i

$$\begin{aligned}
\frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{M} \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} + \frac{F_i(x_{r,i-1})}{M} &= -\ddot{x}_i \rightarrow \\
\frac{x_{r,i}}{(\Delta t)^2} &= -\ddot{x}_i + \frac{2x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{M} \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} - \frac{F_i(x_{r,i-1})}{M} \rightarrow \\
x_{r,i} &= -\ddot{x}_i (\Delta t)^2 + 2x_{r,i-1} - x_{r,i-2} + \frac{c}{M} (x_{r,i-1} - x_{r,i-2}) \Delta t - \frac{F_{i-1}(x_{r,i-2}) + K_{\tan}(x_{r,i-1} - x_{r,i-2})}{M} (\Delta t)^2
\end{aligned} \tag{57}$$

Si se adopta una ecuación constitutiva bilineal como la de la Figura 55 (que se considera simétrica en compresión y tracción), se producirá un primer cambio de pendiente cuando el desplazamiento alcance, por primera vez, el desplazamiento de plastificación δ_y , pasando la rigidez de K_1 a K_2 (ver Figura 56). Esta rigidez se mantendrá hasta que la velocidad relativa terreno–estructura se anule, para un desplazamiento x_0 , a partir del cual se producirá una descarga a lo largo de una curva con pendiente K_1 . Esta pendiente se mantendrá hasta que el desplazamiento relativo, respecto de la posición x_0 alcance un valor (en términos absolutos) de $2\delta_y$ (ver expresión (58)), a partir de cuyo momento habrá un nuevo cambio de pendiente, K_2 , que se mantendrá hasta que se anule nuevamente la velocidad relativa, reproduciéndose el ciclo y generándose una curva fuerza–desplazamiento como la de la Figura 61, en la que pueden observarse los ciclos de histéresis.

$$|x - x_0| = 2\delta_y \tag{58}$$

Con objeto de desarrollar un ejemplo que permita aclarar la forma de aplicar las ecuaciones de la expresión (56) se va a considerar que las pilas tienen un comportamiento bilineal, asimilable al comportamiento descrito en el apartado 2.2.4 y reflejado con claridad en la Figura 29. De esta forma se considera una primera rama de 69 079 kN/m de rigidez hasta una deformación $\delta_y = 0,028$ m y una segunda rama con una rigidez de 25 384 kN/m. Esta ecuación constitutiva se representa en la Figura 55.

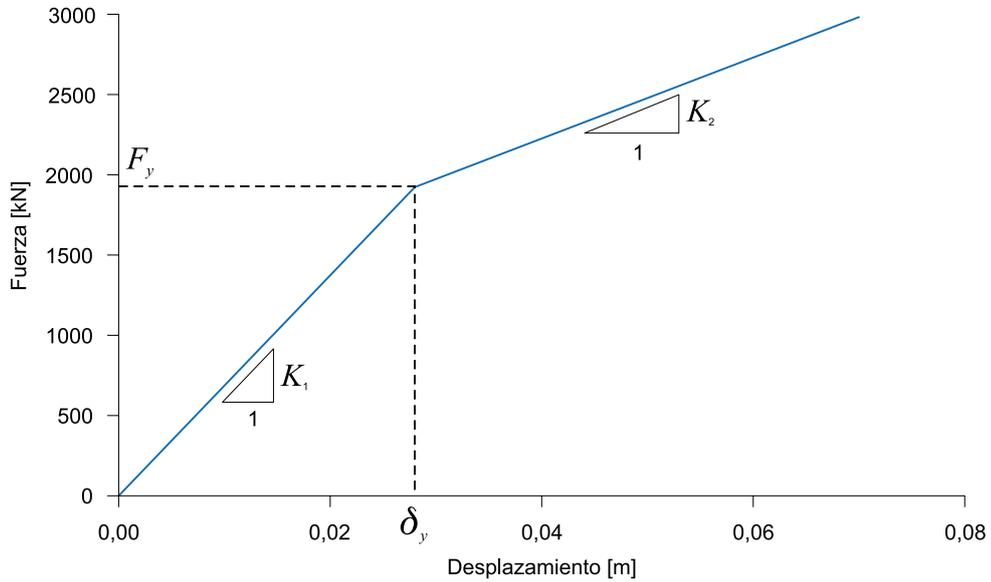


Figura 55 Relación fuerza-desplazamiento no lineal de tipo bilineal

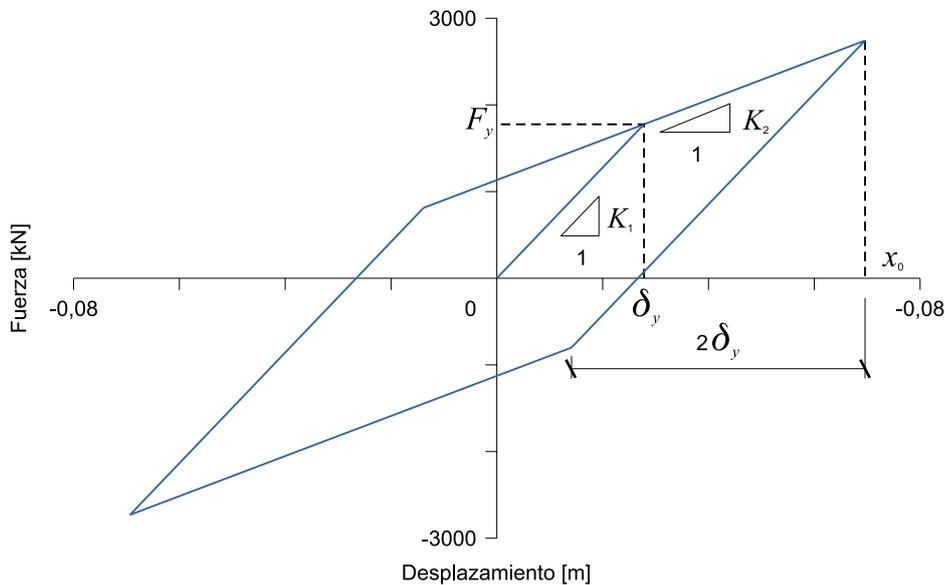


Figura 56 Primer ciclo de histéresis

Se aborda el mismo ejemplo anterior del apartado 2.3.3, pero considerando esta vez un acelerograma compatible con el espectro, que es el de la Figura 57, dado que la ley escalonada de aceleraciones que se planteó para un cálculo lineal en el tiempo no permite simular un sismo real en un caso no lineal.

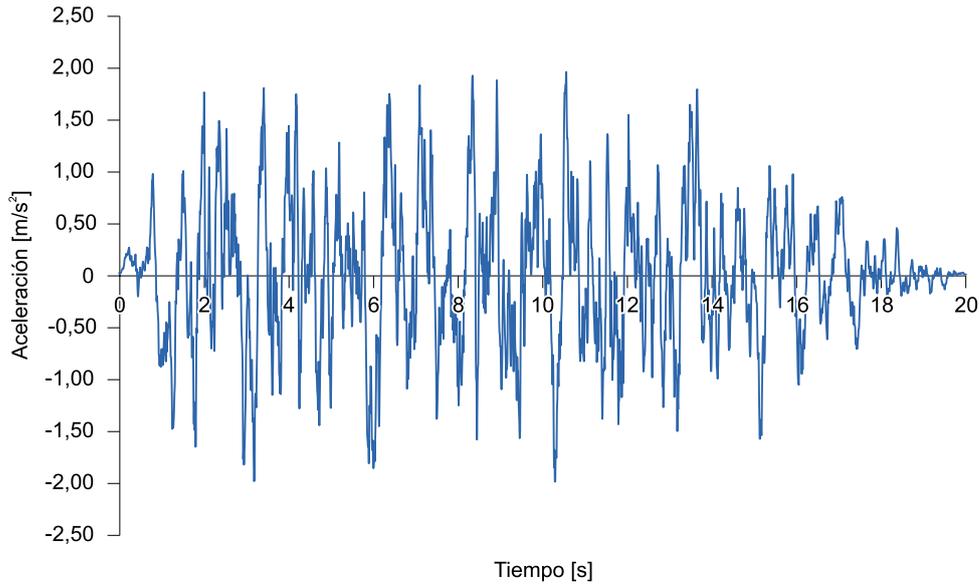


Figura 57 Acelerograma artificial compatible con el espectro para cálculo no lineal en el tiempo

Los resultados se presentan en la Figura 58, que reproduce parcialmente una hoja de cálculo con las ecuaciones recurrentes (56) y (57).

1. DATOS PRIMARIOS

- K_1 [kN/m] = 69079 Rigidez de la rama inicial del muelle
- K_2 [kN/m] = 25384 Rigidez de la segunda rama inicial del muelle
- δ_y [m] = 0.028 Desplazamiento de plastificación
- ξ = 0.05 índice de amortiguamiento
- M [ton] = 1319 masa del tablero
- Δt [s] = 0.01 discretización del tiempo
- dt [s] = 0.23 duración de la fase de aceleración
- a_{max} [g] = 0.15 aceleración del terreno impuesta

$$x_r + \frac{c}{M} \dot{x}_r + \frac{F(x_r)}{M} = -x_t$$

$$\dot{x}_{r,i} = \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t}$$

$$x_{r,i} = \frac{\dot{x}_{r,i} - \dot{x}_{r,i-1}}{\Delta t} = \frac{x_{r,i} - x_{r,i-1}}{(\Delta t)^2} - \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} = \frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2}$$

$$F_i(x_{r,i-1}) = F_{i-1}(x_{r,i-2}) + K_{gpc}(x_{r,i-1} - x_{r,i-2})$$

$$\frac{x_{r,i} - 2x_{r,i-1} + x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{M} \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} + \frac{F_i(x_{r,i-1})}{M} = -x_t \rightarrow$$

$$\frac{x_{r,i}}{(\Delta t)^2} = -x_t + \frac{2x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{M} \frac{x_{r,i-1} - x_{r,i-2}}{\Delta t} - \frac{F_i(x_{r,i-1})}{M} \rightarrow$$

$$x_{r,i} = -x_t(\Delta t)^2 + 2x_{r,i-1} - x_{r,i-2} + \frac{c}{M}(x_{r,i-1} - x_{r,i-2})\Delta t - \frac{F_i(x_{r,i-1})}{M}(\Delta t)^2$$

2. DATOS DERIVADOS

- ω^2 [rad/s] = 52.37 cuadrado de la frecuencia circular propia
- c = 954.54 amortiguamiento real del sistema $c = 2M\omega\xi$
- T [s] = 0.87 periodo propio

3. RESULTADOS

- $S_{e,y}$ [g] = 0.149
- $S_{D_{e,y}}$ [m] = 0.028
- $S_{e,p}$ [g] = 0.21
- $S_{D_{e,p}}$ [g] = 0.06
- ξ_{eff} = 14.09%

		$x_{r,max}$			acel. terreno	aceleración absoluta	fuerza
Respuesta máxima =		[m]			$(dx/dt)_{r,max}$	$(d^2x/dt^2)_{r,max}$	F
		0.057			[m/s]	[g]	[kN]
					0.38	0.30	2660.1
Paso	t	$x_{r,i}$	x_0	K_{gpc}	$(dx/dt)_{r,i}$	$(d^2x/dt^2)_{r,i}$	F
	[s]	[m]	[m]	[kN/m]	[m/s]	[g]	[kN]
0	0	0.000	0.000	69079	0.000	0.000	0.000
1	0.01	0.000	0.000	69079	0.000	0.000	0.000
2	0.02	0.000	0.000	69079	0.000	-0.002	-0.108
3	0.03	0.000	0.000	69079	0.000	-0.002	-0.340
4	0.04	0.000	0.000	69079	-0.001	-0.002	-0.737
5	0.05	0.000	0.000	69079	-0.001	-0.003	-1.312
6	0.06	0.000	0.000	69079	-0.001	-0.004	-2.178
7	0.07	0.000	0.000	69079	-0.002	-0.005	-3.378
8	0.08	0.000	0.000	69079	-0.002	-0.006	-4.955

Figura 58 Reproducción parcial de hoja de cálculo para la implementación de cálculo en el tiempo con rigidez no lineal de la estructura y acelerograma

En la [Figura 59](#) se muestra la evolución de los desplazamientos que alcanzan 5,7 cm frente a 8,0 cm del análisis de la [Figura 29](#). Asimismo, en la [Figura 60](#) se presenta la historia de aceleraciones, tanto la del terreno, que es el acelerograma anterior, como la absoluta de la estructura. Estos gráficos se han obtenido a partir de la hoja de cálculo mostrada en la [Figura 58](#).

La fuerza máxima que resulta de la ley bilineal supuesta para el comportamiento de la infraestructura es de 2660 kN (correspondiente a una aceleración absoluta máxima del tablero de 0,21g) un valor algo inferior a los 3270 kN obtenidos en el apartado [2.2.4](#).

Estas diferencias indican que el método del empuje incremental queda del lado de la seguridad en este caso. Las diferencias entre las dos aproximaciones pueden atribuirse a las siguientes razones:

- El método del empuje incremental predice la mediana de la respuesta, es decir, un valor que es esperable pero que es muy improbable que se produzca debido a la variabilidad en los registros sísmicos
- En el método del empuje incremental se utilizan pseudo-aceleraciones (ver [ANEJO A](#)), mientras que en el análisis paso a paso en el tiempo esta simplificación no es necesaria. Como se indica en el [ANEJO A](#), para amortiguamientos pequeños, la aceleración y la pseudo-aceleración son prácticamente coincidentes, mientras que para valores de amortiguamiento más importantes las diferencias se incrementan
- Al uso de un amortiguamiento efectivo ξ_{eff} en el método del empuje incremental, cuyo valor se determina en función de la relación entre la energía disipada por histéresis y la energía elástica, de acuerdo con la expresión (63) (ver apartado [2.3.5](#)). Esta expresión, que no tiene una base física clara, se utiliza habitualmente como simplificación

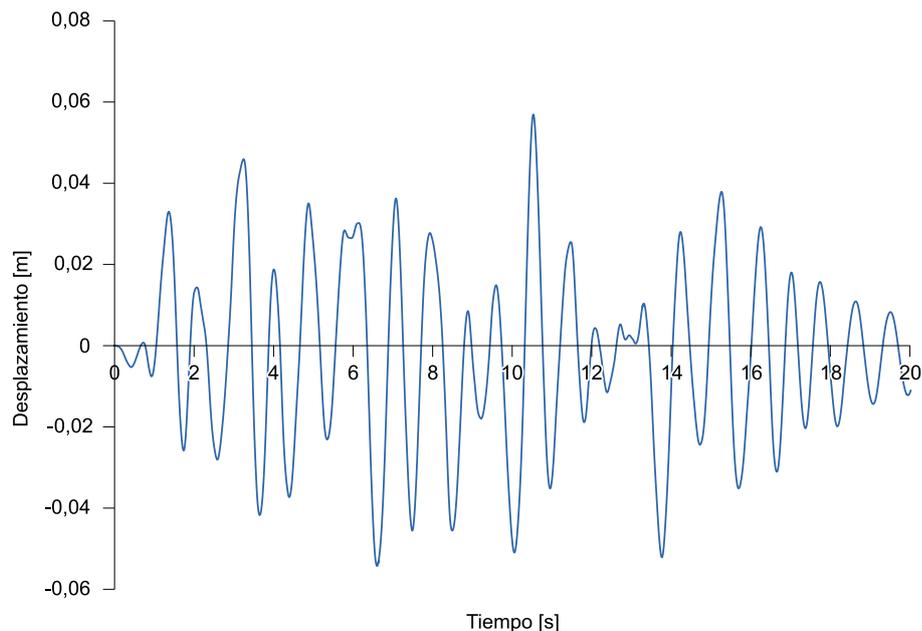


Figura 59 Historia de desplazamientos relativos respecto del terreno del cálculo no lineal

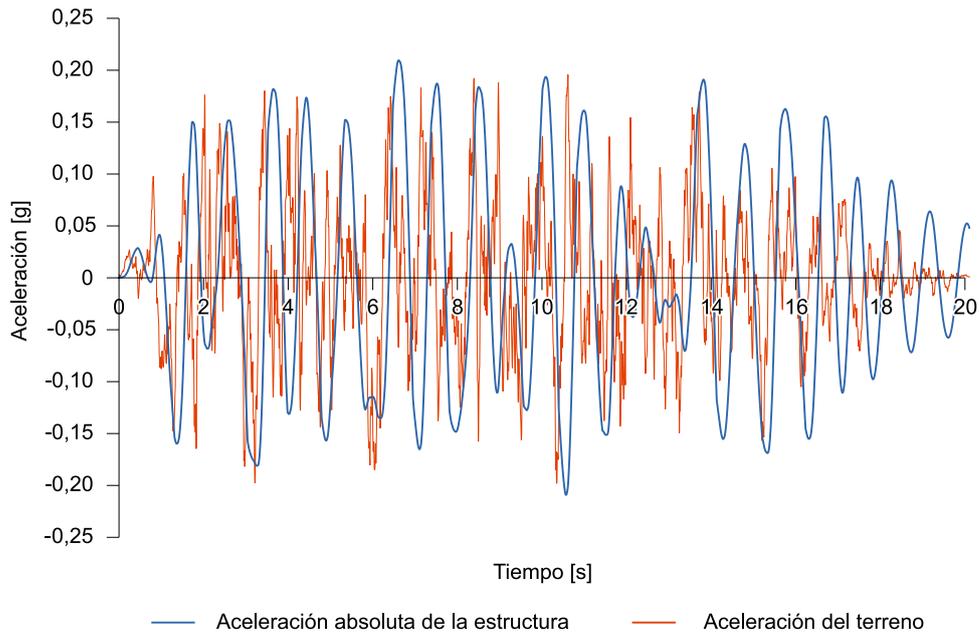


Figura 60 Historia de aceleraciones del terreno y absolutas de la estructura, resultantes del cálculo no lineal

Por otra parte, en la [Figura 61](#) se muestra el diagrama cortante basal–desplazamiento donde se aprecian los ciclos histeréticos que son responsables del aumento del amortiguamiento respecto de un sistema lineal.

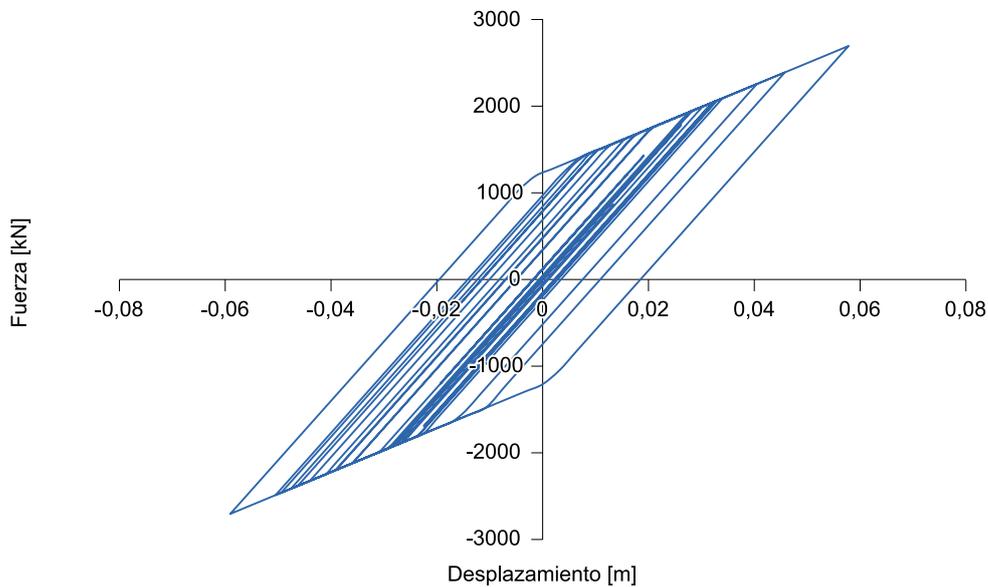


Figura 61 Diagrama fuerza–desplazamiento

Si se mide el periodo de la estructura a partir de la respuesta que se genera tras la finalización del sismo, se obtiene un valor de 0,87 segundos, que se corresponde con el periodo lineal para la rama de rigidez inicial (ver la expresión (59)), debido a que al no haber considerado degradación de rigidez en las leyes constitutivas, el sistema vuelve a trabajar en rango elástico tras el sismo.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{1319}{69079}} = 0,87 \quad (59)$$

El periodo efectivo del sistema, obtenido a partir de la fuerza y desplazamiento máximos, es de 1,06 segundos, como se indica en la expresión (60).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1319}{2660 / 0,057}} = 1,06 \quad (60)$$

$$K_{eff} = \frac{F_{max}}{d_{max}}$$

2.3.5 Cálculo estático no lineal: método del empuje incremental

Este tipo de análisis (ver también apartado 2.2.4) es válido siempre y cuando el primer modo de vibración movilice la mayor parte de masa de la estructura, algo que ocurre con mucha claridad en la dirección longitudinal de los puentes y también en la dirección transversal en puentes de longitud moderada, especialmente si están apoyados sobre elastómeros en los estribos. Entre los distintos métodos estáticos no lineales, se expone a continuación el propuesto en la norma norteamericana ATC-40 [22].

El análisis mediante el método del empuje incremental consiste en determinar la respuesta sísmica de una estructura en una dirección determinada a partir de un análisis pseudo-estático no lineal en esa dirección utilizando un sistema de cargas horizontales aplicadas, generalmente, en los nudos de la estructura y de magnitud proporcional a la masa concentrada en el nudo y al desplazamiento correspondiente, normalmente, al primer modo de vibración en la dirección considerada.

Incrementado el valor de la carga se genera una curva no lineal fuerza-desplazamiento que relaciona la fuerza cortante en la base V_{base} con el desplazamiento δ en un nudo (que se denomina nudo de control). A continuación esta curva fuerza-desplazamiento se expresa en forma de aceleración espectral y desplazamiento espectral, S_e-S_{De} , mediante las expresiones (61) y (62) en las que se presupone que la matriz de masas es diagonal. Se obtiene así la curva que se denomina *curva de capacidad* en el formato S_e-S_{De}

$$S_e = \frac{V_{base}}{\left(\frac{\sum_i m_i \phi_{i,1}}{\sum_i m_i \phi_{i,1}^2} \right)^2} \quad (61)$$

$$S_{De} = \frac{\delta}{\Gamma_1 \phi_{i,1}} \quad (62)$$

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_i m_i \phi_{i,1}}{\sum_i m_i \phi_{i,1}^2}$$

Nótese que en la expresión (61) la aceleración S_e no está normalizada por g . Igualmente, para obtener el desplazamiento espectral S_{De} , de acuerdo con la expresión (62), se divide el desplazamiento real por el factor de participación modal del primer modo y por el valor de la componente del vector primer modo de vibración correspondiente al nudo de control empleado para obtener la curva no lineal fuerza–desplazamiento.

En los ejes formados por el desplazamiento espectral y la aceleración espectral se puede representar el espectro elástico de respuesta para un amortiguamiento determinado, que en tal caso se denomina curva de demanda. El análisis mediante el método del empuje incremental consiste en determinar el *punto de funcionamiento*, que corresponde a la intersección entre la curva de demanda para un amortiguamiento dado y la curva de capacidad, de tal forma que se cumpla que el amortiguamiento a que da lugar este punto de funcionamiento es igual al amortiguamiento que corresponde al comportamiento histerético que se genera para el mismo. Se trata por lo tanto de un cálculo iterativo.

En la Figura 62 se muestra el diagrama de flujo que permite resolver el problema.

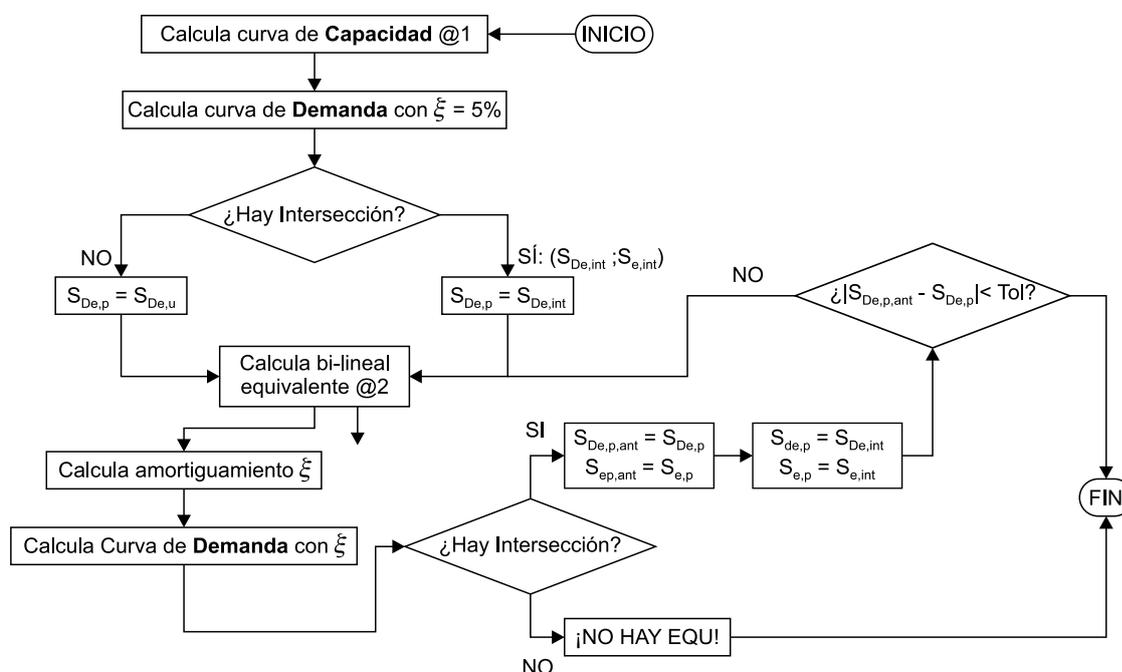


Figura 62 Diagrama de flujo para la determinación del punto de funcionamiento

Se parte de una curva de demanda generada para un amortiguamiento del 5%. Si hay intersección entre la curva de demanda y la curva de capacidad $(S_{De,int}; S_{e,int})$, se adopta este punto como primera aproximación al *punto de funcionamiento*. Si no hay intersección, entonces se adopta como *punto de funcionamiento* el último punto de la curva de capacidad que se denomina $(S_{De,u}; S_{e,u})$.

A continuación se calcula la curva bilineal equivalente a la curva de capacidad con el criterio de igualar la energía de ambas curvas, tal y como se muestra en la Figura 63. A su vez, en la Figura 66 se muestra el diagrama de flujo que permite calcular la curva bilineal equivalente, tal y como se explica más adelante.

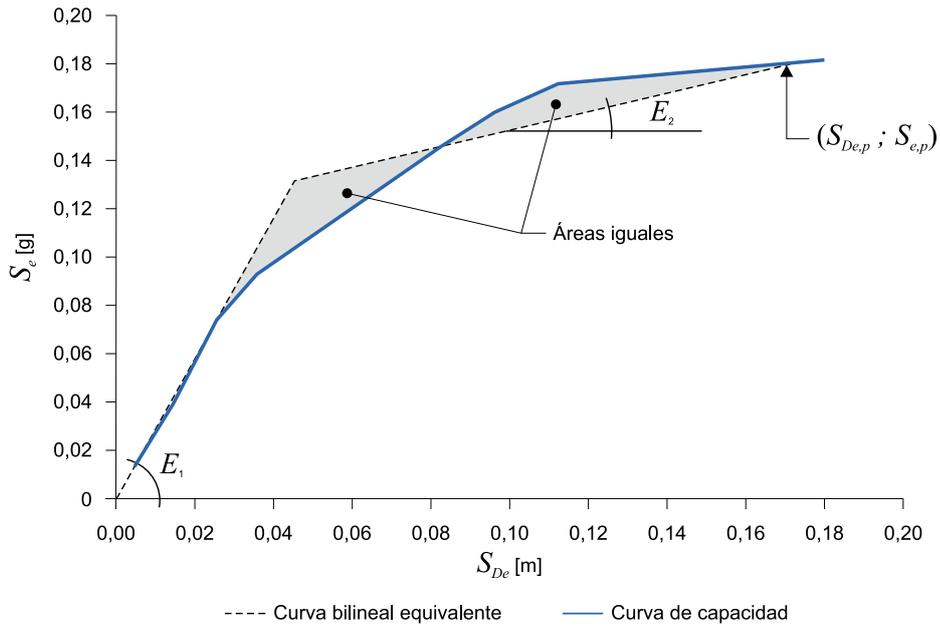


Figura 63 Igualdad de áreas entre curva real y curva bilineal

La determinación de la curva bilineal se lleva a cabo para facilitar el cálculo de la energía histerética, E_D . Esta energía, junto con la energía elástica, E_0 , permite determinar el índice de amortiguamiento a considerar para redefinir la curva de demanda sísmica. Conocida la curva bilineal, el índice de amortiguamiento, que tiene en cuenta el comportamiento histerético, se calcula con la fórmula de la expresión (63) (ver Figura 64 y Figura 65).

$$\zeta = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_0} = \frac{1}{4\pi} \frac{4(S_{e,y}S_{De,p} - S_{e,p}S_{De,y})}{\frac{1}{2}S_{e,p}S_{De,p}} \quad (63)$$

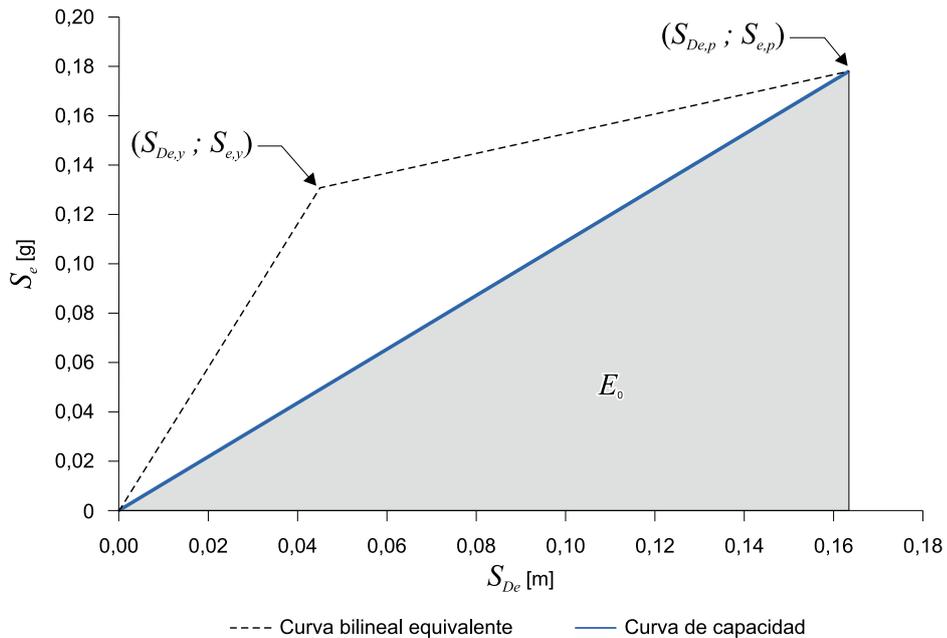


Figura 64 Energía elástica del sistema, correspondiente al punto de funcionamiento $(S_{De,p}; S_{e,p})$

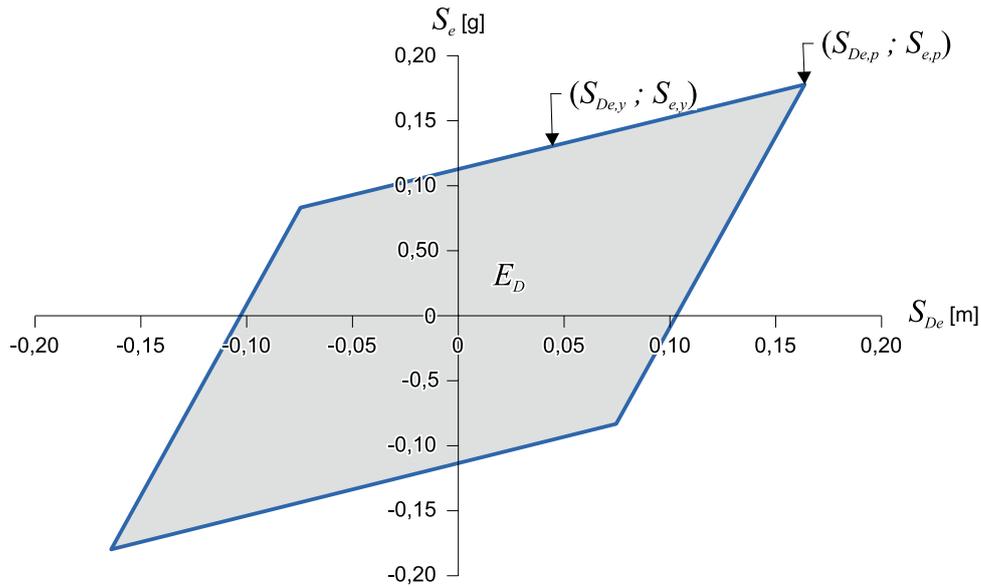


Figura 65 Energía histerética del sistema, correspondiente al *punto de funcionamiento* $(S_{De,p}; S_{e,p})$

Con el nuevo valor del amortiguamiento se vuelve a calcular la curva de demanda. Si no hubo intersección en el primer paso y sigue sin haberla, entonces, la estructura no podría resistir el sismo. En el caso contrario, en que sí exista intersección, se actualiza el *punto de funcionamiento* y se vuelve a determinar la intersección, repitiendo el proceso hasta que la variación en el *punto de funcionamiento* sea suficientemente pequeña.

El algoritmo de la [Figura 66](#), cuyo objetivo es determinar la curva bilineal equivalente para un *punto de funcionamiento* dado, se basa en igualar el área bajo ambas curvas, lo cual equivale a equilibrar las áreas que respecto a la curva bilineal se sitúan por debajo y por encima de la curva no lineal real. Se fija la pendiente E_1 del primer tramo de la curva igualando esta pendiente a la pendiente inicial de la curva de comportamiento no lineal real y se itera con la pendiente del segundo tramo E_2 , entre dos valores límite: la horizontal ($E_2 = 0$) y la pendiente máxima que supone la recta que pasa por el origen y el punto de funcionamiento ($E_2 = S_{ap}/S_{dp}$). Entre estos valores, entre los cuales se encuentra la solución, se aplica un algoritmo de bisección. Si el área bajo la curva bilineal (A_2) es mayor que el área bajo la curva real (A_1), hay que reducir la pendiente del segundo tramo y el valor de E_2 anterior es la nueva cota superior de la pendiente y en caso contrario hay que aumentarla y entonces E_2 es el nuevo límite inferior de esta pendiente. El procedimiento se repite hasta que el área A_2 sea suficientemente próxima al área A_1 .

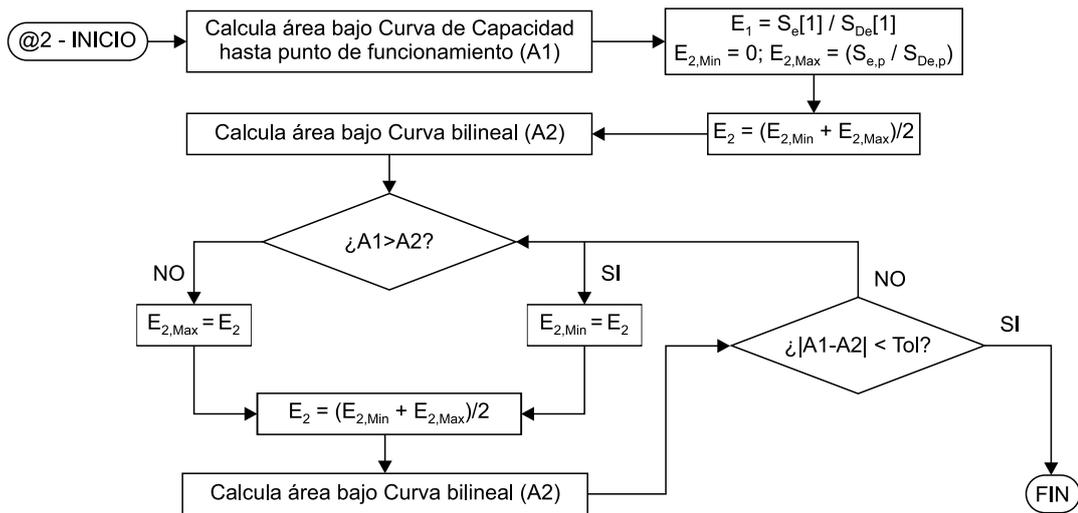


Figura 66 Diagrama de flujo para la determinación de la curva bilineal equivalente (@2)

Obtenido el *punto de funcionamiento* se conoce el cortante basal máximo y el desplazamiento máximo que tendrá la estructura.

2.4 Análisis de estructuras enterradas

El comportamiento sísmico de estructuras enterradas es fundamentalmente diferente del comportamiento de puentes por el hecho de estar inmersas en el terreno y tener su vibración tanto motivada como coartada por el mismo. Por ello la forma de analizar este tipo de estructuras es también fundamentalmente diferente y conlleva la consideración de la interacción suelo-estructura.

El Manual de carreteras de Chile [23] es de las pocas publicaciones normativas que trata con detalle la modelización avanzada de este tipo de problema, a partir de la deformación de campo libre del suelo, mediante el método cinemático, que se basa en la metodología propuesta por Kuesel [24] para el metro de San Francisco, perfeccionada posteriormente por Ortigosa y Musante [25]. Esta metodología está recogida en el apartado 6.7.4 de UNE-EN 1998-2, aunque con un grado de detalle mucho menor. También queda amparada por el apartado 7.3.1 de UNE-EN 1998-5 [26], pero solamente a nivel de principios generales.

El modelo de cálculo se ilustra en la Figura 67.

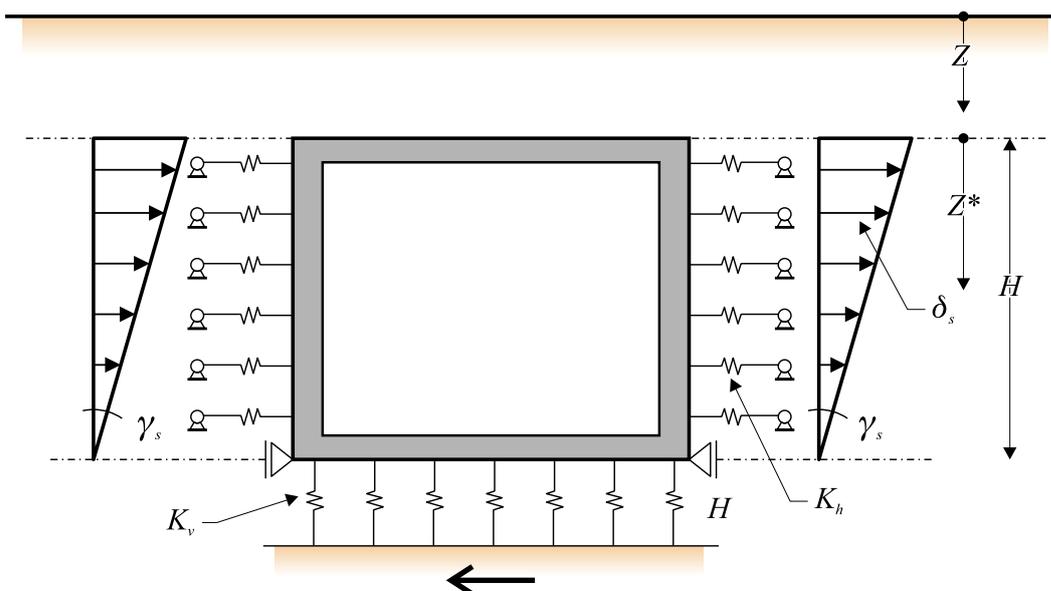


Figura 67 Modelo para el análisis de estructuras enterradas (tomado de la referencia [23])

El empuje del terreno se puede representar mediante muelles no lineales cuya rigidez K_h en la rama elástica es la correspondiente al módulo de Winkler en situación sísmica E_w multiplicada por el área tributaria de muro que le corresponde a cada muelle en función de la discretización adoptada, y cuyas ramas plásticas están limitadas en tracción a cero, y no al empuje activo, puesto que el desplazamiento del suelo puede llegar a eliminar el contacto suelo-estructura, y en compresión al empuje pasivo (ver Figura 68)⁴. Inicialmente, antes del sismo, la predeformación de los muelles es tal que el empuje que transmiten corresponde al empuje al reposo.

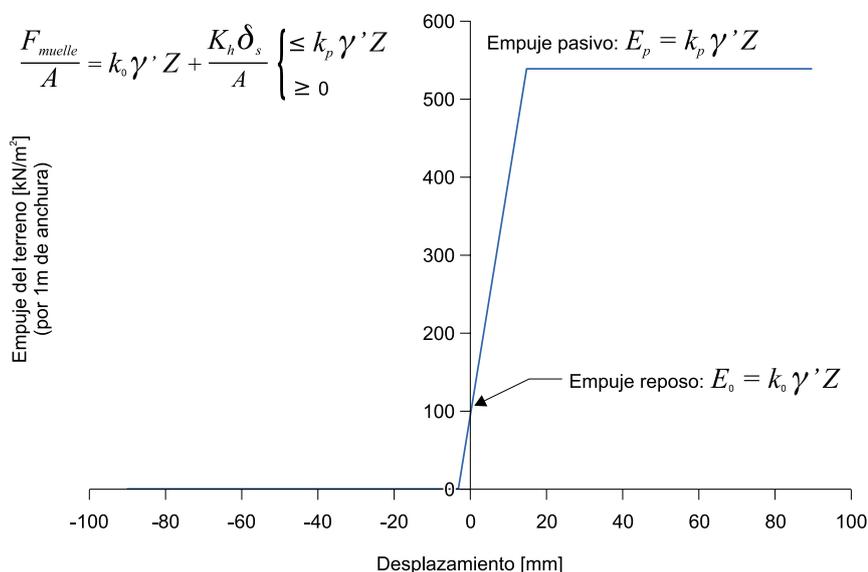


Figura 68 Variación del empuje en función del desplazamiento

4 Existen, igualmente, formulaciones más complejas, como la incluida en la referencia [23], pero a efectos de la explicación del método aquí expuesta se adopta la variante más sencilla. En todo caso, la formulación de los muelles, al igual que la formulación del valor de la distorsión angular, en cada caso, corresponde al experto geotécnico.

La expresión (64) formula el caso particular de un terreno homogéneo sin cohesión:

$$\frac{F_{muelle}}{A} = k_0 \gamma' Z + \frac{K_h}{A} \delta_s \begin{cases} \leq k_p \gamma' Z \\ \geq 0 \end{cases} \quad (64)$$

siendo:

F_{muelle} fuerza en el muelle

A área tributaria del muelle

γ' peso específico efectivo del terreno

k_0 coeficiente de empuje al reposo, que, si φ' es el ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno, se puede evaluar simplificadaamente como:

$$k_0 = 1 - \text{sen } \varphi' \quad (65)$$

K_h módulo de Winkler (que representa la rigidez del terreno en rango elástico) multiplicado por el área tributaria del muelle

δ_s desplazamiento de la estructura

k_p coeficiente de empuje pasivo, que se puede evaluar simplificadaamente como:

$$k_p = \frac{1 + \text{sen } \varphi'}{1 - \text{sen } \varphi'} \quad (66)$$

Z profundidad del punto considerado respecto de la superficie del terreno

En vertical la estructura se apoya en unos muelles que representan el módulo de Winkler del terreno a nivel de la cimentación multiplicado por el área tributaria correspondiente, K_v , del terreno en situación sísmica. En la referencia [23] se incluye una posible formulación tanto para el cálculo de K_h como de K_v . No obstante, se trata de valores que en cada caso debe especificar el especialista correspondiente.

La acción sísmica se modela mediante una distorsión angular de campo libre del terreno γ_s , con vértice en la cimentación de la estructura.

Con el sentido del desplazamiento del terreno en la base de la estructura mostrado en la [Figura 67](#), a partir de la situación de reposo, se generan unos empujes sobre la pared de la izquierda de la figura que se modelan como desplazamientos impuestos, linealmente crecientes en dirección ascendente, en el apoyo izquierdo de los muelles de esta pared, que tienden a incrementar la fuerza que actúa sobre el hastial izquierdo desde el empuje al reposo hasta su valor pasivo, que sería el límite superior. A la vez, en el hastial derecho se genera el mismo desplazamiento del apoyo de los muelles, pero su efecto es el opuesto. El empuje sobre el hastial se reduce desde el empuje al reposo hacia valores que tienden a cero en el caso extremo.

De esta forma, se produce una acción global de dirección horizontal sobre la estructura debida al aumento del empuje en el hastial izquierdo y a la disminución del empuje en el hastial derecho. Como consecuencia de la deformación de la propia estructura en estas condiciones, la resultante descompensada inicial tenderá a reducirse, puesto que los apoyos de los muelles que coincidan con los hastiales se desplazarán en la dirección de la variación de fuerza aplicada, disminuyendo la fuerza en el muelle. Esta reducción sería nula si la estructura fuera infinitamente rígida y no se produjera flecha relativa entre el centro de hastial y su apoyo en las losas.

Los desplazamientos a imponer en los muelles vienen dados por la expresión (67), que responde a la variación lineal supuesta para la deformación del terreno en campo libre.

$$\delta_s = \gamma_s (H - Z^*) \quad (67)$$

Respecto de la distorsión angular del campo libre γ_s , su valor debe ser proporcionado para cada caso por un especialista. No obstante, la referencia [23] proporciona los valores simplificados que se recogen en la [Tabla 2](#).

Tabla 2 Valores simplificados de la distorsión angular de campo libre γ_s según la referencia [23]

Tipo de suelo	Distorsión angular γ_s [%]			
	$a_g = 0,3g$	$a_g = 0,4g$	$a_g = 0,5g$	
Arenas	0,075	0,13	0,2	
Gravas arenosas	0,025	0,04	0,055	
Suelos finos y suelos cementados				
Resistencia a compresión simple del terreno q_u [kPa]	25	18	30	44
	100	0,5	2,1	4,5
	200	0,11	0,22	0,35
	400	0,04	0,06	0,085
	800	0,025	0,04	0,055

También el apartado 6.7.4(2) de UNE-EN 1998-2, proporciona la expresión (68) para calcular la distorsión angular de campo libre:

$$\gamma_s = \frac{\nu_g}{\nu_s} \quad (68)$$

$$\nu_g = \frac{ST_c a_g}{2\pi}$$

donde:

ν_g velocidad máxima del suelo

ν_s velocidad de la onda de corte transversal en el suelo, compatible con la deformación tangencial correspondiente a la aceleración a nivel del suelo

Además de la distorsión angular del terreno debida al desplazamiento de campo libre, deben considerarse las fuerzas de inercia que se aplican tanto al peso propio de la losa superior y los hastiales como al peso de las tierras que gravitan sobre el dintel. En todos los casos, las fuerzas de inercia se calculan como la masa del elemento por la aceleración del terreno.

3

CRITERIOS DEFINIDOS POR EL EUROCÓDIGO 8

3.1 Introducción

En la [Tabla 3](#) se relacionan varios conceptos clave de UNE-EN 1998-2: el comportamiento estructural, el tipo de análisis, cómo se realiza la comprobación de la resistencia, las propiedades que deben cumplir los materiales y la comprobación de la capacidad de rotación.

El comportamiento para el que se proyecta la estructura puede ser dúctil o de ductilidad limitada. A su vez el comportamiento dúctil se puede obtener mediante la formación de rótulas plásticas o mediante aislamiento sísmico. Para cada uno de estos comportamientos se pueden llevar a cabo distintos tipos de análisis.

Para comportamiento dúctil con formación de rótulas plásticas, el análisis más común será el análisis lineal equivalente. Este tipo de análisis supone adoptar un comportamiento lineal para la estructura, con rigidez secante al punto de plastificación para las pilas (ver 2.3.6.1 de UNE-EN 1998-2) y tener en cuenta la sobrerresistencia y capacidad de disipación de energía mediante deformaciones plásticas (comportamiento histerético) a través de un factor de comportamiento q , cuyo valor puede ser de hasta 3,5. En estos casos, la verificación de las secciones se efectúa aplicando el proyecto por capacidad según 5.3 de UNE-EN 1998-2 e imponiendo una serie de condiciones para la comprobación a cortante (ver apartado 3.7.3). Siempre que se adopten los criterios de armado del capítulo 6 de UNE-EN 1998-2, no se requiere, en estos casos, una verificación explícita de la capacidad de rotación de las rótulas plásticas.

El comportamiento dúctil con formación de rótulas plásticas también se puede analizar aplicando un análisis dinámico no lineal en el tiempo (según el apartado 4.2.4 de UNE-EN 1998-2 (ver también 2.3.4)) o el método del empuje incremental (según el apartado 4.2.5 de UNE-EN 1998-2 (ver también 2.3.5)). En estos casos, se aplican ecuaciones constitutivas realistas que

Tabla 3 Conceptos clave de UNE-EN 1998-2*

Comportamiento		Análisis		Verificación de las secciones	Acero para armar	Armado rótulas plásticas	Verificación capacidad de rotación
Dúctil	Con formación de rótulas plásticas	Lineal equivalente $q > 1,5$ Rigidez secante según 2.3.6.1	Análisis modal espectral 4.2.1	Proyecto por capacidad 5.3 Cortante: Coeficiente parcial adicional γ_{Bd} En rótulas: $\theta = 45^\circ$ y solo núcleo confinado	Clase de ductilidad C	según 6	No
			Método del modo fundamental 4.2.2				
		Análisis no lineal en el tiempo 4.2.4		Cortante:			
		Método del empuje incremental 4.2.5		Coeficiente parcial adicional γ_{Bd1} En rótulas $\theta = 45^\circ$ y solo núcleo confinado			Sí: según 2.3.5.3, 4.2.4 y Anejo E
Aislamiento sísmico según 7	Lineal equivalente ($q \leq 1,5$)** Rigidez secante o bruta según 2.3.6.1	Análisis modal espectral 4.2.1+7 Método del modo fundamental 4.2.2 + 7	Cortante: Esfuerzo de cálculo: qV_{Ed} (cortante lineal) Coeficiente parcial adicional γ_{Bd1}	Clase de ductilidad B	según 6.5	No	
							Análisis no lineal en el tiempo 4.2.4 + 7
		Lineal en el tiempo 4.2.3					
Ductilidad limitada	Lineal equivalente $q \leq 1,5$ Rigidez secante o bruta según 2.3.6.1	Análisis modal espectral 4.2.1	Cortante: Esfuerzo de cálculo: qV_{Ed} (cortante lineal) Coeficiente parcial adicional γ_{Bd1}	Clase de ductilidad B	según 6.5	No	
		Método del modo fundamental 4.2.2					
		Lineal en el tiempo 4.2.3					

* Los números corresponden a los epígrafes de UNE-EN 1998-2.

** Esta limitación de q sólo afecta al proyecto de la estructura y de la subestructura que hay por encima y por debajo, respectivamente, del sistema de aislamiento sísmico (ver UNE-EN 1998-2 7.3(2)P). El sistema de aislamiento en sí debe proyectarse con el espectro elástico.

tienen en cuenta el comportamiento del hormigón confinado y no resulta necesario aplicar un factor de sobrerresistencia (ver Anejo E⁵, de carácter informativo, de UNE-EN 1998-2). Por ello, para estos tipos de análisis, y a efectos de la comprobación a cortante, se adoptan directamente los esfuerzos resultantes del cálculo. Sin embargo, para la verificación a cortante de las rótulas se debe:

- considerar un coeficiente parcial adicional que divide la resistencia γ_{Bd1}
- limitar, al calcular la capacidad a cortante en la zona de la rótula, el ángulo de inclinación de la biela θ a 45°
- considerar como sección resistente únicamente el núcleo confinado

Fuera de la zona de las rótulas, se puede considerar la sección completa y un ángulo θ sin limitaciones respecto de UNE-EN 1992-1-1 [27], pero se debe considerar un coeficiente parcial adicional γ_{Bd1} .

La comprobación frente a tensiones normales no es necesaria puesto que está implícita en el cálculo no lineal. Para este tipo de análisis, sí se requiere una comprobación específica de la capacidad de rotación de las rótulas plásticas de acuerdo con los apartados 2.3.5.3 y 4.2.4.4 de UNE-EN 1998-2.

Independientemente del método de análisis, el proyecto con comportamiento dúctil por formación de rótulas plásticas requiere, en el caso de pilas de hormigón, el uso de un acero de clase de ductilidad C, de acuerdo con la Tabla C.1 de UNE-EN 1992-1-1, y la adopción de criterios de armado según el capítulo 6 de UNE-EN 1998-2.

El comportamiento dúctil también se puede obtener mediante aislamiento sísmico cuando se introducen aisladores, combinados o no con disipadores de energía, que dan a la curva fuerza-desplazamiento un carácter no lineal, aunque en el concepto de aislamiento también se incluyen los aisladores lineales: neoprenos convencionales (LDRB) y neoprenos de alto amortiguamiento (HDRB). En este caso, no se produce daño en la estructura ni en la subestructura, y éstas se deben proyectar con ductilidad limitada (ver apartado 7.3.(2)P de UNE-EN 1998-2), empleando un factor de comportamiento q menor o igual que 1,5.

Cuando se utiliza aislamiento sísmico, el análisis se puede efectuar mediante un cálculo modal espectral (según el apartado 4.2.1 de UNE-EN 1998-2), mediante el método del modo fundamental (según el apartado 4.2.2 de UNE-EN 1998-2) o mediante un análisis no lineal en el tiempo. En los dos primeros métodos, se emplea una rigidez efectiva K_{eff} y un índice de amortiguamiento efectivo ξ_{eff} compatibles con la deformación en situación sísmica. La determinación de estos dos valores requerirá un cálculo por aproximaciones sucesivas hasta conocer el desplazamiento máximo de cálculo d_{cd} . En el caso de utilizar un análisis no lineal en el tiempo no es necesario determinar K_{eff} ni ξ_{eff} .

Cuando en el proyecto se considere ductilidad limitada, el método de análisis normal será el modal espectral o su simplificación, el método del modo fundamental, aunque también será posible, aunque poco frecuente, un análisis lineal en el tiempo (según el apartado 4.2.3 de UNE-EN 1998-2).

5 El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 mantiene el carácter informativo del Anejo E.

Tanto si se utiliza aislamiento sísmico, como si se proyecta con ductilidad limitada, para la comprobación de las secciones es de aplicación el apartado 5.6.2 de UNE-EN 1998-2, que básicamente introduce reglas de sobredimensionamiento para evitar una rotura frágil por cortante. En estas circunstancias, el tipo de acero a utilizar en pilas de hormigón puede ser de clase de ductilidad B, no siendo requerida una clase de ductilidad C. Igualmente en estos casos no resulta necesario una comprobación explícita de la capacidad de rotación.

Todos estos conceptos se desarrollan, con más detalle, en los apartados siguientes.

3.2 Condiciones del terreno

UNE-EN 1998-1 pone especial énfasis en la relación entre las condiciones del suelo y la acción sísmica, exigiendo en su apartado 3.1.1 condiciones específicas para la caracterización sísmica del terreno, de tal forma que estas investigaciones permitan la caracterización del suelo según uno de los tipos especificados en la Tabla 3.1 de UNE-EN 1998-1 que se reproduce a continuación en la [Tabla 4](#).

Tabla 4 Tipos de terreno (Tabla 3.1 de UNE-EN 1998-1)

Tipo de terreno	Descripción del perfil estratigráfico	Parámetros		
		$v_{s,30}$ [m/s]	N_{SPT} [golpes/30 cm]	c_u [kPa]
A	Roca u otra formación geológica similar a roca, incluyendo como máximo 5 m de material más débil en la superficie	> 800	-	-
B	Depósitos de arena muy densa, grava, o arcilla muy rígida, de al menos algunas decenas de metros de espesor, caracterizados por un aumento gradual de las propiedades mecánicas con la profundidad	360-180	> 50	> 250
C	Depósitos profundos de arena densa o de densidad de media a densa, grava o arcilla dura con espesor de algunas decenas a muchos centenares de metros	180-360	15-50	70-250
D	Depósitos de suelos sueltos a medios no cohesionados (con o sin algunas capas blandas cohesivas), o principalmente suelos cohesivos de rigidez débil a firme	< 180	< 15	< 70
E	Un perfil de suelo constituido por una capa aluvial con valores de v_s de tipo C o D y espesor variable entre 5 m y 20 m, que yace sobre un material más rígido con $v_s > 800$ m/s			
S_1	Depósitos que contienen una capa de al menos 10 m de espesor, de arcillas/aluviones blandos con alto índice de plasticidad (IP > 40) y alto contenido en agua	< 100 indicativo		10 – 20
S_2	Depósitos de suelos licuefactables, de arcillas sensibles o cualquier otro perfil de suelo no incluido en los tipos A – E o S_1			

En principio, el suelo se caracteriza a partir de la velocidad media de las ondas de corte, $\nu_{s,30}$ [m/s], siempre que este dato esté disponible. Estas ondas son también conocidas como ondas transversales o secundarias ya descritas en el apartado 2.1.1.2. Como se indica en la referencia [28], los ensayos de velocidad de corte son ensayos fáciles de realizar tanto *in situ* como en laboratorio. No obstante, en suelos heterogéneos, estos ensayos deben ser acompañados de sondeos para poder identificar los distintos estratos.

El subíndice 30, se refiere a que $\nu_{s,30}$ es la velocidad media de propagación de las ondas transversales en los primeros 30 m de profundidad. Esta velocidad media se obtiene a partir de las velocidades medidas en los distintos estratos ν_i y el espesor de cada estrato h_i , utilizando la expresión (3.1) de UNE-EN 1998-1 (ver expresión (69)).

$$\nu_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{\nu_i}} \quad (69)$$

En caso de no disponer de la medida de las velocidades de corte, se puede utilizar el número de golpes del ensayo de penetración estándar N_{SPT} para suelos granulares o la resistencia al corte sin drenaje c_u para suelos cohesivos.

Los suelos de tipo S_1 y S_2 requieren un estudio específico para la definición de la acción sísmica. En el tipo de suelo S_1 se pueden producir efectos de amplificación sísmica anómala y efectos importantes de interacción suelo–estructura. El apartado 6(1)d de UNE-EN 1998-5 identifica específicamente la presencia de un suelo tipo S_1 como uno de los casos en los que deben considerarse los efectos dinámicos de la interacción suelo–estructura. Respecto del tipo de suelo S_2 , éste incluye, entre otros, los suelos que pueden sufrir licuefacción. En estos casos debe concebirse la estructura para que su estabilidad no dependa de los estratos licuefactables (por ejemplo, disponiendo pilotes apoyados en terrenos competentes) y debe tenerse en cuenta la posibilidad de licuefacción a la hora de evaluar los efectos de las acciones que se aplican sobre la estructura (falta de apoyo horizontal en pilotes, o empujes en muros, por ejemplo).

3.3 Requisitos fundamentales

En el apartado 2.2 de UNE-EN 1998-2 se definen dos niveles de daño que UNE-EN 1998-2 denomina *requisitos fundamentales*. Estos son el requisito de no colapso y el requisito de limitación del daño. UNE-EN 1998-2 asocia el primero al Estado Límite Último y al sismo de cálculo, mientras que asocia el segundo al Estado Límite de Servicio y a una acción sísmica con una probabilidad de ocurrencia elevada. En la [Tabla 5](#) se resumen, para cada nivel de daño, los requisitos asociados.

Tabla 5 Requisitos fundamentales

Requisito	Nivel de daño	
	No colapso	Limitación del daño
Estado Límite	Estado límite último (ELU)	Estado límite de servicio (ELS)
Acción	Sismo de cálculo	Sismo con una probabilidad de ocurrencia elevada
Daño permitido	Formación de rótulas plásticas en pilas en secciones específicas, accesibles a la reparación*	Daños menores a elementos secundarios y elementos proyectados específicamente para disipar energía
Daños a evitar	Daños en el tablero distintos de daños locales en elementos secundarios (juntas, losas de continuidad, barreras)*	Daños en elementos principales
Uso tras el sismo	Tráfico de emergencia*	Sin restricción
Reparación	Zonas dañadas fácilmente reparables*	Solo elementos secundarios y dispositivos de disipación de energía

* Con posibilidad, conforme al apartado 2.2.2(5) NOTA de UNE-EN de 1998-2, de adopción de criterios menos estrictos a nivel nacional. El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 mantiene estos requisitos.

Para el requisito de no colapso se permite la formación de rótulas plásticas en pilas en secciones específicas, especialmente armadas y accesibles a la reparación. No se admiten daños en el tablero, aunque sí en elementos secundarios tales como juntas, losas de continuidad entre vanos de puentes isostáticos o en las barreras de seguridad y barandillas. Tras un sismo, el puente debe permitir el paso de vehículos de emergencia. Se admite que tras el sismo de cálculo son necesarias reparaciones en zonas –salvo excepción– fácilmente accesibles. Estas zonas incluyen la unión de las pilas con la cimentación, aunque ello requiera efectuar una excavación.

Para el requisito de limitación del daño, sólo se admiten daños menores en elementos secundarios y en elementos proyectados específicamente para disipar energía si éstos funcionan por daño (plastificaciones, fusibles). No deben, por tanto, producirse daños en elementos principales. Tras el sismo, no hay restricción al tráfico y solo deberán repararse, en su caso, elementos secundarios y dispositivos de disipación.

Para cada nivel de daño, UNE-EN 1998-2 establece unos determinados criterios de conformidad. Estos criterios de conformidad se recogen en detalle en el apartado 3.5 de esta guía.

Un puente se puede proyectar para el sismo de cálculo de acuerdo con cualquiera de los dos niveles de daño descritos anteriormente. Sin embargo, en ausencia de sistemas de aislamiento o amortiguamiento, solamente en zonas de sismicidad baja o media podrá adoptarse, como criterio de proyecto para el sismo de cálculo, el requisito de limitación de daño, dado que en zonas de alta sismicidad el proyecto con este criterio se vuelve inviable por el coste resultante.

Cuando se adopta como criterio de proyecto para el sismo de cálculo el requisito de no colapso, el apartado 2.3.1(1) de UNE-EN 1998-2 indica que el cumplimiento de los criterios de conformidad para el requisito de no colapso (ver apartado 3.5) supone, implícitamente, en general, el cumplimiento del requisito limitación de daño para el sismo de probabilidad de ocurrencia elevada, por lo que no resulta necesario efectuar comprobaciones adicionales.

Como se verá en el apartado 3.5, y ya se ha adelantado en el apartado 3.1, la aceptación de daño según el requisito de no colapso implica admitir deformaciones plásticas y movilizar la capacidad de deformación plástica o ductilidad de la estructura. A cambio, se consigue reducir la acción del sismo por un factor de hasta 3,5 (factor de comportamiento). Por otra parte, según el apartado 2.3.1(1) de UNE-EN 1998-2, el cálculo para la condición de no colapso cubre implícitamente la condición de minimización del daño y por tanto, no se requiere ninguna comprobación adicional para el sismo con probabilidad de ocurrencia elevada.

UNE-EN 1998-1 define con precisión las probabilidades de excedencia P_R de los sismos a los que se asocia cada uno de los Estados Límite. UNE-EN 1998-1 recomienda asociar el sismo de cálculo (vinculado al Estado Límite Último) a una probabilidad de excedencia en un periodo de $T_{LR} = 50$ años de $P_{NCR} = 10\%$, lo cual corresponde a un periodo de retorno $T_{NCR} = 475$ años. Asimismo, recomienda asociar el sismo de probabilidad de ocurrencia elevada (vinculado al Estado Límite de Servicio) a una probabilidad de excedencia en un periodo de $T_{LR} = 10$ años de $P_{DLR} = 10\%$, lo cual equivale a un periodo de retorno $T_{DLR} = 95$ años. Estos son los valores adoptados en el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1.

Dados estos valores, el Eurocódigo 8 (2.1 de UNE-EN 1998-1) permite establecer distintos niveles de fiabilidad a través del factor de importancia γ_I que multiplica a la aceleración máxima de referencia del suelo en un terreno tipo A, a_{gR} . Esta aceleración se define para un periodo de referencia T_{LR} al que corresponde $\gamma_I = 1$. El valor de γ_I para un periodo T_L distinto de T_{LR} se determina imponiendo la condición de que P_R valga lo mismo para T_L y para T_{LR} . Esta condición conduce a la expresión (70) que puede formularse también en función de las probabilidades de excedencia, como en la expresión (71).

$$\gamma_I \approx \left(\frac{T_{LR}}{T_L} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (70)$$

$$\gamma_I \approx \left(\frac{P_L}{P_{LR}} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (71)$$

En las expresiones (70) y (71) k es un factor que depende la sismicidad de la zona, cuyo valor es del orden de 3.

El factor γ_I es una simplificación para tener en cuenta el nivel de fiabilidad. En España [1] proporciona mapas de peligrosidad sísmica, en términos de los valores máximos de aceleración del suelo (PGA) correspondientes a periodos de retorno T_R de 95, 475, 975 y 2475 años, por lo que se pueden obtener niveles de fiabilidad más exigentes ($T_R = 975$ o $T_R = 2475$ años) sin necesidad de recurrir al factor γ_I .

De acuerdo con el apartado 2.1(4)P de UNE-EN 1998-2, la clase de importancia de los puentes, y, por tanto, el factor de importancia γ_I , deben ser establecidos sobre la base de las consecuencias del fallo en términos de vidas humanas, de la importancia de la estructura de cara al mantenimiento de las comunicaciones, en particular tras un evento sísmico, y de las consecuencias económicas del colapso. Para puentes, UNE-EN 1998-2 recomienda su clasificación en tres clases de importancia:

- La clase II corresponde a una estructura de importancia normal, que es a la que generalmente se considera que pertenecen los puentes, con las excepciones asociadas a las clases I y III
- La clase I corresponde a puentes que no son críticos para las comunicaciones y en los cuales no se justifica económicamente la adopción para el sismo correspondiente al requisito de no colapso, bien de una P_{NCR} de que sea superada en 50 años, o bien de un periodo de referencia de 50 años
- La clase III corresponde a infraestructuras críticas para mantener las comunicaciones, especialmente tras un sismo, aquellos puentes cuyo colapso estaría asociado a un gran número de víctimas probables y puentes principales para los que se requiere un periodo de vida útil de referencia asociado a la determinación de la acción sísmica superior del normal

De forma aproximada, las clases I, II y III se corresponden con las clases de consecuencias CC1, CC2 y CC3 definidas en el apartado B3.1 de UNE-EN 1990 [29]. Esta correspondencia se extracta en la [Tabla 6](#).

Tabla 6 Correspondencia entre clases de importancia y clase de consecuencias

Clases de Importancia	Clases de consecuencias	Descripción
I	CC1	Probabilidad leve de pérdida de vidas humanas y consecuencias económicas, sociales o medioambientales mínimas o despreciables
II	CC2	Probabilidad moderada de pérdida de vidas humanas y consecuencias económicas, sociales o medioambientales considerables.
III	CC3	Probabilidad alta de pérdida de vidas humanas y consecuencias económicas, sociales o medioambientales muy importantes.

En el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2, cláusula 2.1(4)P, se señala que las categorías de los puentes de carretera, atendiendo a criterios de afección y acciones sísmicas, se definirán de acuerdo con el uso al que se destine la estructura y con los daños que pueda ocasionar su destrucción, distinguiéndose a estos efectos las siguientes categorías:

I) Clase de importancia I: Puentes de importancia moderada

Se incluyen aquellos puentes que, a juicio de la autoridad competente, tengan una probabilidad despreciable de que su destrucción pueda ocasionar víctimas, interrumpir un servicio primario u ocasionar daños económicos significativos a terceros.

II) Clase de importancia II: Puentes de importancia normal

Son aquéllos cuya destrucción puede ocasionar víctimas o interrumpir un servicio necesario para la colectividad o producir importantes pérdidas económicas, siempre que no se trate de un servicio imprescindible, ni pueda dar lugar a efectos catastróficos, todo ello a juicio de la autoridad competente.

III) Clase de importancia III: Puentes de importancia especial

Son aquéllos cuya destrucción puede interrumpir un servicio imprescindible tras el terremoto o dar lugar a efectos catastróficos, todo ello a juicio de la autoridad competente.

La cláusula 2.1(6) de UNE-EN 1998-2 es la que determina el factor de importancia para puentes. Para la clase II el valor que debe adoptarse es $\gamma_I = 1,00$, asociado a la acción sísmica con el periodo de retorno de referencia $T_{NCR} = 475$ años. En cambio, para las clases de importancia I y II, los factores de importancia son parámetros de determinación nacional:

- El valor recomendado para la clase I es $\gamma_I = 0,85$, mientras que el Anejo Nacional deja la responsabilidad de fijar el valor para esta clase a la *autoridad competente*
- Para la clase de importancia III el Anejo Nacional adopta para el factor de importancia el valor recomendado de $\gamma_I = 1,30$

Respecto de la probabilidad de ocurrencia de un sismo durante la construcción, el anejo A de UNE-EN 1998-2, que tiene carácter informativo, y así lo mantiene el Anejo Nacional, proporciona indicaciones relativas al sismo a considerar durante el periodo de construcción de la estructura. En este anejo se recomienda adoptar un periodo de retorno para el sismo de construcción dado por la expresión (72):

$$T_{Rc} \cong \frac{t_c}{p} \quad (72)$$

siendo:

- t_c duración del periodo de construcción del puente
- p probabilidad de que ocurra un sismo superior al considerado para el proyecto de la fase constructiva, cuyo valor se recomienda que no exceda de 0,05.

Esta probabilidad de excedencia es la mitad del valor empleado para la definición del sismo de no colapso y del sismo de limitación del daño, lo cual resulta llamativo. En cualquier caso, al tener el ANEJO A carácter informativo, la decisión acerca del valor a utilizar queda en manos del proyectista y de la propiedad. La referencia [30] señala, quizás como justificación de este valor, que la estructura en fase de construcción puede ser mucho más vulnerable al sismo que en situación definitiva (por ejemplo en el caso de un puente construido por voladizos sucesivos).

De esta forma, si la construcción de la estructura dura 1 año, T_{Rc} sería igual a 20 años y si el periodo de construcción dura 5 años, T_{Rc} sería igual a 100 años. Para determinar el valor de la aceleración del suelo a utilizar para el sismo de construcción, en el apartado A2(2) de UNE-EN 1998-2 se propone la expresión (73):

$$\frac{a_{gc}}{a_{gR}} = \left(\frac{T_{Rc}}{T_{NRC}} \right)^k \tag{73}$$

donde:

- a_{gc} aceleración máxima del suelo (PGA) referida a un terreno de tipo A en el emplazamiento de la obra para la comprobación del sismo de construcción
- a_{gR} aceleración máxima del suelo (PGA) referida a un terreno de tipo A en el emplazamiento de la obra para el sismo de no colapso ($T_{NRC} = 475$ años)
- k valor que depende de la sismicidad del lugar para el cual se recomienda utilizar un rango comprendido entre 0,3 y 0,4

En la Figura 69 se muestra gráficamente lo que supone la expresión (73), en función del valor adoptado para el parámetro k y admitiendo un valor de $p = 0,05$. Se observa que, para una duración de la construcción de 2,5 años, la aceleración del suelo del sismo de construcción supone aproximadamente el 45% de la correspondiente al sismo de no colapso, mientras que, para 5 años, se alcanzan valores próximos al 60%. Como se puede ver se trata de valores nada despreciables.

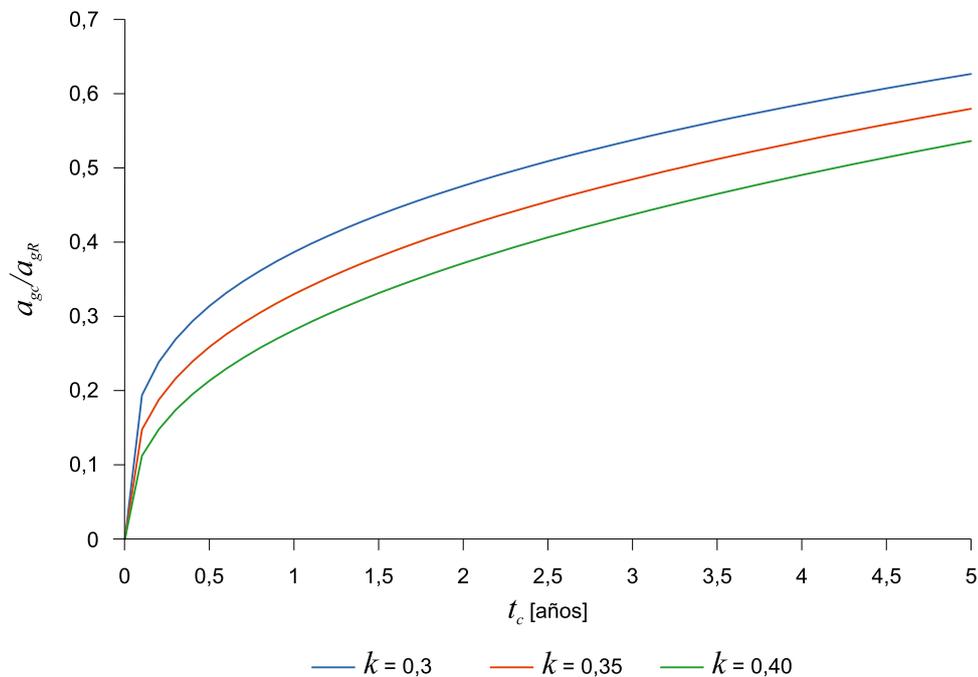


Figura 69 Fracción del sismo de no colapso a considerar en la situación de construcción en función de la duración del proceso constructivo y del parámetro k

3.4 Acción sísmica

Para la definición de la acción sísmica, el apartado 3.2.1(1)P de UNE-EN 1998-1 requiere que los territorios queden divididos por las administraciones nacionales en zonas sísmicas en función de la peligrosidad sísmica. Por definición, la peligrosidad sísmica es constante en cada zona.

Estas zonas quedan caracterizadas por la aceleración máxima del suelo (PGA) referida a un terreno de tipo A (roca), a_{gR} . Esta aceleración corresponde a un periodo de retorno T_{NCR} para el sismo asociado al requisito de no colapso adoptado por las administraciones nacionales.

Como ya se ha indicado anteriormente, la referencia [1] proporciona los valores de a_{gR} para periodos de retorno de 95, 475, 975 y 2475 años. A su vez, y como más adelante queda recogido, el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1 define la peligrosidad sísmica en cada punto del territorio nacional en función del valor de a_{gR} .

En casos de baja sismicidad el apartado 3.2.1(4) de UNE-EN 1998-1 permite la definición de criterios simplificados en el Anejo Nacional. El Anejo Nacional debe identificar las clases de estructuras, los tipos de suelo y las zonas geográficas a las que son aplicables estos criterios. En estos casos, el apartado 2.3.7(1) de UNE-EN 1998-2 recomienda el de criterios de proyecto basados en un comportamiento con ductilidad limitada o un comportamiento esencialmente elástico para los cuales no sea necesario establecer requisitos especiales de ductilidad.

El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 define en su apartado 2.3.7(1) Nota 1 (coincidente con el apartado 3.2.1(4) del Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1) la baja sismicidad con el criterio $S a_g \leq 0,1$. Como método simplificado se propone (apartado 2.3.7(1) Nota 2 del Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2) el método cuasiestático mediante la aplicación de una fuerza estática equivalente correspondiente a una aceleración horizontal uniforme igual a $S a_g$. La aplicación de este método simplificado se limita a puentes de clases de importancia I y II y a una longitud de puente inferior o igual a 15 m. No se exigen disposiciones constructivas relativas a la ductilidad.

3.4.1 Espectros

La representación básica del sismo se hace en el Eurocódigo 8 mediante espectros de respuesta. Es importante señalar que el Eurocódigo 8 define dos tipos de espectros de respuesta. El espectro de respuesta elástico, y el espectro de respuesta de cálculo. El primero se denomina elástico porque se ha obtenido para un sistema de 1gdl lineal y elástico, con un determinado nivel de amortiguamiento. El espectro de respuesta de cálculo es un espectro que se obtiene básicamente reduciendo el espectro de respuesta elástico por el factor de comportamiento de la estructura. Dicho factor de comportamiento incluye el efecto del amortiguamiento intrínseco de la estructura, la sobrerresistencia y refleja su capacidad de deformación plástica o ductilidad. El espectro de respuesta de cálculo se emplea en conjunción con métodos de análisis lineales para tener en cuenta indirectamente el comportamiento no lineal de la estructura, sin realizar explícitamente un análisis no lineal de la misma. La forma del espectro es la misma para el sismo de no colapso y el sismo de limitación del daño. Este hecho lleva implícita la suposición de que los terremotos de magnitud moderada e intensa tienen el mismo contenido de frecuencias.

A la hora de modelar las tres componentes del sismo, dos horizontales y una vertical, UNE-EN 1998-1 proporciona distintas expresiones para las componentes horizontales, por un lado, y la componente vertical por otro.

Esta aproximación al problema tiene en cuenta que el sismo horizontal es debido fundamentalmente a la propagación de las ondas transversales o secundarias (ondas S) mientras que el sismo vertical es debido fundamentalmente a las ondas longitudinales o primarias (ondas P) (ver apartado 2.1.1.2). Las ondas P están asociadas a periodos más bajos. La tradición de considerar un espectro vertical igual al horizontal multiplicado por un factor reductor, usualmente de 2/3 o 0,70 (ver, por ejemplo, NCSP-07 [31]), no resulta, por tanto, correcta y ha sido abandonada en UNE-EN 1998-1, con la complejidad, eso sí, de aumentar la labor operativa.

El apartado 3.2.2.1 (5) de UNE-EN 1998-1 hace hincapié en la necesidad de considerar las distintas fuentes sismogénicas en el emplazamiento y la posibilidad de definir distintos espectros para representar distintas fuentes. Igualmente, el apartado 3.2.2.3 de UNE-EN 1998-2 obliga a utilizar espectros específicos al lugar cuando la distancia entre el puente y la falla activa más cercana sea inferior a 10 km medidos horizontalmente, siempre y cuando esta falla pueda dar lugar a sismos de magnitud superior a 6,5. Con esta cláusula se quiere asegurar que se tienen en cuenta los efectos de direccionalidad generados por terremotos de campo cercano, que pueden dar lugar a pulsos de gran velocidad y periodos largos que se propagan en la dirección perpendicular a la falla, dando lugar a amplificaciones significativas (ver [30]). Como antecedente normativo, la referencia anterior señala la condición de la norma Caltrans (2006) del estado de California (ver [16]) que impone un aumento del 20% de la ordenada espectral para periodos superiores a 1 segundo cuando existe una falla situada a menos de 15 km. Aunque la norma Caltrans no lo especifica, este aumento solo debe considerarse en la dirección perpendicular a la falla, siendo el aumento nulo en la dirección paralela.

3.4.1.1 Espectro elástico

La forma del espectro de respuesta elástico para las componentes horizontales se define en el apartado 3.2.2.2 de UNE-EN 1998-1 de acuerdo con las ecuaciones de la expresión (74).

$$\begin{aligned}
 0 \leq T \leq T_B & \quad S_e(T) = a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta 2,5 - 1) \right] \\
 T_B \leq T \leq T_C & \quad S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \\
 T_C \leq T \leq T_D & \quad S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right] \\
 T_D \leq T \leq 4s & \quad S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]
 \end{aligned} \tag{74}$$

donde:

$S_e(T)$ espectro de respuesta elástico, en términos de pseudo-aceleraciones espectrales

T periodo de un oscilador lineal de 1gdl

a_g valor de cálculo de la aceleración del suelo referida a un terreno de tipo A, conforme a la expresión (75)

$$a_g = \gamma_I a_{gR} \quad (75)$$

T_B y T_C límites inferior y superior de los periodos de la meseta del espectro (rama de aceleración constante)

T_D periodo donde empieza la rama de desplazamiento constante

S coeficiente de suelo, que tiene en cuenta la amplificación dinámica de los terrenos más blandos

η coeficiente corrector del amortiguamiento, con un valor de referencia igual a la unidad para un índice de amortiguamiento viscoso del 5%

En la [Figura 70](#), que reproduce la Figura 3.1 de UNE-EN 1998-1, se muestra una forma genérica de este espectro elástico para la componente horizontal.

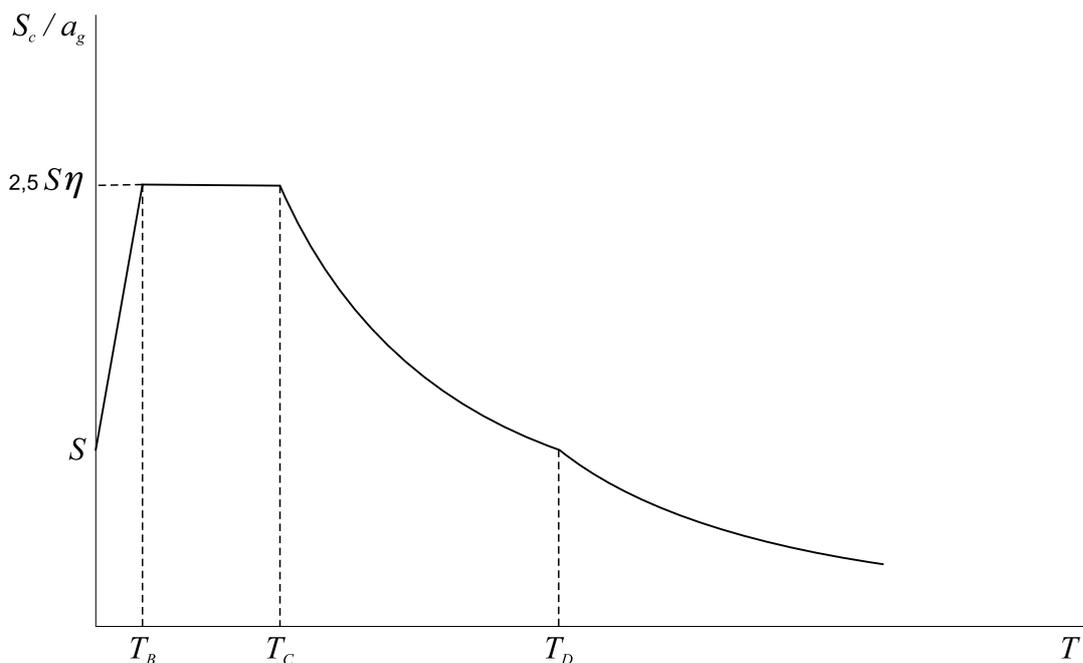


Figura 70 Forma del espectro de respuesta elástico (Figura 3.1 de UNE-EN 1998-1)

UNE-EN 1998-1 da dos series de valores para los parámetros S , T_B , T_C y T_D a las cuales hace referencia como espectro de tipo 1 y espectro de tipo 2 (ver [Tabla 7](#) y [Tabla 8](#), así como [Figura 71](#) y [Figura 72](#)).

El espectro de tipo 1 quiere representar los sismos de magnitud media a grande mientras que el espectro de tipo 2 quiere representar sismos de magnitud inferior a 5,5 que se generan a poca distancia (sismo de campo cercano (ver apartado [2.1.4](#))), con una meseta de mayor amplitud pero menos extensa en términos de periodos. De acuerdo con [\[30\]](#), el coeficiente de suelo S , es me-

nor para el sismo de tipo 1 debido a que la no linealidad del suelo generada por los movimientos producidos por sismos de magnitud moderada a grande es más acusada. De esta forma el sismo de tipo 2 tiene una meseta más reducida, pero valores aceleración espectral mayores. Para un valor típico de periodo propio de un puente, del orden de 0,5–0,8 segundos, se observa que la aceleración espectral es menor para el sismo de tipo 2 que para el sismo de tipo 1.

La idea de considerar dos tipos de espectro en lugar de un único espectro envolvente responde, de acuerdo con la referencia [16], a la voluntad de no penalizar excesivamente a aquellas zonas de Europa afectadas únicamente por terremotos de pequeña magnitud, inferiores a 5,5 en términos de magnitud de onda superficial M_s (ver apartado 2.1.1.3). En particular, la Nota 2 al apartado 3.2.2.1(4) de UNE-EN 1998-1 hace hincapié en que la selección de la forma del espectro a utilizar debe tener de cuenta la magnitud de los terremotos que más contribuyen a la peligrosidad sísmica a partir de criterios probabilísticos en lugar de basarse en criterios conservadores superiores (*máximo terremoto previsible*).

En consonancia con esta explicación, la Nota 1 al apartado 3.2.2.2 (2)P de UNE-EN 1998-1 establece las siguientes recomendaciones respecto del uso de los espectros de tipo 1 y de tipo 2:

- Si no se tiene en cuenta la influencia de la geología profunda en el sismo se recomienda utilizar ambos espectros en el cálculo
- Si la magnitud del sismo correspondiente a las ondas de superficie M_s es inferior a 5,5 se recomienda usar únicamente un espectro de tipo 2

Los valores que definen los espectros S , T_B , T_C y T_D son parámetros nacionales, y, claramente deben serlo puesto que están relacionados con las condiciones locales y el nivel de seguridad que es una competencia de los Estados.

El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1 define en 3.2.1(2) de AN.5 la peligrosidad sísmica de forma detallada a nivel de cada punto del territorio nacional, en una malla de puntos separados 0,1 grados en coordenadas geodésicas de longitud y latitud, por medio de los siguientes parámetros básicos:

- La aceleración máxima horizontal de referencia en terreno tipo A, a_{gR}
- El coeficiente de contribución K^c , que tiene en cuenta la distinta contribución de la sismicidad próxima, de la península y de las áreas marinas adyacentes, y la de la más lejana, de la parte de la zona Azores-Gibraltar situada en Gorringe-Herradura

El valor de los periodos T_B y T_C que definen el espectro es, a su vez, función de K y del tipo de suelo. El Anejo Nacional establece también la magnitud M que debe considerarse en algunos casos, como son la selección de acelerogramas registrados en terremotos reales o la dura-

6 El coeficiente K definido, junto con a_{gR} , interviene en la determinación de los siguientes parámetros:

- El valor de la magnitud M del terremoto a considerar para la definición de acelerogramas artificiales -3.2.3.1.2(2)P de UNE-EN 1998-1- y para cálculos de licuación Tabla B.1 del ANEJO B de UNE-EN 1998-5- que, de acuerdo con 3.2.1(2) de AN/UNE-EN 1998-1, valdrá $M_w=6$ cuando K sea menor o igual de 1.1 y $M_w=8$ cuando K sea mayor que 1.1.
- El valor del periodo T_C , de acuerdo con 3.2.2.2(2)P de AN/UNE-EN 1998-1.

ción que se asigne a los acelerogramas artificiales o el número de ciclos equivalentes que se considere en los cálculos de licuefacción de arenas.

No obstante, con el criterio $M_s < 5,5$, y a la vista de la [Figura 1](#), parece que sería viable, en la línea de la intención que subyace en la definición de los dos tipos de espectro en UNE-EN 1998-1, limitar el uso del espectro tipo 2 a partes muy concretas del Sur de España.

Los parámetros recomendados para los espectros tipo 1 y 2 se recogen en la [Tabla 7](#) y la [Tabla 8](#) respectivamente, que reproducen las Tablas 3.2 y 3.3 de UNE-EN 1998-1. Se observa que en estas tablas no se incluyen los suelos tipo S_1 y S_2 debido a que, como se ha indicado anteriormente (ver apartado [3.2](#)), su análisis debe ser objeto de un estudio especial.

Tabla 7 Valores de los parámetros recomendados que describen el espectro de respuesta elástico horizontal tipo 1 –sismo de campo lejano– (Tabla 3.2 de UNE-EN 1998-1)

Tipo de suelo	S	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

Tabla 8 Valor de los parámetros recomendados que describen el espectro de respuesta elástico horizontal tipo 2 –sismo de campo cercano– (Tabla 3.3 de UNE-EN 1998-1)

Tipo de suelo	S	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
A	1,0	0,05	0,25	1,2
B	1,35	0,05	0,25	1,2
C	1,5	0,10	0,25	1,2
D	1,8	0,10	0,30	1,2
E	1,6	0,05	0,25	1,2

En la [Figura 71](#) y la [Figura 72](#), que reproducen las Figuras 3.2 y 3.3 de UNE-EN 1998-1, se observa muy claramente la importancia del efecto del terreno. La aceleración máxima pasa de ser 2,5 veces la aceleración del suelo para un suelo tipo A a 3,5 veces para un suelo tipo E en el caso del espectro de tipo 1, y de 2,5 a 4,5 en el caso del espectro de tipo 2.

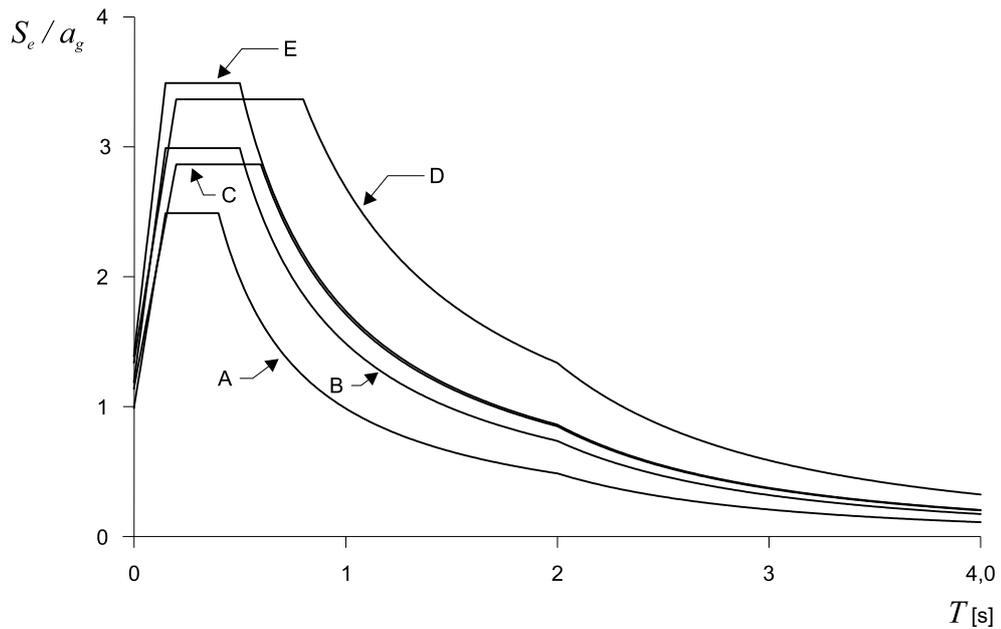


Figura 71 Espectro recomendado de respuesta elástico tipo 1 para terrenos tipo A a E (5% de amortiguamiento) (Figura 3.2 de UNE-EN 1998-1)

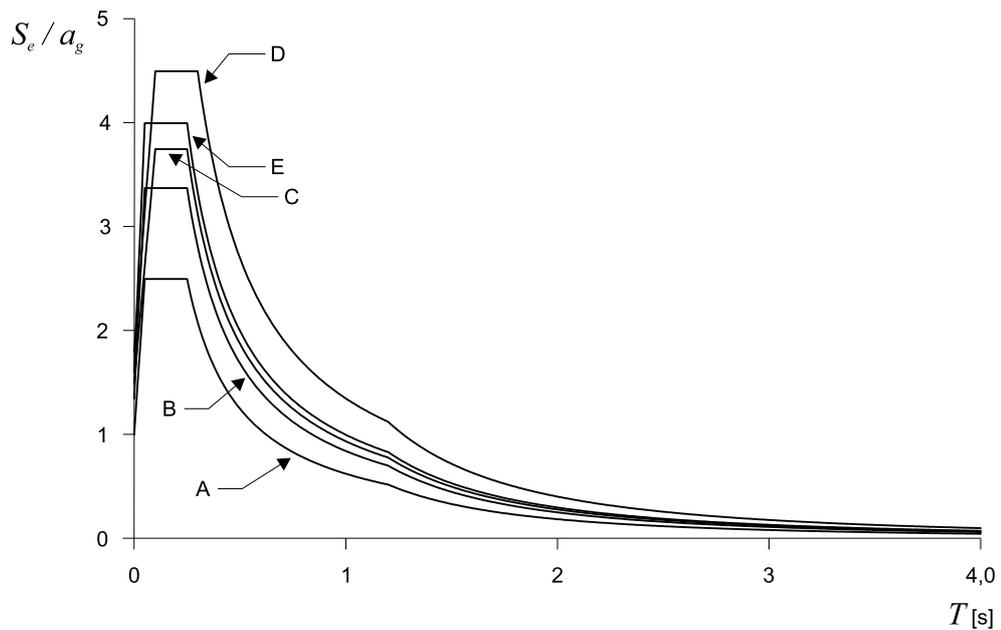


Figura 72 Espectro recomendado de respuesta elástico tipo 2 para terrenos tipo A a E (5% de amortiguamiento) (Figura 3.3 de UNE-EN 1998-1)

El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1 establece en las cláusulas 3.2.2.1(4) y 3.2.2.2(2)P los parámetros S , T_B , T_C y T_D que definen la forma del espectro de respuesta elástico horizontal a nivel nacional. La [Tabla 9](#), que reproduce la Tabla AN/2 de AN/UNE-EN 1998-1, recoge estos valores.

Tabla 9 Valores de los parámetros que describen el espectro elástico de respuesta horizontal (Tabla AN/2 de AN/UNE-EN 1998-1)

Tipo de suelo	S	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
A	1	$T_C/5$	$K/4$	2,0
B	$a_g \leq 0,1 g$ $S = C$	$T_C/5$	$KC/4$	2,0
C	$0,1 g \leq a_g \leq 0,4 g$ $S = C + 3,33 \left(\frac{a_g}{g} - 0,1 \right) (1,0 - C)$			
	$a_g > 0,4 g$ $S = 1$			
D	$a_g \leq 0,1 g$ $S = 2$	$T_C/5$	$K/2$	2,0
	$0,1 g \leq a_g \leq 0,4 g$ $S = 2,33 - 3,33 \frac{a_g}{g}$			
	$a_g > 0,4 g$ $S = 1$			

Donde $C = (800/v_{s,30})^{0,465}$ (con $v_{s,30}$ en m/s) y K se establece en 3.2.1(2) de AN/UNE-EN 1998-1.

En este aspecto, el Anejo Nacional descarta el uso de dos tipos de espectro, con objeto de simplificar el análisis, proponiendo un único espectro envolvente. Además, incorpora la cercanía a la falla Azores-Gibraltar a través del parámetro K .

Respecto del amortiguamiento, 3.2.2.2 (3) de UNE-EN 1998-1 proporciona la expresión (76) en el caso de que el índice de amortiguamiento ξ a considerar sea distinto del 5%:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi[\%]}} \geq 0,55 \quad (76)$$

El valor superior limita el índice de amortiguamiento a un porcentaje máximo del 28%.

Como ya se ha adelantado, UNE-EN 1998-1 proporciona una definición diferente para el espectro de aceleración vertical, que se deduce a partir de las expresiones (77):

$$\begin{aligned} 0 \leq T \leq T_B & \quad S_{ve}(T) = a_{vg} \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta 3,0 - 1) \right] \\ T_B \leq T \leq T_C & \quad S_{ve}(T) = a_{vg} \eta 3,0 \\ T_C \leq T \leq T_D & \quad S_{ve}(T) = a_{vg} \eta 3,0 \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ T_D \leq T \leq 4s & \quad S_{ve}(T) = a_{vg} \eta 3,0 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \end{aligned} \quad (77)$$

Al igual que ocurre con el sismo horizontal, UNE-EN 1998-1 distingue dos espectros verticales (tipo 1 y tipo 2), fijando los valores de la aceleración vertical en función del valor de la aceleración horizontal y los valores de los periodos que limitan las cuatro ramas del espectro (ver [Tabla 10](#), que reproduce la Tabla 3.4 de UNE-EN 1998-1). Se observa que los valores de los periodos que limitan las distintas ramas del espectro vertical son iguales para ambos espectros y de valor menor a los valores homólogos recomendados para los sismos horizontales.

Ello se debe a que el contenido en periodos bajos del sismo vertical es mayor debido a que su origen son las ondas P (ver también apartado 2.1.4). Los valores de $T_B = 0,05$ y $T_C = 0,15$ se basan en los trabajos de Elnashai y Papazoglou [32].

Tabla 10 Valores recomendados de los parámetros que describen el espectro de respuesta elástico vertical tipo 1 y tipo 2 (Tabla 3.4 de UNE-EN 1998-1)

Espectro	a_{vg}/a_g	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
Tipo 1	0,90	0,05	0,15	1,0
Tipo 2	0,45	0,05	0,15	1,0

Aquí también, la Nota al apartado 3.2.2.3 (1)P de UNE-EN 1998-1 recomienda adoptar solamente el espectro tipo 2 cuando los sismos que más contribuyan a la peligrosidad sísmica en el lugar del terremoto tengan una magnitud M_s inferior a 5,5 [28].

El espectro vertical se formula en función de la aceleración máxima vertical del terreno, a_{vg} . En la Tabla 10 se propone un valor de a_{vg} igual al 90% o al 45% del valor de la aceleración en la dirección horizontal a_g , dependiendo del tipo de espectro, pero se trata solo de un valor recomendado que debe fijarse en el Anejo Nacional.

Otra diferencia importante del espectro de sismo vertical respecto del horizontal es que éste no tiene coeficiente de suelo. De acuerdo con la referencia [28], esto se debe a que no existe suficiente información para formular el efecto del suelo sobre la aceleración vertical y esta circunstancia explica por qué la amplificación dinámica de la meseta corresponde a un factor más conservador (3,0) que el del espectro horizontal para un suelo Tipo A (2,5). De alguna forma, esta diferencia lleva implícita un coeficiente de suelo de 1,2.

El Anejo Nacional establece en 3.2.2.3(1) P los parámetros a_{vg} , T_{vB} , T_{vC} y T_{vD} que definen la forma del espectro de respuesta elástico vertical a nivel nacional, que son función de los adoptados para el espectro horizontal. La Tabla 11, que reproduce la Tabla AN/3 de AN/UNE-EN 1998-1, recoge estos valores.

Tabla 11 Valores de los parámetros que describen el espectro de respuesta elástico vertical (Tabla AN/3 de AN/UNE-EN 1998-1)

a_{vg}/a_g	T_{vB}/T_B	T_{vC}/T_C	T_{vD}/T_D
0,7	1,0	0,75	1,0

Como se puede ver, el espectro elástico definido por UNE-EN 1998-1 tiene en cuenta la influencia de todas las variables descritas en el apartado 2.1.4: influencia del suelo, influencia del amortiguamiento, tipo de fuente sísmogénica y diferencias entre componentes horizontal y vertical.

3.4.1.2 Espectro de cálculo

Además del espectro de respuesta elástico que caracteriza la respuesta máxima de un sistema lineal y elástico, UNE-EN 1998-1 define también lo que denomina el espectro de respuesta de cálculo. Este espectro de cálculo se emplea para poder abordar de forma aproximada mediante un cálculo elástico y lineal, el comportamiento no lineal de las estructuras.

Las virtudes (y defectos) de esta aproximación descansan en el *factor de comportamiento* q que reduce las ordenadas del espectro elástico de respuesta en función de la sobrerresistencia y la ductilidad de la estructura. Este factor de comportamiento q tiene en cuenta, de forma sencilla, la sobrerresistencia y la capacidad de disipación de energía de la estructura mediante macro-deformaciones plásticas de los materiales. En la formulación de algunos métodos y por simplicidad, la energía disipada mediante deformaciones plásticas se asimila a un amortiguamiento viscoso equivalente.

El valor que se adopta para el factor de comportamiento q es una decisión importante y que debe estar muy bien justificada puesto que afecta considerablemente a los resultados de los cálculos. El valor de q está condicionado a la tipología de la estructura y al comportamiento previsto durante un evento sísmico. Para que su aplicación sea válida deben producirse efectivamente rótulas plásticas, en la posición prevista en proyecto y con la capacidad de deformación plástica anticipada. Por ello, la utilización de factores de comportamiento supone, en primer lugar, plantear dónde se van a producir estas rótulas y aplicar estos factores únicamente a los elementos en los que se prevé que se formen.

En el caso de estructuras con aislamiento sísmico, para dimensionar el sistema de aislamiento, no se aplican factores q (se debe emplear el espectro elástico de respuesta que no está afectado por q), pero para proyectar la estructura y la subestructura que hay por encima y por debajo del sistema de aislamiento sí que se puede aplicar un $q = 1,5$.

Además, el factor de comportamiento será generalmente diferente en dirección longitudinal y en dirección transversal, en particular en el caso de pilas apantalladas, con rigideces muy distintas en cada dirección. Por lo tanto, los espectros de cálculo para el análisis del sismo en la dirección longitudinal y transversal serán generalmente distintos.

Por otra parte, en el caso del sismo vertical, el apartado 3.2.2.5 (7) de UNE-EN 1998-1 exige una justificación especial para considerar un factor de comportamiento superior a $q = 1,5$ en dirección vertical. Este valor $q = 1,5$ es el que se supone que cubre la sobrerresistencia, sin necesidad de movilizar la ductilidad (lo que en la dirección vertical de las pilas es poco factible). Sin embargo, en el caso de puentes, el apartado 4.1.6(12)P de UNE-EN 1998-2 indica que en dirección vertical se debe adoptar siempre un factor de comportamiento $q = 1,0$ lo cual supone un mayor grado de conservadurismo para este tipo de estructuras.

La formulación que propone el apartado 3.2.2.5(4)P de UNE-EN 1998-1 para el espectro de cálculo horizontal es la que se recoge en la expresión (78).

$$\begin{aligned}
 0 \leq T \leq T_B \quad S_d(T) &= a_g S \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \\
 T_B \leq T \leq T_C \quad S_d(T) &= a_g S \frac{2,5}{q} \\
 T_C \leq T \leq T_D \quad S_d(T) &= \begin{cases} a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta a_g \end{cases} \\
 T_D \leq T \quad S_d(T) &= \begin{cases} a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta a_g \end{cases}
 \end{aligned} \tag{78}$$

En estas expresiones, se elimina el factor η , puesto que el efecto del amortiguamiento se tiene en cuenta implícitamente a través del factor de comportamiento q , y se introduce un valor mínimo de la aceleración para las ramas descendentes igual a βa_g , donde β es un parámetro nacional cuyo valor recomendado es 0,2. El Anejo Nacional, sin embargo, establece un valor de $\beta = 0,10$ para puentes (para edificios se mantiene el valor recomendado), debido a que considera que el valor de 0,20 daría lugar a resultados muy conservadores, mayores que las acciones debidas al viento, en puentes de gran luz.

La forma del espectro de cálculo vertical coincide con la definición del espectro horizontal tomando un valor unitario para el coeficiente de suelo S , considerando la aceleración vertical a_{vg} en lugar de la aceleración horizontal a_g , y los valores de los periodos límite de las distintas ramas definidos en la [Tabla 10](#).

Respecto del rango de aplicación del análisis espectral, el apartado 3.2.2.5(8)P de UNE-EN 1998-1 señala explícitamente que este tipo de análisis no es *suficiente* (la referencia [16] habla de que no es *apropiado*) para el proyecto de sistemas con aislamiento combinados o no con dispositivos de disipación de energía. Esta advertencia se refiere tanto a la falta de validez de los valores del factor de comportamiento q (ver Tabla 4.1 de UNE-EN 1998-2) (*no apropiado*), como al hecho de que debe hacerse, en muchos de estos casos, una evaluación explícita del grado de amortiguamiento (*insuficiente*).

Se debe recurrir en estos casos a otras técnicas de análisis tales como el cálculo en el tiempo (lineal –ver [2.3.3](#)– o no lineal –ver [2.3.4](#)–, según el problema) o al análisis mediante el método del empuje incremental (ver [2.3.5](#)). Una excepción es el aislamiento mediante apoyos elastoméricos en puentes que sí puede analizarse mediante análisis espectral, debido a que el comportamiento se mantiene lineal.

3.4.2 Acelerogramas

En el apartado 3.2.3 de UNE-EN 1998-2 se establecen las condiciones que deben cumplirse para utilizar, como alternativa a los espectros de respuesta, una representación del sismo en el dominio del tiempo mediante acelerogramas. El apartado 3.2.3(1)P de UNE-EN 1998-2 establece que se deben considerar, al menos, tres pares de acelerogramas horizontales. Idealmente, estos pares deberían corresponder a eventos registrados con magnitudes, distancias a la fuente sismogénica, y mecanismos de ruptura de falla consistentes con los que definen la acción sísmica. Si no se dispone de registros adecuados suficientes, según el apartado 3.2.3(2) de UNE-EN 1998-2 éstos se pueden complementar con acelerogramas artificiales (ver apartado [2.1.3.2](#)).

El apartado 3.2.3(3)P de UNE-EN 1998-2 establece que se debe garantizar la consistencia de los acelerogramas utilizados, artificiales o no, con el espectro de respuesta elástico, escalando la amplitud del movimiento de acuerdo con el procedimiento siguiente:

- Para cada par de acelerogramas horizontales, se determina el espectro que corresponde a cada uno de ellos y el espectro SRSS del par tomando, como aceleración de éste, la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS) de las aceleraciones del espectro de cada componente

- Se determina el espectro medio tomando el valor de aceleración media de los espectros SRSS contruidos a partir de cada uno de los pares de acelerogramas considerados
- Este espectro medio debe escalarse con objeto de que las aceleraciones resultantes sean mayores que 1,3 veces la aceleración del espectro elástico definido en UNE-EN 1998-1 para un índice de amortiguamiento del 5%, en el rango de periodos comprendido entre 0,2 y 1,5 veces el periodo de vibración fundamental de la estructura en cada una de las direcciones consideradas
- El factor de escala determinado en el paso anterior debe aplicarse a todos los acelerogramas considerados

El análisis de la estructura se lleva a cabo aplicando sobre la estructura simultáneamente un par de acelerogramas, estando dirigidas las aceleraciones de uno en la dirección longitudinal y del otro en la dirección transversal.

Este proceso queda ilustrado en la [Figura 73](#) en la que se muestran un par de acelerogramas artificiales generados con el programa SIMQKE, en la [Figura 74](#) en la que se muestran los espectros a los que dan lugar estos acelerogramas y la composición SRSS de estos espectros y la [Figura 75](#), donde se compara el espectro SRSS medio correspondiente a tres pares distintos de acelerogramas con el espectro de cálculo incrementado en un 30%.

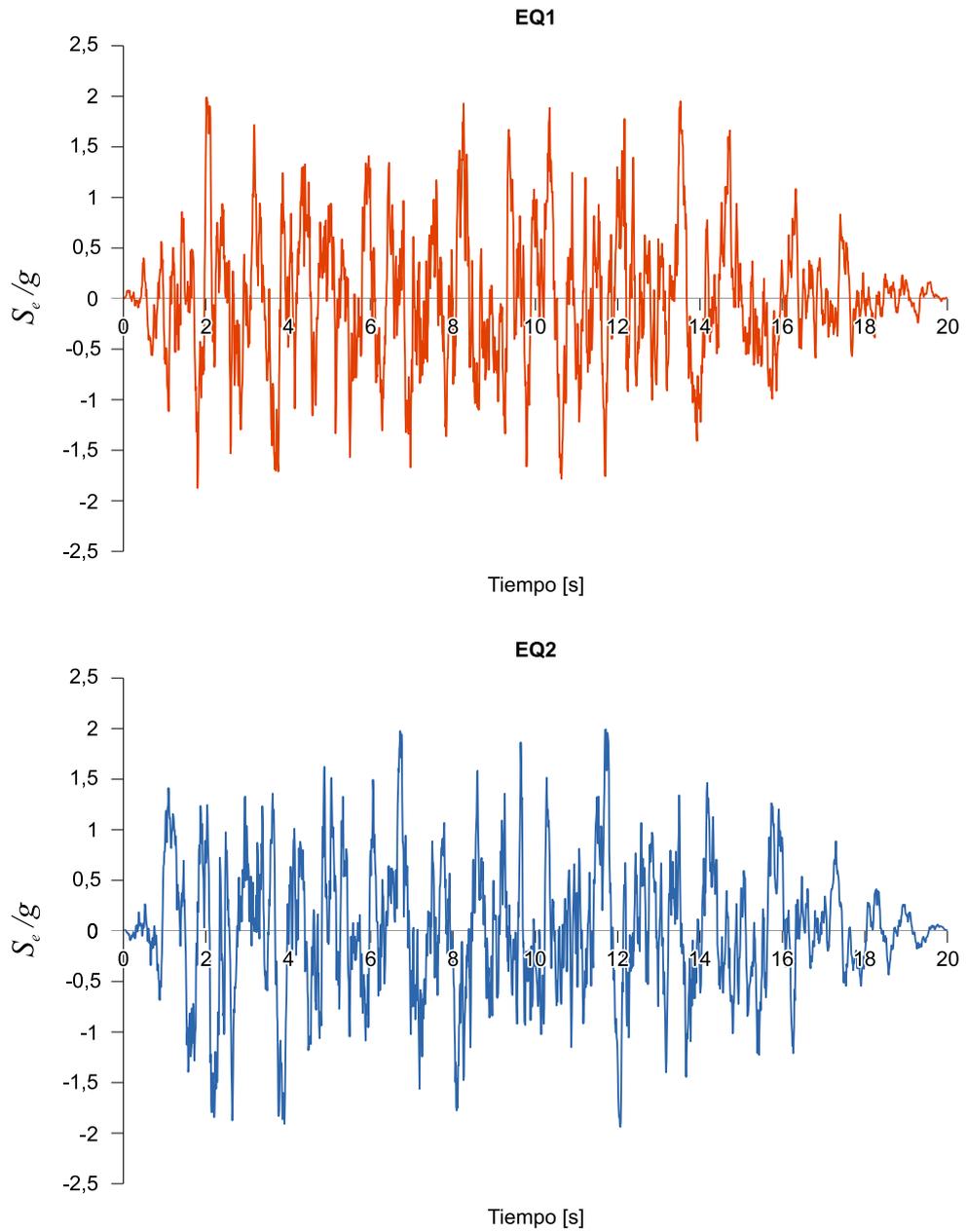


Figura 73 Pareja de acelerogramas artificiales EQ1 y EQ2 generados con el programa SIMQKE

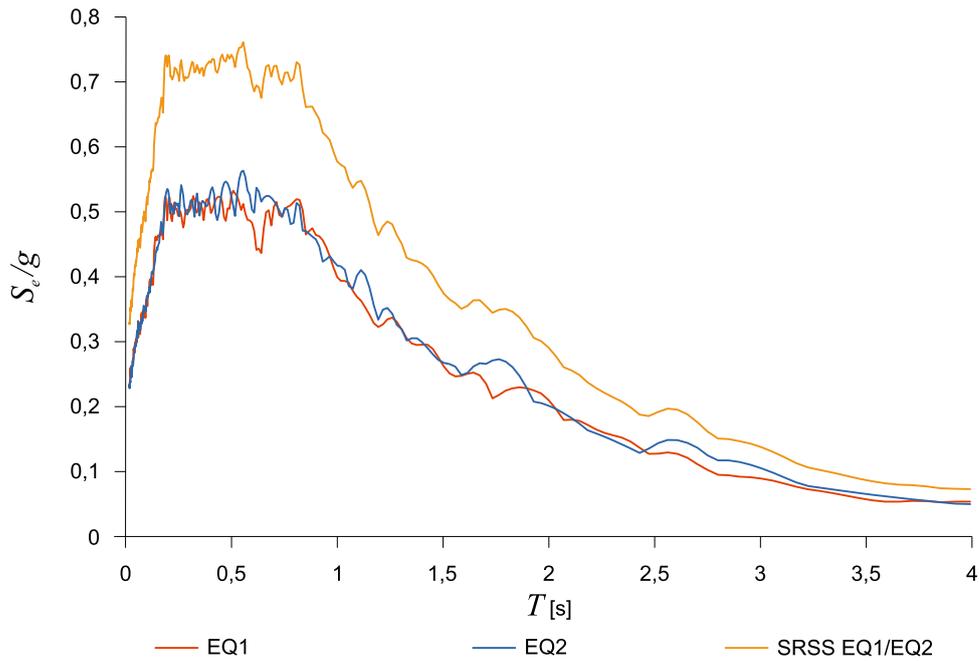


Figura 74 Espectros de respuesta correspondientes a los acelerogramas EQ1 y EQ2 y espectro SRSS

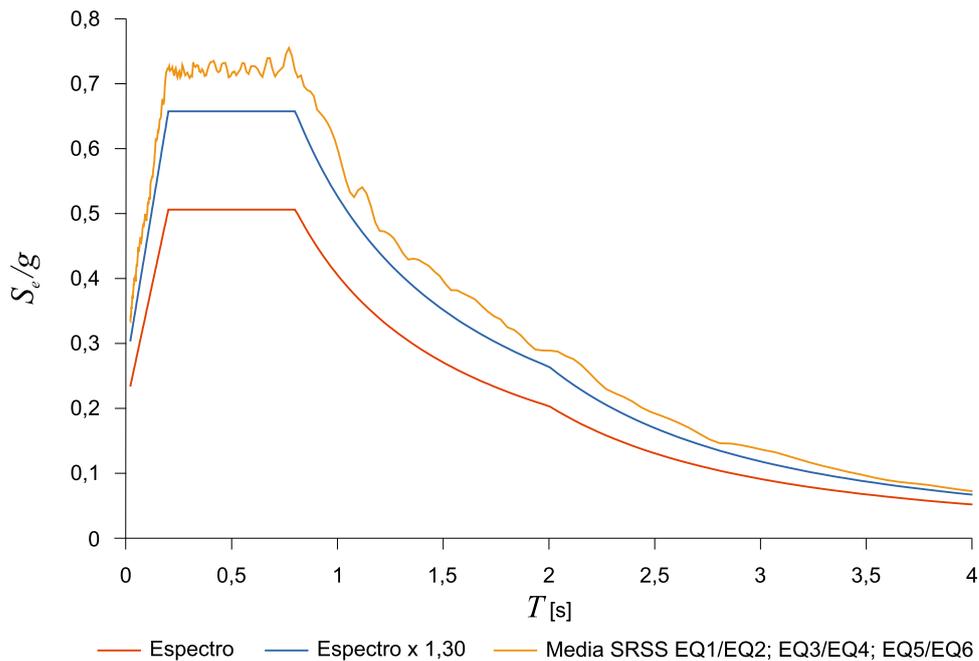


Figura 75 Comparación de la media de los espectros SRSS de tres pares de acelerogramas con el espectro de cálculo incrementado en un 30%

Cuando se considere también la componente vertical del sismo, el escalado de las componentes horizontales podrá hacerse independientemente del escalado de la componente vertical, de acuerdo con el procedimiento descrito anteriormente. El escalado del sismo vertical se hará de tal forma que la aceleración del espectro resultante del acelerograma no sea menor del 90% de la del espectro elástico para un índice de amortiguamiento del 5%, en el rango de periodos entre el 20% y el 150% del periodo vertical fundamental (ver apartado 3.2.3 (6) de UNE-EN 1998-2).

3.4.3 Variabilidad espacial de la acción sísmica

Otro aspecto importante a la hora de proyectar una estructura en zona sísmica es la consideración de la distribución espacial de la sollicitación sísmica. La acción sísmica que afecta a los distintos apoyos de una estructura puede variar de uno a otro, dando lugar a un movimiento asincrónico, ya sea porque la longitud de la estructura es suficientemente elevada como para que la diferencia del tiempo de llegada de la onda sísmica a los apoyos extremos sea significativa, ya sea porque se produce una pérdida de coherencia por reflejo y refracciones entre las distintas capas del terreno, ya sea porque la estructura está cimentada sobre tipos de suelo diferentes que dan lugar a amplificaciones o amortiguamientos locales diferentes.

Este aspecto se aborda en el apartado 3.3 de UNE-EN 1998-2. De acuerdo con este apartado, la variación espacial de la acción sísmica debe tenerse en cuenta cuando el tipo de suelo sobre el que se apoyan las distintas pilas o estribos varía o cuando la longitud de la estructura es superior a una longitud límite L_{lim} , cuyo valor viene determinado por el Anejo Nacional. El valor recomendado para esta distancia es igual a la distancia L_g , para la cual se considera que los movimientos del suelo no tienen correlación, dividida por un factor de 1,5. La **Tabla 12**, que reproduce la Tabla 3.1N define el valor de L_g , que es también un parámetro nacional, en función de cada tipo de suelo.

Tabla 12 Distancia más allá de la cual los movimientos del suelo pueden considerarse totalmente independientes (Tabla 3.1N de UNE-EN 1998-2)

Tipo de suelo	A	B	C	D	E
L_g [m]	600	500	400	300	500

El Anejo Nacional adopta, tanto para L_{lim} como para L_g , los valores recomendados.

El apartado 3.3 (6) de UNE-EN 1998-2 propone un método simplificado para tener en cuenta la variabilidad espacial del movimiento del suelo, cuando resulta necesario considerarla. Este procedimiento consiste en:

- utilizar para la evaluación de la acción sísmica una única definición correspondiente a las condiciones del suelo más desfavorables, y
- aplicar desplazamientos impuestos (pseudo-estáticos), ya sea en los apoyos de la estructura, ya sea en el lado del suelo de los muelles que representan la rigidez de la estructura, en caso de que se esté modelando la interacción suelo-estructura.

Los efectos de estos desplazamientos impuestos se combinan posteriormente con los efectos producidos por las distintas combinaciones sísmicas.

El apartado 3.3(6) de UNE-EN 1998-2 propone dos conjuntos de desplazamientos, cuya acción no es simultánea.

El conjunto A supone aplicar, primero en la dirección longitudinal y luego en la dirección transversal, independientemente, un desplazamiento relativo d_{ri} que depende linealmente de la distancia L_i de cada soporte i a un soporte de referencia $i = 0$, que se considera que no

se desplaza. Estos desplazamientos relativos se aplican a todos los apoyos del puente con el mismo signo. El desplazamiento impuesto d_{ri} se obtiene según la expresión (79):

$$d_{ri} = \varepsilon_r L_i = d_g \sqrt{2} \frac{L_i}{L_g} \leq d_g \sqrt{2}$$

$$\varepsilon_r = \frac{d_g \sqrt{2}}{L_g} \quad (79)$$

donde:

d_g valor de cálculo del desplazamiento del suelo, de acuerdo con la expresión (141)

L_g parámetro definido en la [Tabla 12](#)

Este movimiento permite modelar la llegada de la onda sísmica a los distintos apoyos de forma secuencial en el tiempo.

El conjunto B modeliza los desplazamientos del terreno que ocurren en direcciones opuestas en pilas adyacentes y permite tener en cuenta diferencias en los tipos de suelo o la pérdida de coherencia, o falta de correlación, del movimiento del suelo. Este efecto se modeliza aplicando a cada apoyo, i , un desplazamiento relativo respecto de los apoyos adyacentes -supuestos fijos- de Δd_i , cuyo valor es proporcional a la distancia a los apoyos adyacentes y a la deformación ε_r , ya definida para el conjunto A, de acuerdo con la expresión (80).

$$\Delta d_i = \pm \beta_r \varepsilon_r L_{av,i} \quad (80)$$

donde:

$L_{av,i}$ semisuma de los vanos adyacentes en caso de soportes intermedios e igual a la luz de los vanos extremos en caso de tratarse de los apoyos en estribos

β_r coeficiente que es un parámetro nacional, cuyo valor recomendado es 0,50 si el apoyo en el que se impone el desplazamiento y los dos apoyos adyacentes están cimentados sobre el mismo tipo de suelo y 1,0 en caso contrario. El Anejo Nacional adopta los valores recomendados.

ε_r con el significado de la expresión (79)

En la práctica, el conjunto B se aplica imponiendo en todos los apoyos de la estructura y alternando el signo del desplazamiento, un desplazamiento absoluto en dirección transversal de $\Delta d_i/2$.

3.4.4 Combinación de la acción sísmica con otras acciones

Para la comprobación de la estructura en caso de un evento sísmico debe utilizarse la combinación de acciones para la situación sísmica definida en el apartado 6.4.3.4 de UNE-EN 1990,

según la expresión (81), y también con alguna variante de notación en el apartado 5.5(1)P de UNE-EN 1998-2 y que se reproduce en la expresión (82).

$$\sum_{j \geq 1} G_{kj} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} + Q_2 \quad (81)$$

$$E_d = G_k + P_k + A_{Ed} + \psi_{2,1} Q_{1k} + Q_2 \quad (82)$$

El apartado 5.5(1)P de UNE-EN 1998-2 especifica que esta combinación supone considerar las cargas permanentes, el valor casi-permanente de la sobrecarga de tráfico y el valor casi-permanente de las acciones de larga duración que pueden suponerse concomitantes con el sismo, Q_2^7 , tales como el empuje de tierras, empuje de Arquímedes, corrientes, etc. De alguna forma UNE-EN 1998-2 limita el número de combinaciones a considerar, que en el formato más general de UNE-EN 1990 podría ser mayor, a la situación razonablemente crítica para el caso de puentes. El apartado 5.5(4) de UNE-EN 1998-2 señala expresamente que no deben considerarse efectos de viento o nieve de forma concomitante con el sismo.

En consonancia con la idea expresada en muchas otras partes de los Eurocódigos, el apartado 5.5(2)P de UNE-EN 1998-2 indica explícitamente que no es necesario combinar las acciones sísmicas con los esfuerzos resultantes de deformaciones impuestas (temperatura, retracción, descenso de apoyos, movimientos residuales del terreno debidos a las fallas sísmicas), aunque, el apartado 5.5(3)P introduce una excepción a esta regla para el caso en que las fuerzas sísmicas sean resistidas únicamente por apoyos elastoméricos. La referencia [28], sin embargo, aclara que estas acciones solo son relevantes de cara al propio dimensionamiento de los aparatos de apoyo que se basa normalmente en el control de los desplazamientos. En principio no sería, por tanto, necesario considerar estas fuerzas para el dimensionamiento de las secciones de hormigón o metálicas de los soportes que, necesariamente, deben tener suficiente ductilidad si la estructura está en zona sísmica. Igualmente, la citada referencia indica que en este caso el comportamiento deberá ser elástico, lo que implica un factor de comportamiento $q=1$ para el proyecto de los aparatos de apoyo, aunque se pueda utilizar un factor $q=1,5$ para el dimensionamiento de la infraestructura.

3.5 Comportamientos sísmicos

UNE-EN 1998-2 trata el comportamiento sísmico en el apartado 2.3.2 en el cual distingue entre comportamiento idealmente elástico en el que no hay ninguna no linealidad en el diagrama carga-desplazamiento y que representa únicamente una situación teórica, comportamiento esencialmente elástico, que representa una situación más realista, comportamiento con ductilidad limitada, en el que se admiten pequeñas plastificaciones y comportamiento dúctil en el que el grado de plastificación es significativo.

Estas situaciones se ilustran en la Figura 76. En esta figura, UNE-EN 1998-2 asocia cada tipo de comportamiento a un factor q orientativo cuyos valores más significativos son de 1,5 para un comportamiento con ductilidad limitada y 3,0 para un comportamiento dúctil (como se verá más adelante, este valor puede llegar a ser de 3,5). Entre los comportamientos dúctiles,

7 Aunque el apartado 5.5(1) de UNE-EN 1998-2 lo define así, en UNE-EN 1990 estas acciones tienen carácter permanente.

UNE-EN 1998-2 engloba conceptualmente los obtenidos mediante los sistemas de aislamiento sísmico que se abordan en el capítulo 7 de UNE-EN 1998-2. En estos sistemas, el dispositivo disipador de energía (que puede ser el propio apoyo) permite absorber una parte importante de la energía sísmica sin dañar la estructura.

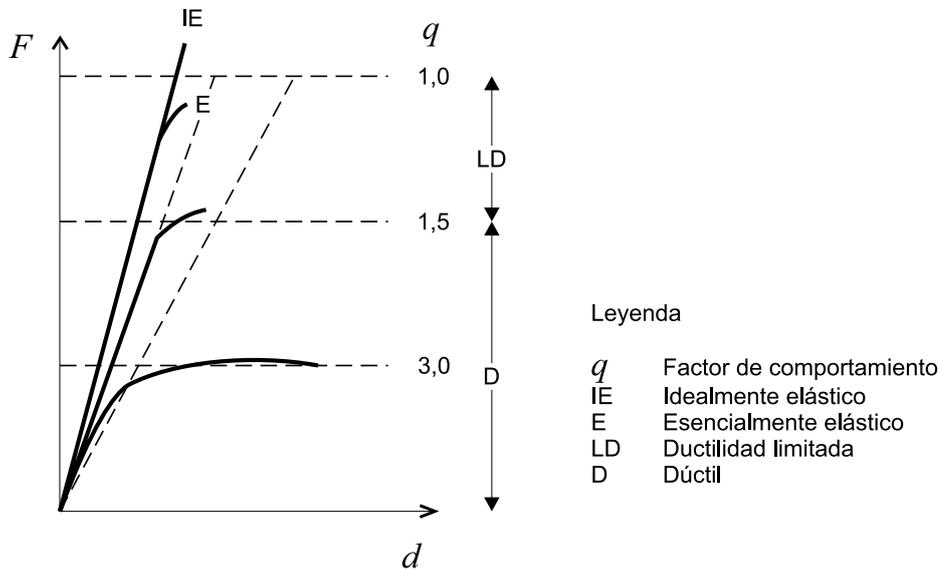


Figura 76 Comportamiento sísmico (Figura 2.1 de UNE-EN 1998-2)

En zonas de sismicidad moderada a alta, tanto por razones de economía como de seguridad, el apartado 2.3.2.2(1) de UNE-EN 1998-2 recomienda utilizar un comportamiento dúctil, ya sea por formación de rótulas plásticas o por aislamiento sísmico.

3.5.1 Comportamiento de ductilidad limitada

El proyecto con ductilidad limitada supone que no está previsto que se formen rótulas plásticas durante la acción sísmica. Como consecuencia de ello, por un lado, la acción sísmica que debe resistirse tiene una reducción muy modesta respecto de la que se obtiene mediante un análisis elástico, inferior o igual a 1,5, y por otro, el daño esperable en la estructura como consecuencia de un evento sísmico debe resultar mínimo. Por tanto, este criterio de proyecto supone aceptar un encarecimiento de los costes de construcción (siempre que el sismo condicione el proyecto) a cambio de minimizar los costes de reparación en caso de que se produzca un evento sísmico.

Este comportamiento es el que se busca generalmente para el sismo de limitación del daño y, generalmente, solo será de aplicación para el sismo de no colapso en zonas de sismicidad baja. El Anejo Nacional indica, en relación a la nota a 3.2.1(4) de UNE-EN 1998-1, que se pueden considerar zonas de baja sismicidad aquellas que cumplen que el producto de la aceleración de cálculo en terreno tipo A, a_g , por el coeficiente de suelo S es inferior a $0,1g$, lo que coincide con el valor recomendado.

Las pequeñas desviaciones respecto del comportamiento elástico que permiten disipar una cierta energía, junto con el margen existente entre resistencia de cálculo y resistencia media y la obligación de disponer de una cuantía mínima de armadura de confinamiento (ver nota a

apartado 2.3.2.3(1) de UNE-EN 1998-2), justifica la adopción de un factor de comportamiento comprendido entre 1,0 y 1,5.

En general puede adoptarse un valor de 1,5 con la excepción de puentes dominados por periodos largos (puentes atirantados), dado que en estos casos rige el valor mínimo del espectro a través del coeficiente β (ver expresión (78)), o aquellos casos en que exista un axil muy importante o una relación cortante/momento muy importante, que pongan en duda el adecuado funcionamiento de las rótulas plásticas –aunque no esté prevista, en principio, su formación, sí debe disponerse una armadura mínima de confinamiento como medida preventiva– en cuyos casos se recomienda adoptar $q = 1,0$ (ver apartado 2.3.2.3(2) de UNE-EN 1998-2).

Para asegurar un comportamiento adecuado en puentes proyectados con ductilidad limitada, deben cumplirse las siguientes condiciones:

- Condición de resistencia

Todas las secciones y elementos estructurales tienen resistencia adecuada para cumplir con los estados límite últimos, considerando los esfuerzos correspondientes a la combinación sísmica, teniendo en cuenta los efectos de segundo orden.

En particular, para puentes proyectados con ductilidad limitada, no es necesario aplicar el criterio de proyecto por capacidad (ver apartado 3.7.2). No obstante, en pilas de hormigón, se aplican criterios de sobredimensionamiento para el cortante, tanto en términos de un aumento de la acción como de una reducción de la resistencia, con objeto de minimizar el riesgo de rotura frágil (ver 3.7.4 y apartado 5.6.2(2)P de UNE-EN 1998-2).

- Condición de desplazamientos

Hay una amplia experiencia de fallos estructurales por pérdida de apoyo (descalce) durante eventos sísmicos. Para evitar este tipo de fallo deben respetarse las condiciones relativas a longitudes de entrega, aparatos de apoyo, dispositivos de anclaje verticales y acoplamientos sísmicos establecidas en 6.6 de UNE-EN 1998-2.

- Detalles constructivos/ductilidad

En puentes proyectados con ductilidad limitada se requiere disponer una armadura mínima de confinamiento, menor que la requerida para un comportamiento dúctil, en puntos donde puedan llegar a formarse rótulas plásticas, de acuerdo con los criterios establecidos en el capítulo 6 de UNE-EN 1998-2.

Además, en pilas de hormigón se puede utilizar un acero de clase de ductilidad B (deformación garantizada del 5% para carga máxima), no siendo necesario el uso de aceros de clase de ductilidad C (deformación garantizada del 7,5% para carga máxima) –ver 5.2.1(2) de UNE-EN 1998-2–.

3.5.2 Comportamiento dúctil

El comportamiento dúctil se caracteriza por una no linealidad en la curva fuerza restitutiva-desplazamiento, y la presencia de una amplia meseta más o menos horizontal. Este comportamiento dúctil, no lineal, puede conseguirse dañando la estructura principal, deformándola plásticamente en las zonas donde se forman rótulas plásticas, o evitando daños en la estructura principal mediante la disposición de sistemas de aislamiento sísmico.

En el apartado 2.3.2.2(1) de UNE-EN 1998-2 se indica justificadamente, como ya se recogía anteriormente, que, en zonas de sismicidad moderada a alta, es preferible, tanto por razones de economía como de seguridad, proyectar puentes con comportamiento dúctil ya sea tomando las medidas de proyecto necesarias para permitir la formación de rótulas plásticas, ya sea utilizando sistemas de aislamiento sísmico, que se describen en detalle en el apartado 7 de UNE-EN 1998-2.

3.5.2.1 Comportamiento dúctil por formación de rótulas plásticas

Cuando el puente se proyecte con un criterio dúctil por formación de rótulas plásticas, debe preverse la posición de las mismas y la secuencia en que está previsto que se formen. La secuencia es importante porque la formación de una rótula plástica altera el reparto de fuerzas entre los distintos elementos de apoyo y debe asegurarse que se dispone de suficiente margen frente a una posible rotura frágil en todas las configuraciones estructurales que puedan producirse sucesivamente hasta llegar a la configuración final. Esta condición se cumple aplicando las condiciones del proyecto por capacidad (ver 3.7.2).

Como criterio general, las rótulas plásticas deben formarse en zonas visibles y accesibles, para que puedan ser reparadas tras un terremoto. Normalmente, éstas deben formarse en los extremos de las pilas y, con carácter general, el tablero debe permanecer en rango elástico, con la salvedad de la losa de continuidad en puentes de vigas isostáticos en la que sí se permite la formación de rótulas plásticas (ver el apartado 2.3.2.2(4)P de UNE-EN 1998-2).

La condición de accesibilidad de las rótulas plásticas supone que no se deben proyectar rótulas plásticas en las cimentaciones (por ejemplo, en la unión de los pilotes con el encepado, aunque en este caso particular el apartado 6.4.2 de UNE-EN 1998-2 las admite si son inevitables) y que, por tanto, las cimentaciones deben poder resistir los máximos esfuerzos que pueden transmitir las pilas, teniendo en cuenta la sobrerresistencia (ver proyecto por capacidad, apartado 3.7.2, y el apartado 5.8.2 (3) de UNE-EN 1998-2) y considerando en el proyecto de las cimentaciones un factor de comportamiento igual a la unidad o un dimensionamiento de la mismas basado en los esfuerzos que transmite la estructura determinados a partir de un cálculo por capacidad.

El apartado 2.3.2.2(5)P de UNE-EN 1998-2 prohíbe la formación de rótulas plásticas en pilas con niveles altos de axil reducido. Concretamente se indica que debe evitarse disponer rótulas plásticas en pilas con un valor de axil reducido, o normalizado (UNE-EN 1998-2 usa ambas denominaciones) η_k superior a 0,6. Este axil reducido o normalizado se calcula dividiendo el axil de cálculo máximo en situación sísmica N_{Ed} , en la posición de la rótula plástica, por la capacidad característica a compresión del hormigón $A_c f_{ck}$, siendo A_c el área de la pila y f_{ck} la resistencia característica del hormigón a compresión.

El apartado 2.3.2.2(6)P de UNE-EN 1998-2 desaconseja, además, la consideración de rótulas plásticas en secciones pretensadas, aunque solamente porque esta norma no incluye criterios de proyecto de rótulas plásticas en secciones pretensadas.

El apartado 2.3.2.2(10) de UNE-EN 1998-2 establece explícitamente que los elementos de la subestructura unidos al tablero mediante apoyos deslizantes o elastoméricos deben permanecer en rango elástico y no se puede, por lo tanto aplicar, para proyectar estos elementos, factores de comportamiento superiores a 1,5.

Para asegurar un comportamiento adecuado en puentes proyectados con comportamiento dúctil obtenido por formación de rótulas plásticas, deben cumplirse las siguientes condiciones:

- Condición de resistencia

Todas las secciones y elementos estructurales tienen resistencia adecuada para cumplir con los estados límite últimos, considerando los esfuerzos correspondientes a la combinación sísmica. Debido a que la formación de rótulas plásticas puede dar lugar a un aumento significativo de los efectos de segundo orden, en este caso es especialmente importante su consideración en el cálculo, a partir de las reglas del apartado 5.4 de UNE-EN 1998-2.

Para puentes proyectados con comportamiento dúctil, se deben cumplir los criterios del proyecto por capacidad (ver apartado 3.7.2), garantizando una adecuada resistencia a flexión y cortante de las rótulas plásticas y del resto de la estructura.

- Condición de desplazamientos

Para evitar el fallo por pérdida de apoyo durante el sismo deben respetarse las condiciones relativas a longitudes de entrega, y las condiciones que deben cumplir los aparatos de apoyo, los dispositivos de anclaje verticales y los acoplamientos sísmicos, establecidas en el apartado 6.6 de UNE-EN 1998-2.

- Detalles constructivos/ductilidad

En puentes proyectados con comportamiento dúctil se requiere disponer una armadura de confinamiento mínima, mayor que la requerida para el proyecto con ductilidad limitada, en puntos donde puedan llegar a formarse rótulas plásticas, de acuerdo con los criterios establecidos en el apartado 6 de UNE-EN 1998-2.

En pilas de hormigón, donde se prevea la formación de rótulas plásticas, debe utilizarse un acero de clase de ductilidad C (deformación garantizada del 7,5% para carga máxima) (ver apartado 5.2.1(1) de UNE-EN 1998-2).

3.5.2.2 Aislamiento sísmico

UNE-EN 1998-2 trata en el capítulo 7 de la reducción de la sollicitación sísmica alargando fuertemente el periodo de la estructura y llevándolo a zonas del espectro en las que la ordenada espectral es mucho menor. Esto implica permitir elevados desplazamientos laterales. Para que estos desplazamientos no resulten excesivos se disponen disipadores de energía o se emplean apoyos de elevado amortiguamiento.

En el apartado 3.9 de esta *guía* se recoge el tratamiento que hace UNE-EN 1998-2 para este tipo de estrategia sísmica.

3.5.3 Condiciones de ductilidad

En el apartado 2.3.5 de UNE-EN 1998-2 se establecen unas condiciones teóricas de ductilidad, tanto a nivel global de la estructura como a nivel local de las rótulas plásticas. No obstante, como se indica en la nota al apartado 2.3.5.1(1)P de UNE-EN 1998-2, estas condiciones pretenden solamente establecer el marco teórico para la verificación del comportamiento dúctil, pero no suponen la necesidad de efectuar una verificación explícita.

El apartado 2.3.5.4(1)P de UNE-EN 1998-2 establece que el cumplimiento de las reglas del capítulo 6 de UNE-EN 1998-2 puede considerarse suficiente para asegurar un comportamiento dúctil tanto a nivel local como a nivel global.

No obstante, cuando el análisis se efectúe mediante métodos no lineales, sí será necesario llevar a cabo una verificación explícita de la capacidad de rotación de las rótulas plásticas de acuerdo con 2.3.5.3, 4.2.4 y el Anejo E de UNE-EN 1998-2.

3.5.3.1 Ductilidad global

La ductilidad global se mide a partir de la curva que relaciona la carga horizontal total aplicada a la estructura (cortante basal) y el desplazamiento de la misma medido en su centro de masas. Esta relación no lineal se aproxima mediante una ley bilineal (ver [Figura 77](#) que reproduce la Figura 2.2 de UNE-EN 1998-2) y se define el desplazamiento de plastificación d_y y el desplazamiento último d_u , siendo la ductilidad μ_d el cociente entre este último valor y el primero, según la expresión (83).

$$\mu_d = \frac{d_u}{d_y} \quad (83)$$

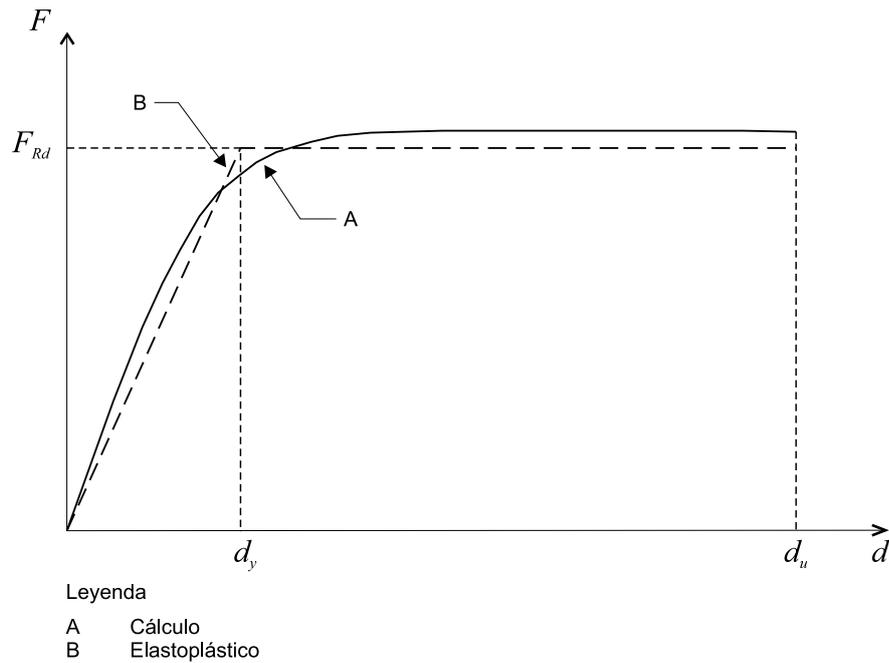


Figura 77 Diagrama fuerza–desplazamiento global (carga monótona) (Figura 2.2 de UNE-EN 1998-2)

El apartado 2.3.5.2(3) de UNE-EN 1998-2 define el desplazamiento último d_u , que, a su vez, determina la ductilidad, como aquel desplazamiento máximo que, tras someter la estructura al menos a cinco ciclos de histéresis, cumple que:

- no se producen indicios de fallo en la armadura de confinamiento en caso de elementos de hormigón, o pandeo local en caso de elementos de acero
- la pérdida de fuerza máxima es inferior al 20% si la estructura es de hormigón y menor al 0% si se trata de una estructura de acero (ver figura 2.3 de UNE-EN 1998-2).

3.5.3.2 Ductilidad local en las rótulas plásticas

La ductilidad global depende de la ductilidad local disponible en las rótulas plásticas. La ductilidad local se define a nivel seccional en términos de curvatura, μ_ϕ , como la relación entre la curvatura última Φ_u y la curvatura de plastificación Φ_y , según la expresión (84).

$$\mu_\phi = \frac{\Phi_u}{\Phi_y} \quad (84)$$

La ductilidad local también se puede definir en función de la capacidad de rotación μ_θ de la longitud L comprendida entre la rótula plástica y el punto de momento nulo, como la relación entre el giro que se produce cuando se alcanza la curvatura última en la sección crítica y el giro correspondiente a la plastificación del acero, de acuerdo con la expresión (85).

$$\mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y} \quad (85)$$

3.5.3.3 Verificación de la ductilidad

Como es lógico, la verificación de la ductilidad solo es necesaria cuando se prevé la formación de rótulas plásticas en la estructura. Además, como ya se recogía en la [Tabla 3](#), si se proyecta la estructura mediante un análisis lineal equivalente, no es necesario llevar a cabo una verificación explícita de la ductilidad siempre y cuando se respeten las condiciones de armado establecidas en el capítulo 6 de UNE-EN 1998-2.

Por tanto, sólo debe realizarse una verificación explícita de la ductilidad cuando se apliquen métodos de cálculo no lineales y se prevea la formación de rótulas plásticas, de acuerdo con el apartado [3.6.6.4.1](#).

3.6 Análisis

3.6.1 Modelización

La correcta modelización de la estructura resulta de gran importancia para garantizar una representación adecuada de los efectos de la acción sísmica. El modelo debe representar adecuadamente las frecuencias propias y modos de vibración principales de la estructura, para lo cual se deben modelar correctamente las masas y las rigideces, tanto en lo referente a su valor como en lo referente a su distribución espacial. El apartado 4.1.1(1)P de UNE-EN 1998-2 establece claramente este requisito.

Además, este apartado establece que el modelo debe poder movilizar un porcentaje muy elevado de las fuerzas de inercia y todos los modos de vibración significativos. Para cumplir esta segunda condición resulta imprescindible una discretización adecuada. La discretización da lugar a los grados de libertad que se consideran y estos deben ser suficientes para poner en juego un porcentaje suficientemente elevado de la masa del sistema. Igualmente, esta condición obligará a utilizar modelos tridimensionales cuando el comportamiento de la estructura sea significativamente espacial, por ejemplo, cuando puedan darse giros de eje vertical.

Respecto de la consideración del sismo vertical, como se indica en las referencias [\[28\]](#) y [\[34\]](#), tradicionalmente se ha ignorado la componente vertical del sismo en el análisis, aunque puede tener importancia en la proximidad del epicentro. Uno de los motivos por lo que hasta épocas recientes no se ha prestado mucha atención a la componente vertical ha sido la falta de registros de este tipo en los inicios del desarrollo de la ingeniería sismorresistente. Hoy en día se sabe, gracias a la mayor riqueza de los registros sísmicos disponibles, que el sismo vertical puede tener gran importancia en sismos de campo cercano. El apartado 4.1.7 de UNE-EN 1998-2 establece en qué circunstancias debe considerarse la componente vertical. Estas son:

- A efectos de evaluar el axil en las pilas, solamente en zonas de sismicidad alta y solo si las pilas están sometidas a momentos flectores importantes debido a las acciones verticales permanentes transmitidas por el tablero. En el contexto del Eurocódigo 8, hay que entender la condición de alta sismicidad como $M_s > 5,5$
- También a efectos de evaluar el axil en las pilas, si el puente está situado a una distancia inferior a 5 km de una falla tectónica activa

- Siempre, a efectos del proyecto de los aparatos de apoyo y de los acoplamientos sísmicos
- Siempre en tableros pretensados cuando la componente vertical actúa en dirección ascendente. Esta última condición tiene sentido desde un punto de vista de la robustez para implementar medidas encaminadas a controlar una posible inversión de la carga, puesto que el pretensado está pensado para compensar las cargas permanentes cuyo valor se reduce significativamente debido al sismo vertical. Por tanto, pueden darse situaciones en que el pretensado se transforme en una acción desfavorable para la estructura, pudiendo dar lugar a daños significativos.

3.6.1.1 Definición de la masa

Respecto de las masas a considerar, el apartado 4.1.2(1)P de UNE-EN 1998-2 establece que éstas deben incluir todas las masas permanentes más el valor casi-permanente de la sobrecarga de tráfico.

Como el parámetro recomendado en el Anejo 2 de UNE-EN 1990 para el factor de simultaneidad de la combinación casi-permanente, $\psi_{2,1}$ es nulo, ello supondría considerar solamente las cargas permanentes. No obstante, en el apartado 4.1.2(4)P de UNE-EN 1998-2 se matiza que el valor anterior se recomienda para pasarelas y puentes con tráfico normal. Para puentes de carretera con tráfico elevado, entendiéndose como tales aquellos que pertenecen a autopistas u otras vías de importancia nacional, UNE-EN 1998-2 recomienda adoptar un valor de $\psi_{2,1} = 0,2$ pero solamente para la componente uniforme de la sobrecarga (ULD) del LM1, adoptando el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 el valor recomendado. Este valor se corresponde con la práctica tradicional en España y coincide con el de la tabla AN/5 del Anejo Nacional de UNE-EN 1990/A1 [33].

3.6.1.2 Definición del amortiguamiento

Otro aspecto importante que trata el apartado 4.1.3(1) de UNE-EN 1998-2 es el valor del índice de amortiguamiento ξ a considerar en los cálculos. Aunque la norma distingue en función del material (0,02 para acero soldado, 0,04 para acero atornillado, 0,05 para hormigón armado y 0,02 para hormigón pretensado), estos valores deben aplicarse en función de los elementos que resisten fundamentalmente las acciones sísmicas. En general, en puentes, estos elementos son las pilas y éstas suelen ser de hormigón armado, por lo que habitualmente se analizan los puentes adoptando un valor de $\xi = 0,05$.

3.6.1.3 Definición de la rigidez

Para la estimación de la rigidez a utilizar en el análisis, el apartado 4.1.3(2) de UNE-EN 1998-2 hace referencia al apartado 2.3.6.1 del mismo documento, que trata acerca de la rigidez efectiva de las pilas (y remite al anejo C de UNE-EN 1998-2) y la rigidez torsional del tablero.

En general, a efectos de flexión, se recomienda adoptar la rigidez bruta para el tablero. Como excepción, en el apartado 4.1.3(3) de UNE-EN 1998-2 se trata específicamente el caso de

puentes de vigas prefabricadas isostáticas con losa superior *in situ* con continuidad entre vanos. En este caso se establece la necesidad de considerar la excentricidad de la posición de la losa respecto del centro de gravedad de la sección compuesta del vano y se recomienda, como criterio simplificado adoptar una rigidez a flexión de la losa de continuidad sobre apoyos de un 25% de su inercia bruta.

Respecto de las pilas, si se adopta un comportamiento dúctil para el proyecto, la rigidez a considerar para las mismas es la rigidez secante correspondiente al punto de plastificación de la curva momento–giro del diagrama bilineal supuesto para la rótula plástica.

El anejo C de UNE-EN 1998-2, que tiene carácter informativo y así lo mantiene el Anejo Nacional, propone dos métodos simplificados para estimar la inercia efectiva J_{eff} a considerar en un cálculo lineal.

El primer método, basado en un análisis paramétrico sobre un modelo simplificado no lineal de una pila en ménsula, propone calcular esta inercia a partir de una ponderación de la inercia no fisurada y la inercia fisurada de acuerdo con la expresión (86).

$$J_{eff} = 0,08J_{un} + J_{cr} = 0,08J_{un} + \frac{M_y}{E_c\Phi_y} \quad (86)$$

donde:

J_{un}	inercia de la sección no fisurada
J_{cr}	inercia de la sección fisurada
M_y	momento de plastificación
Φ_y	curvatura de plastificación de la sección para el axil casi-permanente
E_c	módulo de deformación longitudinal del hormigón

El segundo método permite el cálculo de la inercia efectiva a partir del momento resistente de la sección M_{Rd} para el axil de cálculo correspondiente a la comprobación de la situación sísmica, de acuerdo con la expresión (87), donde ν es un factor de corrección que considera la mayor rigidez de la zona no fisurada de la pila y que vale 1,20.

$$J_{eff} = \frac{\nu M_{Rd}}{E_c\Phi_y} \quad (87)$$

En el caso de utilizar un comportamiento esencialmente elástico o con ductilidad limitada, UNE-EN 1998-2, permite adoptar la misma rigidez que anteriormente o, bien, por simplicidad, utilizar las rigideces brutas para toda la estructura.

En lo relativo a la rigidez torsional del tablero, el apartado 2.3.6.1(4) de UNE-EN 1998-2 recomienda las siguientes reducciones:

- para perfiles abiertos o losas, se puede ignorar la rigidez torsional
- para cajones de hormigón pretensado, a falta de estimaciones más precisas, se debe considerar el 50% de la rigidez torsional de la sección bruta no fisurada

- para cajones de hormigón armado, a falta de estimaciones más precisas, se debe considerar el 30% de la rigidez torsional de la sección bruta no fisurada

3.6.1.4 Modelización del terreno

El apartado 4.1.4(1) de UNE-EN 1998-2 indica que, generalmente, las pilas y estribos pueden suponerse empotrados en el terreno. Este apartado también permite la consideración de la interacción suelo-estructura de acuerdo con UNE-EN 1998-5, que en su capítulo 6 requiere, en lo que se refiere a puentes, la modelización de dicha interacción en los casos siguientes:

- Estructuras en las que los efectos de segundo orden ($P-\delta$) sean significativos. En estos casos considerar que las pilas se empotran perfectamente en el terreno puede ser una hipótesis demasiado favorable (incluso la nota al apartado 5.8.3.2(3) de UNE-EN 1992-1-1 desaconseja suponer un empotramiento perfecto en el terreno al determinar la longitud de pandeo de los soportes).
- Estructuras con cimentaciones masivas y profundas, entre las cuales incluye las pilas de puentes. No obstante, a pesar de esta indicación, es muy poco frecuente en la práctica tener en cuenta estos efectos explícitamente en puentes normales
- Estructuras cimentadas en suelos muy blandos (suelos tipo S_1 , por ejemplo).

En el caso de estructuras cimentadas sobre pilotes UNE-EN 1998-5 requiere una evaluación de los efectos de la interacción suelo-estructura de acuerdo con el apartado 5.4.2 de UNE-EN 1998-5.

El anejo D de UNE-EN 1998-5 indica algunos de los efectos que produce la consideración de la interacción suelo-estructura respecto de la consideración de un empotramiento:

- la existencia de una componente de giro en la cimentación
- un periodo de vibración fundamental más largo
- modos de vibración y factores de participación modal diferentes
- un mayor amortiguamiento, al incluir el amortiguamiento interno del terreno

El apartado D2 de UNE-EN 1998-5 indica, como se deduce de los efectos indicados, que en la mayoría de las estructuras excluyendo las del listado anterior, los efectos de la interacción suelo-estructura serán generalmente favorables y por tanto pueden despreciarse.

3.6.2 Consideración de los efectos de segundo orden

El apartado 5.4(1) de UNE-EN 1998-2 proporciona en una nota un método de cálculo muy simplificado para tener en cuenta los efectos de segundo orden en la sección de rótula plástica, que se basa en multiplicar el axil por el desplazamiento relativo entre los extremos de la pila y en amplificar este efecto en función del factor de comportamiento adoptado. Esta formulación se recoge en la expresión (88).

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ee} N_{Ed} \quad (88)$$

donde:

- q factor de comportamiento
- d_{Ee} desplazamiento sísmico de cálculo entre los extremos del elemento dúctil considerado, calculado a partir de un análisis elástico lineal realizado con el espectro de cálculo definido en 3.4.1.2.
- N_{Ed} axil de cálculo correspondiente a la situación sísmica

Esta formulación es un parámetro nacional que el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 adopta sin modificación.

3.6.3 Consideración de efectos torsionales

Como ya se vio en el apartado 2.1.2, los efectos torsionales pueden ser importantes en los puentes. Sin embargo, el apartado 4.1.5(1)P de UNE-EN 1998-2 indica que solo es necesario considerar los efectos torsionales en los casos siguientes (ver Figura 78, que reproduce la Figura 4.1 de UNE-EN 1998-2):

- puentes con tableros de una gran anchura, con una relación ancho/longitud $B/L > 2,0$
- puentes esviados, con un ángulo de esviaje $\varphi > 20^\circ$

El apartado 4.1.5(2) de UNE-EN 1998-2 desaconseja el proyecto de puentes con más de 45° de esviaje en zonas de alta sismicidad ($M_s > 5,5$).

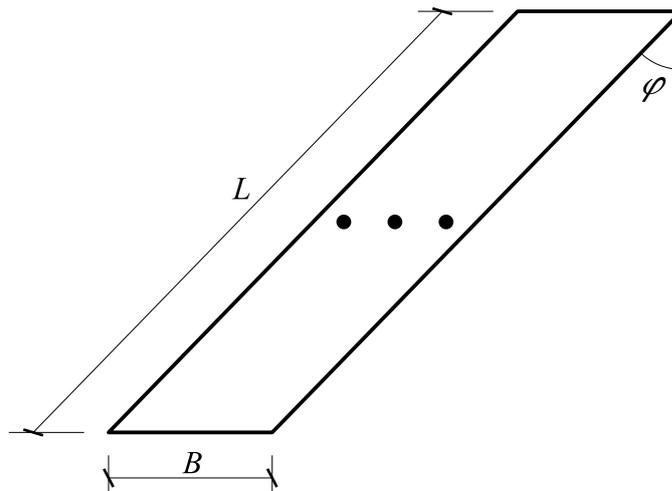


Figura 78 Puente esviado (Figura 4.1 de UNE-EN 1998-2)

A efectos de modelar los esfuerzos torsionales producidos por el sismo se puede utilizar un modelo espacial. En este caso, los efectos de acoplamiento de los efectos traslacionales y torsionales se obtienen directamente del modelo. Sin embargo, el apartado 4.1.5(4) de UNE-EN 1998-2 requiere, además, tener en cuenta una excentricidad accidental de la masa e_a respecto del centro giro. Para ello el centro de masas debe desplazarse, en la dirección y sentido más desfavorables, una magnitud correspondiente al 3% del ancho B en la dirección transversal y al 3% de la longitud L en la dirección longitudinal.

Si el análisis se lleva a cabo mediante el método del modo fundamental (ver apartado 3.6.6.2), el apartado 4.1.5(3)P de UNE-EN 1998-2 permite tener en cuenta los efectos torsionales aplicando al tablero un momento estático equivalente de eje vertical igual a la masa M por la aceleración espectral correspondiente al modo fundamental $S_d(T)$, en la dirección correspondiente, por una excentricidad total igual a la excentricidad accidental descrita anteriormente e_a más una excentricidad adicional e_d que refleja el efecto dinámico del acoplamiento entre traslación y torsión⁸, de acuerdo con la expresión (89).

$$\begin{aligned}
 M_t &= \pm MS_d(T)e \\
 e &= e_a + e_d \\
 e_a &= 0,03L \text{ o } 0,03B \\
 e_d &= 0,05L \text{ o } 0,05B
 \end{aligned}
 \tag{89}$$

Para calcular las excentricidades e_a y e_d deberán aplicarse las dimensiones B o L , transversales a la dirección del sismo considerado.

Este momento torsor se resiste mediante fuerzas de cortante de signo contrario distribuidas entre las distintas pilas. El apartado 4.1.5(5)P de UNE-EN 1998-2 prohíbe confiar la resistencia torsional de la estructura frente a un sismo a la capacidad torsional de una sola pila. Asimismo, en este mismo apartado se indica que, para puentes de un solo vano, los aparatos de apoyo de estribos han de dimensionarse para los efectos torsionales.

3.6.4 Factores de comportamiento para el análisis lineal

Como ya se ha explicado en el apartado 2.2.4 y 3.5.2, el análisis sísmico se puede llevar a cabo con métodos lineales, en general, mediante un análisis modal espectral (ver apartado 2.3.2.3) y corregir los resultados para tener en cuenta la sobrerresistencia y la ductilidad mediante los factores de comportamiento q .

Para que se puedan aplicar los factores de comportamiento resulta imprescindible garantizar la capacidad de la estructura para la formación de rótulas plásticas. Para ello, se deben cumplir las reglas de armado del apartado 6 de UNE-EN 1998-2 y se debe garantizar que el tipo de rotura será dúctil (rotura a flexión y no a cortante), sobredimensionando las secciones, especialmente en lo referente a su resistencia a cortante, mediante el proyecto por capacidad detallado en el apartado 3.7.2.

⁸ Al movimiento de rotación del tablero respecto al eje vertical se le suele denominar "guiñada" ("twisting" en la terminología anglosajona).

El apartado 4.1.6 de UNE-EN 1998-2 proporciona en la tabla 4.1, que se reproduce a continuación como **Tabla 13**, los valores máximos a considerar para los factores de comportamiento. Se destaca que estos valores pueden ser diferentes en función de la dirección considerada del sismo.

Tabla 13 Valores máximos del factor de comportamiento q (Tabla 4.1 de UNE-EN 1998-2)

Tipo de elementos dúctiles	Comportamiento sísmico	
	De ductilidad limitada	Dúctil
Pilas de hormigón armado:		
– Pilas verticales trabajando a flexión	1,5	3,5 $\lambda(\alpha_s)$
– Pilas inclinadas trabajando a flexión	1,2	2,1 $\lambda(\alpha_s)$
Pilas de acero:		
– Pilas verticales trabajando a flexión	1,5	3,5
– Pilas inclinadas trabajando a flexión	1,2	2,0
– Pilas con triangulaciones centradas	1,5	2,5
– Pilas con triangulaciones descentradas	-	3,5
Estribos unidos rígidamente al tablero:		
– En general	1,5	1,5
– Estructuras encajadas en el terreno (ver 4.1.6 (9), (10))	1,0	1,0
Arcos	1,2	2,0

* $\alpha_s = L_s / h$ es la esbeltez a cortante⁹ de la pila, donde L_s es la distancia entre la rótula plástica y el punto de momento nulo, y h es el canto de la sección transversal en la dirección en la que flexa la rótula plástica

$$\text{Para } \alpha_s \geq 3 \quad \lambda(\alpha_s) = 1,0$$

$$3 > \alpha_s \geq 1,0 \quad \lambda(\alpha_s) = \sqrt{\frac{\alpha_s}{3}}$$

Nota: En las pilas de forma rectangular, cuando la zona de compresión bajo la acción sísmica en la dirección global considerada tenga forma triangular, debería usarse el valor mínimo de los valores α_s , correspondiente a los dos lados de la sección.

La aplicación de los factores de la **Tabla 13**, se deben reducir en puentes irregulares de acuerdo con los criterios establecidos en el apartado **3.6.5**.

Igualmente estos valores son válidos para pilas con axil reducido $\eta_k \leq 0,30$. Cuando no se cumpla esta condición, y $0,30 < \eta_k \leq 0,60$, se debe utilizar un valor reducido del factor de comportamiento de acuerdo con la expresión (90).

$$q_r = q - \frac{\eta_k - 0,3}{0,3} (q - 1) \geq 1,0 \tag{90}$$

$$\eta_k = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{ck}}$$

9 En la EN 1998-2 al término α_s se le denomina "shear span ratio".

Según esta expresión, el valor de q_r alcanza un valor igual a la unidad para un axil reducido de 0,6, coherentemente con el apartado 2.3.2.2(5)P de UNE-EN 1998-2 (ver apartado 3.5.2.1).

El apartado 4.1.6(6) de UNE-EN 1998-2 penaliza los valores del factor de comportamiento por un factor de 0,6 (sin que el producto sea inferior a 1,0) si la rótula se forma en un lugar no accesible. Se aclara, sin embargo, que el arranque de una pila, aunque esté enterrado varios metros, sí se considera accesible.

El apartado 4.1.6(9) de UNE-EN 1998-2 establece que el proyecto de elementos contenidos en el terreno (pasos inferiores) que básicamente siguen el movimiento del suelo sin una amplificación dinámica significativa, debe plantearse para resistir las fuerzas de inercia correspondientes a la aceleración del suelo, sin amplificación dinámica y con un factor de comportamiento igual a la unidad ($q = 1,0$).

A su vez, el apartado 4.1.6(11) de UNE-EN 1998-2, indica que cuando la mayor parte de la fuerza sísmica sea resistida por apoyos elastoméricos, el puente debe proyectarse como una estructura con aislamiento sísmico, de acuerdo con los criterios descritos en el capítulo 7 de UNE-EN 1998-2 (ver los apartados 2.2.6 y 3.9 de esta guía).

Por último, en el apartado 4.1.6(11) de UNE-EN 1998-2 se recoge la obligatoriedad de adoptar un factor de comportamiento igual a la unidad ($q = 1,0$) para el análisis del sismo vertical, lo cual es contradictorio con la cláusula 3.2.2.5 (7) de UNE-EN 1998-1 que permite considerar un factor de comportamiento de hasta $q = 1,5$ en dirección vertical.

3.6.5 Comportamiento regular e irregular de puentes con comportamiento dúctil

La aplicación de factores de comportamiento está relacionada con el concepto de regularidad de la estructura. A estos efectos, el apartado 4.1.8 de UNE-EN 1998-2 define el concepto de coeficiente de reducción de la fuerza local r_i asociada al elemento i como el producto del factor de comportamiento q por la relación entre el valor máximo $M_{Ed,i}$ del momento de cálculo previsto en la rótula y el momento resistente $M_{Rd,i}$ en el mismo punto bajo las sollicitaciones concomitantes (axil) correspondientes a la situación sísmica (ver expresión (91)).

$$r_i = q \frac{M_{Ed,i}}{M_{Rd,i}} \quad (91)$$

Este coeficiente se define para cada uno de los elementos dúctiles donde se prevé la formación de rótulas plásticas. Si se determina este valor para cada uno de los elementos dúctiles de la estructura, y se denomina r_{\max} al valor máximo y r_{\min} al valor mínimo, el puente será regular, de acuerdo con el criterio del apartado 4.1.8(2)P de UNE-EN 1998-2, si se satisface la condición establecida por la expresión (92):

$$\rho = \frac{r_{\max}}{r_{\min}} \leq \rho_o \quad (92)$$

donde ρ_o es un parámetro nacional cuyo valor recomendado, y adoptado por el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2, es 2,0.

A la hora de calcular los valores máximo y mínimo de r se puede prescindir de algunas pilas si la suma de su contribución a la resistencia del cortante sísmico total, inducido en la dirección considerada, es menor del 20% del mismo.

3.6.6 Métodos de análisis

En el apartado 2.3 de esta *guía* se hizo una exposición de los principales métodos de análisis empleados para determinar los efectos de la acción sísmica en puentes.

En este apartado se recogen las condiciones más relevantes que incorpora UNE-EN 1998-2 en su apartado 4.2, junto con los comentarios aclaratorios requeridos, en relación con los métodos de análisis del proyecto sísmico de puentes.

Como métodos generalizados de análisis sísmico, UNE-EN 1998-2 establece dos propuestas correspondientes a un análisis lineal-elástico basado en el espectro de respuesta de cálculo:

- Análisis modal espectral, cuyos fundamentos se recogieron en 2.3.2, y que en el apartado 4.2.1 de UNE-EN 1998-2 se le denomina método del espectro de respuesta o análisis dinámico lineal
- Análisis estático lineal, que en el apartado 4.2.2 de UNE-EN 1998-2 se le denomina método del modo fundamental¹⁰ (se conoce también como método estático equivalente), que es una simplificación del método anterior y cuyo interés es el de servir como herramienta de comprobación de análisis más complejos

Por otra parte, UNE-EN 1998-2 hace también referencia a los métodos lineales alternativos, basados en un cálculo en el tiempo con series temporales, cuyos fundamentos se expusieron en 2.3.3. Sin embargo, estos métodos no son una alternativa práctica al cálculo modal espectral. El apartado 4.2.3.1(1)P de UNE-EN 1998-2 solamente especifica que, en este tipo de análisis, la acción sísmica debe tomarse como la media de las respuestas máximas obtenidas con cada acelerograma considerado, de acuerdo con lo especificado en el apartado 3.4.2.

En cuanto a los métodos de análisis no lineales para puentes, UNE-EN 1998-2 incorpora los siguientes:

- Análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo, que es una generalización del cálculo en el tiempo con series temporales cuando la respuesta de la estructura es no lineal, y cuyas bases se expusieron en 2.3.4.
- Análisis estático no lineal o análisis del empuje incremental (conocido comúnmente en la terminología anglosajona como *pushover analysis*), y cuya metodología se presentó en 2.3.5.

Este tipo de métodos no lineales se circunscribe a casos particulares, tal y como recoge UNE-EN 1998-2.

Cuando se lleva a cabo un análisis lineal basado en el espectro de respuesta, los esfuerzos de dimensionamiento se toman igual a los resultantes de dicho análisis, excepto para las zonas de elementos que desarrollan rótulas plásticas que se mantienen en régimen elástico,

¹⁰ En UNE-EN 1998-1 a este método se le nombra como método de análisis de la fuerza lateral.

y que se dimensionan por capacidad, según 3.7.2. Los desplazamientos sísmicos son los derivados de dicho análisis después de ser corregidos conforme a lo indicado en 3.6.6.3.

Por el contrario, cuando se aplica un análisis no lineal, todos los efectos de acciones (esfuerzos, desplazamientos y deformaciones) adoptados son los resultantes de dicho análisis, siendo sólo los coeficientes parciales los que intervienen en la comprobación entre demandas y capacidades. Adicionalmente a los métodos de cálculo arriba indicados, el análisis de las estructuras de contención de tierras y estructuras enterradas se trata, quizás, en el capítulo equivocado (dado que gran parte del texto tiene más que ver con análisis que con la verificación de la resistencia) en el apartado 6.7 de UNE-EN 1998-2, así como en UNE-EN 1998-5. En esta *guía*, las cuestiones relativas al análisis de dichas estructuras se recogen en los apartados 2.4 y 3.6.8.

3.6.6.1 Análisis dinámico lineal. Método del espectro de respuesta

El apartado 4.2.1.1(2)P de UNE-EN 1998-2 indica que, generalmente, el modelo para el análisis modal será un modelo espacial.

Sea o no espacial el modelo, se debe asegurar que con él se captan todos los modos de vibración que contribuyen de forma significativa a la respuesta de la estructura frente a la acción sísmica. Respecto del número de modos a considerar, la norma propone, como ya se explicó en el apartado 2.3.2.3.2, un número tal que la masa movilizada o masa modal efectiva $(\sum M_i)_c$ en cada una de las direcciones espaciales supere el 90% de la masa total de la estructura M .

Sin embargo, el apartado 4.2.1.2(3) de UNE-EN 1998-2 permite incumplir esta condición, si tras considerar todos los modos con periodos superiores a 0,033 segundos se cumple que la masa modal efectiva supera el 70% de la masa de la estructura y además se mayoran los esfuerzos por la relación $M / (\sum M_i)_c$

Como regla de combinación de los esfuerzos, u otros efectos debidos a las distintas formas modales, el apartado 4.2.1.3(1)P de UNE-EN 1998-2 admite generalmente la regla de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). Sin embargo, para ello, y debido a que esta regla de combinación puede ser insegura en caso de que se combinen periodos muy próximos, debe comprobarse que los periodos propios de los modos están suficientemente alejados entre sí.

El criterio que establece UNE-EN 1998-2 para definir si dos periodos naturales están próximos entre sí se proporciona en la expresión (93), donde T_i y T_j son periodos de dos modos propios de vibración i y j , siendo ξ_i y ξ_j los índices de amortiguamiento correspondientes a dichos modos.

$$\frac{0,1}{0,1 + \sqrt{\xi_i \xi_j}} \leq \rho_{ij} = \frac{T_i}{T_j} \leq 1 + 10\sqrt{\xi_i \xi_j} \quad (93)$$

Para un índice de amortiguamiento habitual del 5% este criterio resulta significativamente más restrictivo que los que se encuentran en la literatura (ver, por ejemplo [35]), o incluso en

el apartado 4.3.3.3.2 de UNE-EN 1998-1, que coinciden en establecer, como criterio de periodos próximos, una diferencia inferior al 10%. Con el 5% de amortiguamiento, la expresión (93) daría lugar a una relación de periodos comprendida entre 0,67 y 1,50.

En caso de que se cumpla la condición de la expresión (93), se debe aplicar la regla, mucho más compleja, de combinación cuadrática completa (CQC) cuya formulación ya se introdujo en el apartado 2.3.2.3.1 en la expresión (48).

A efectos de combinación de los esfuerzos, o, en general, efectos del sismo en las tres direcciones espaciales, el apartado 4.2.1.4(1) de UNE-EN 1998-2 adopta la regla de SRSS, de acuerdo con la expresión (94).

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad (94)$$

Según el apartado 4.2.1.4(2), como alternativa, también se puede aplicar la regla de la expresión (49) (que reproduce las expresiones 4.20 a 4.22 de UNE-EN 1998-1), consistente en combinar la componente del sismo en una dirección con el 30% de las componentes del sismo en las otras dos direcciones.

3.6.6.2 Método del modo fundamental

Este método es una simplificación del análisis modal espectral, que considera únicamente un modo de vibración en cada dirección del sismo, introduciendo, además, simplificaciones en la determinación de la forma del modo principal y en el cálculo del periodo propio del mismo.

Para llevar a la práctica estas simplificaciones, se emplean tres modelos particulares: el modelo de tablero rígido, el modelo de tablero flexible y el modelo de pila única.

La aplicación del método del modo fundamental es posible siempre y cuando el comportamiento dinámico del puente pueda abordarse mediante un modelo de 1gdl, lo cual se satisface en los siguientes casos:

- Para el análisis longitudinal en puentes continuos, aproximadamente rectos y en los cuales las fuerzas sísmicas son resistidas por pilas (es decir, que los estribos no coartan el desplazamiento sísmico en la dirección longitudinal), siendo la masa de dichas pilas menor del 20% de la masa total del tablero
- Para el análisis transversal de esta tipología de puentes, cuando la distancia entre el centro de masas del tablero y el centro de rigidez de la subestructura (término que UNE-EN 1998-2 denomina excentricidad teórica) no supera el 5% de la longitud del tablero
- En el caso de pilas que soportan vanos isostáticos, siempre y cuando no se prevea una interacción significativa entre pilas y siempre que la masa de la pila sea inferior al 20% de la masa tributaria del tablero

Además, el apartado 4.1.7 de UNE-EN 1998-2 permite explícitamente el uso del método del tablero flexible para el análisis del sismo vertical.

3.6.6.2.1 Modelo de tablero rígido

El modelo de tablero rígido, recogido en el apartado 4.2.2.3 de UNE-EN 1998-2, es de aplicación cuando la deformación del tablero en el plano horizontal es despreciable respecto del desplazamiento horizontal de las cabezas de pila.

Esta condición se cumple siempre en la dirección longitudinal en puentes continuos de tablero aproximadamente rectos y puede considerarse que se cumple también en la dirección transversal cuando la relación entre longitud y ancho de tablero L/B es menor de 4,0 o cuando la relación entre la máxima diferencia de desplazamientos horizontales de cabezas de pilas y el desplazamiento medio del conjunto de las cabezas de las pilas no supera el 20%.

En estos casos, la fuerza estática equivalente se calcula como el producto de la masa del tablero más la mitad superior de la masa de las pilas, M , por la aceleración espectral de cálculo $S_d(T)$, conforme a la expresión (95), a partir del periodo fundamental correspondiente a una rigidez igual a la suma de las rigideces de los elementos verticales resistentes en cada una de las direcciones.

$$\begin{aligned}
 F &= M S_d(T) \\
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \\
 K &= \sum K_i
 \end{aligned}
 \tag{95}$$

3.6.6.2.2 Modelo de tablero flexible

Cuando no se puede considerar que el tablero es rígido, se puede aplicar este método, conforme al apartado 4.2.2.4 de UNE-EN 1998-2. Para ello, se consideran una serie de nudos en el tablero y se asigna a cada uno de esos nudos una masa concentrada tributaria M_i .

Se determina el desplazamiento horizontal de cada nudo, d_i , al someter la estructura a fuerzas nodales iguales a $g M_i$. El periodo del modo fundamental, a falta de un cálculo más preciso, puede obtenerse de una forma bastante ajustada a partir de la expresión (96), conocida como el cociente de Rayleigh.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_i M_i d_i^2}{g \sum_i M_i d_i}}
 \tag{96}$$

Una vez obtenido el periodo T del modo fundamental, las fuerzas estáticas equivalentes a aplicar en cada nudo se calculan a partir de la expresión (97),

$$F_i = \frac{4\pi^2}{gT^2} S_d(T) d_i M_i
 \tag{97}$$

donde:

- g aceleración de la gravedad
- $S_d(T)$ aceleración espectral de cálculo correspondiente al periodo T

3.6.6.2.3 Efectos torsionales en la dirección transversal

Al realizar un análisis mediante el método del modo fundamental, tanto si se utiliza el método del tablero rígido como si se utiliza el método del tablero flexible en la dirección transversal, se pueden tener en cuenta los efectos torsionales, conforme al apartado 4.2.2.5(1) de UNE-EN 1998-2, aplicando un momento torsor de eje vertical M_t igual a la fuerza horizontal total F por la excentricidad total e , de acuerdo con la expresión (98).

$$M_t = F e = F (e_o + e_a) \quad (98)$$

donde:

- F fuerza que puede determinarse según la expresión (95) o como ΣF_i , y F_i conforme a la expresión (97)
- e_o excentricidad teórica entre el centro de masas del tablero y el centro de rigidez de la subestructura, que, según se indicaba anteriormente, para la aplicación del método del modo fundamental no puede superar el 5% de la longitud del tablero
- e_a excentricidad adicional que considera los efectos de torsión accidental y de amplificación dinámica, y que puede evaluarse como $0,05 L$. Si el puente es esviado, el valor de e_a debe sustituir por el valor de e definido en la expresión (89).

En cambio, cuando se lleva a cabo un análisis modal espectral el efecto dinámico debido al acoplamiento entre traslación y torsión está incorporado automáticamente en el cálculo, por lo que no es necesario introducir el término e_a . La excepción a esto la constituyen los puentes esviados o con tableros muy anchos, de acuerdo con el apartado 3.6.3, para los que el término e_a tiene un valor inferior, estando vinculado a ambas componentes horizontales de la acción sísmica.

3.6.6.2.4 Modelo de pila única

De acuerdo con el apartado 4.2.2.6(1) de UNE-EN 1998-2, cuando el sismo transversal es soportado fundamentalmente por las pilas, y la interacción entre pilas contiguas es pequeña (condiciones que suelen verificarse, por ejemplo, en el caso de puentes de vanos isostáticos), la fuerza estática equivalente que actúa sobre cada una de las pilas se puede estimar de forma aproximada a partir de la expresión (99), donde M_i es la masa efectiva atribuida a la pila i y K_i es la rigidez de la pila i en la dirección transversal.

$$F_i = M_i S_d(T_i) \quad (99)$$

$$T_i = 2\pi \sqrt{\frac{M_i}{K_i}}$$

Incluso en el caso de puentes de vanos isostáticos, cada vano induce un cierto grado de acoplamiento entre los dos sistemas de 1gdl en los que participa (los de las pilas que le sustentan). Por ello el apartado 4.2.2.6(2) de UNE-EN 1998-2 establece que la aproximación de este modelo sólo es válida si los periodos propios de todas las pilas contiguas no difieren en más de un 10%, según la expresión (100).

$$0,90 \leq \frac{T_i}{T_{i+1}} \leq 1,10 \quad (100)$$

En caso contrario, debe procederse a redistribuir las masas efectivas asignadas a cada pila, hasta que se cumpla esta condición. Por ejemplo, si en un primer paso no se cumpliera la expresión (100) y se tuviera $T_i > 1,1 T_{i+1}$, la contribución de la masa del vano a la masa efectiva de las pilas que lo soportan debería reajustarse, rebajándose M_i e incrementándose M_{i+1} en la misma cantidad.

3.6.6.3 Cálculo de desplazamientos en análisis lineal

Cuando se aplica un análisis lineal basado en el espectro de respuesta, los desplazamientos de proyecto o reales d_E (desplazamientos sísmicos de cálculo) se obtienen a partir de los desplazamientos ficticios d_{Ee} resultantes del cálculo lineal (empleando el factor de comportamiento q) mediante la expresión (2.4) de UNE-EN 1998-2.

Aplicando la expresión (3.7) de UNE-EN 1998-1 al espectro de cálculo, el desplazamiento espectral d_{Ee} se obtiene multiplicando la aceleración espectral por $(T/2\pi)^2$ (ver expresión (101)).

$$d_{Ee} = S_d(T) \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (101)$$

Para obtener los desplazamientos de proyecto o reales d_E , o valor de cálculo del desplazamiento sísmico, hay que multiplicar los valores anteriores d_{Ee} por el factor de corrección del amortiguamiento η (ver expresión 3.6 de UNE-EN 1998-1) y por el coeficiente de ductilidad en desplazamientos μ_d , que tiene en cuenta el factor de comportamiento y que viene dado por las expresiones (2.5) y (2.6) de UNE-EN 1998-2, que se reproducen en la expresión (102)¹¹.

$$\mu_d = \begin{cases} q & \text{si } T \geq T_o = 1,25 T_C \\ \left((q-1) \frac{T_o}{T} + 1 \leq 5q - 4 \right) & \text{si } T < T_o = 1,25 T_C \end{cases} \quad (102)$$

De esta forma el valor de d_E , se determina a partir de la citada expresión (2.4) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (103).

$$d_E = \pm \mu_d \eta d_{Ee} \quad (103)$$

Con objeto de ilustrar esta expresión, en la Figura 79 se muestra la curva de demanda del ejemplo planteado en el apartado 2.2 expresada en términos de curva elástica, curva de cálculo y curva de cálculo con desplazamientos corregidos de acuerdo con la expresión (103) para un índice de amortiguamiento del 5% ($\eta = 1$) y un factor de comportamiento $q = 3,5$.

¹¹ La ecuación superior de la expresión (102) corresponde a la regla empírica formulada por Newmark [36], según la cual el desplazamiento del sistema no lineal y del sistema lineal es aproximadamente el mismo para la zona de pseudovelocidad constante, que en este caso se aplica a periodos superiores a $1,25T_C$, donde T_C corresponde al cambio de la zona de pseudoaceleración constante a pseudovelocidad constante. Para periodos menores esta regla no es válida y se adopta la expresión propuesta por Vidic et al [37], que se refleja en la segunda ecuación de la expresión (102).

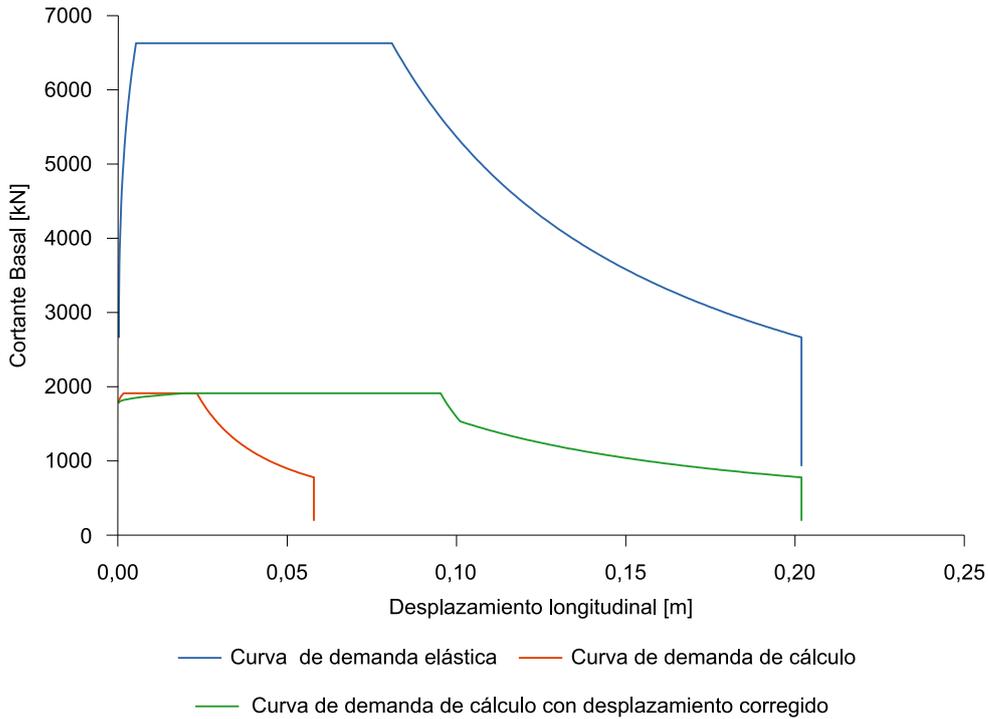


Figura 79 Curvas cortante basal-desplazamiento longitudinal

Adicionalmente en la [Figura 80](#), se muestran los mismos resultados en términos del desplazamiento espectral como función del periodo.

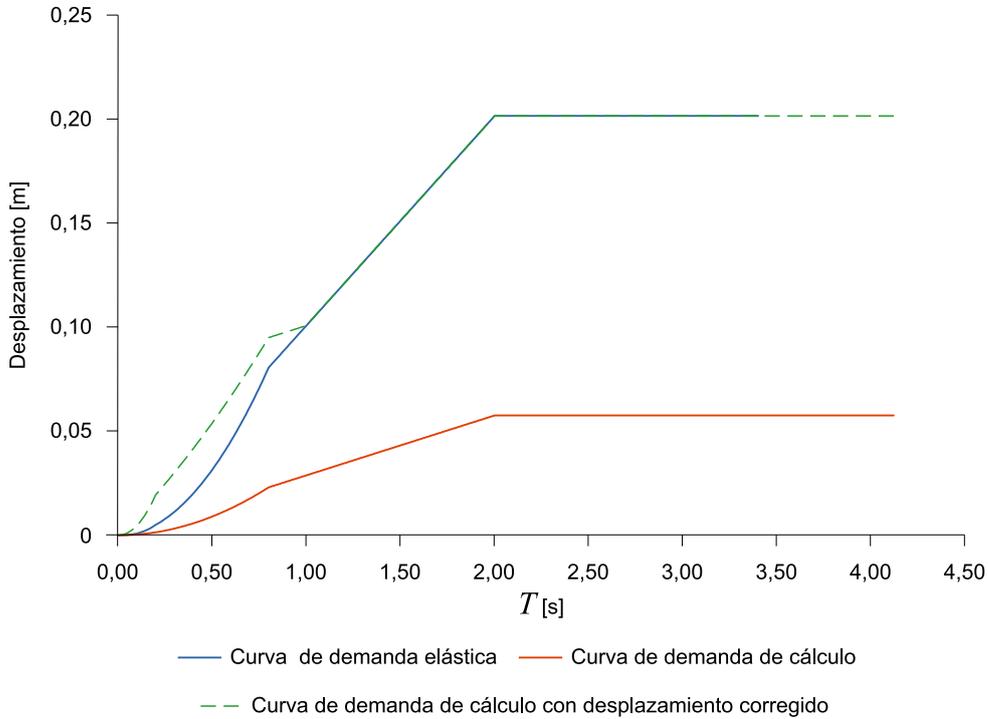


Figura 80 Desplazamientos espectrales

3.6.6.4 Métodos de análisis no lineales

UNE-EN 1998-2 incorpora los métodos de análisis no lineales para estimar los efectos de acciones sísmicas en el proyecto de:

- puentes irregulares con comportamiento dúctil (ver apartado 3.6.5)
- puentes con sistemas de aislamiento con leyes constitutivas no lineales (ver apartado 3.9.1)

3.6.6.4.1 Análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo

El apartado 4.2.4.1(1)P de UNE-EN 1998-2 indica que este tipo de análisis debe realizarse mediante integración numérica directa de las ecuaciones diferenciales no lineales (ver 2.3.4) y debe tener en cuenta las cargas permanentes y acciones casi-permanentes y los efectos de segundo orden.

Por otro lado, el apartado 4.2.4.1(2)P de UNE-EN 1998-2 obliga a realizar un cálculo modal paralelo y no permite, de forma general, el uso de este tipo de análisis para reducir los efectos estructurales derivados del análisis espectral. Sin embargo, sí admite su uso para obtener resultados más realistas (es decir, menos conservadores) en el caso de puentes irregulares y puentes con aislamiento sísmico, como ya ha quedado indicado.

La respuesta a considerar puede ser la media en el caso en que se utilicen al menos siete pares de acelerogramas independientes, y la máxima en caso contrario, conforme al apartado 4.2.4.3(1)P de UNE-EN 1998-2.

Los objetivos del análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo son, de acuerdo con el apartado 4.2.4.4(1) de UNE-EN 1998-2:

- Identificación de la localización y secuencia de formación de rótulas plásticas
- Verificación de la demanda de deformación (giro) de las rótulas plásticas y de los desplazamientos
- Determinación de la resistencia necesaria para evitar la formación de modos de rotura frágiles (cortante, fundamentalmente) y la verificación de la resistencia del suelo

Para alcanzar estos objetivos, deben cumplirse, de acuerdo con el apartado 4.2.4.4(2) de UNE-EN 1998-2, los siguientes requisitos:

- Identificación realista de las zonas de la estructura que permanecerán en rango elástico, basada en valores probables de las tensiones y deformaciones elásticas de los materiales
- Implementación de diagramas tensión deformación de los materiales en las zonas de rótulas plásticas que reflejen adecuadamente el comportamiento probable en zona post-elástica, considerando el confinamiento del hormigón y el endurecimiento por deformación, así como el pandeo local en caso de tratarse de elementos

metálicos. Además, el comportamiento del modelo deberá reflejar adecuadamente la forma de los bucles de histéresis teniendo en cuenta la degradación tanto de resistencia como de rigidez, además de las pérdidas por histéresis si éstas se han podido evidenciar mediante ensayos de laboratorio

- Comprobación de que las demandas de rotación en las rótulas plásticas $\theta_{p,E}$ son menores que las capacidades correspondientes $\theta_{p,d}$ según la expresión (104)

$$\theta_{p,E} \leq \theta_{p,d} \quad (104)$$

El valor de cálculo de la capacidad de rotación plástica $\theta_{p,d}$ se puede deducir a partir de las curvaturas últimas, dividiendo el valor probable de la capacidad de rotación plástica $\theta_{p,u}$ por un coeficiente $\gamma_{R,p}$ que refleje los defectos locales del elemento estructural, las incertidumbres asociadas al modelo o la dispersión de los resultados de ensayos, en su caso, según la expresión (105).

$$\theta_{p,d} = \frac{\theta_{p,u}}{\gamma_{R,p}} \quad (105)$$

El Anejo E de UNE-EN 1998-2 establece en E.3.1(3) un valor $\gamma_{R,p} = 1,40$ en ausencia de una justificación específica basada en datos reales.

La capacidad de rotación total θ_u de las rótulas plásticas puede estimarse a partir de ensayos representativos o determinarse por integración de curvaturas. En el caso del hormigón armado, y en ausencia de ensayos, el anejo E de UNE-EN 1998-2 establece un método para determinar dicha capacidad de giro θ_u a partir de la expresión (E.16a), que se reproduce en la expresión (106):

$$\theta_u = \theta_y + \theta_{p,u} \quad (106)$$

donde:

θ_u rotación total de la cuerda de la rótula plástica, según figura 2.4 de UNE-EN 1998-2

θ_y capacidad de rotación correspondiente al límite elástico, cuyo valor puede adoptarse, para una variación lineal del momento flector, de acuerdo con la expresión (E.17) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (107)

$$\theta_y = \frac{\bar{\Phi}_y L}{3} \quad (107)$$

$\theta_{p,u}$ capacidad de rotación plástica, cuyo valor puede determinarse según la expresión (E.16b) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (108)¹²

$$\theta_{p,u} = (\bar{\Phi}_u - \bar{\Phi}_y) L_p \left(1 - \frac{L_p}{2L} \right) \quad (108)$$

¹² Esta estimación de la rotación plástica es válida para pila con esbeltez a cortante $\alpha_s = L_s / h \geq 3,0$.

Para valores $3,0 > \alpha_s \geq 1,0$ la capacidad de rotación plástica debería minorarse por el coeficiente reductor:

$$\lambda(\alpha_s) = \sqrt{\frac{\alpha_s}{3}}$$

siendo:

Φ_y curvatura de plastificación de la sección de la rótula plástica. La curvatura de plastificación debería determinarse como el punto de quiebro de una ley elasto-plástica, de forma que la rama elástica pase por el punto del diagrama que corresponde a la plastificación de la primera armadura, y que el área total encerrada por el diagrama idealizado a partir de este punto coincida con el área encerrada por el diagrama real, tal y como se muestra en la **Figura 81** (que reproduce la Figura E.3 de UNE-EN 1998-2)

Φ_u curvatura última de la sección de la rótula plástica

L distancia entre la sección de la rótula plástica y el punto de momento nulo

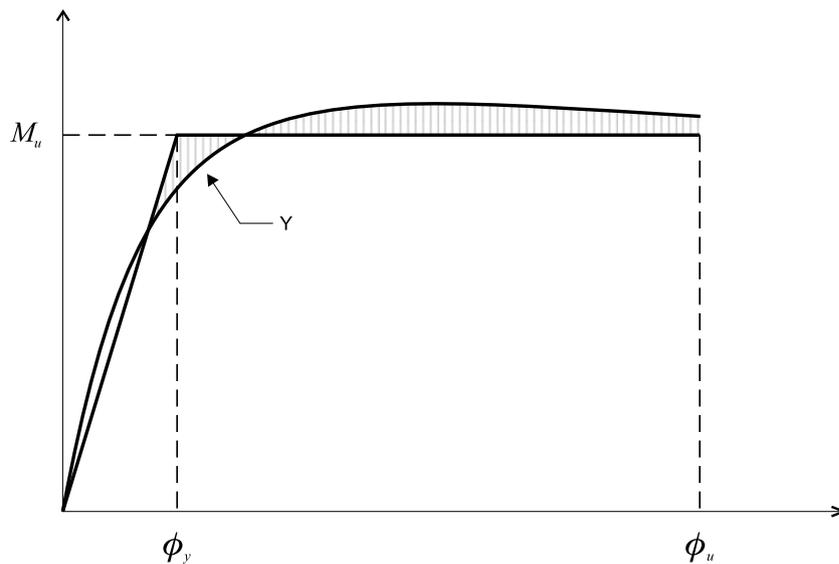
L_p longitud de la rótula plástica, cuyo valor viene dado por la expresión (E.19) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (109)

$$L_p = 0,10L + 0,015 f_{yk} d_{bL} \quad (109)$$

en donde:

d_{bL} diámetro de las armaduras longitudinales

f_{yk} límite elástico característico de las mismas



Leyenda

Y Plastificación de la primera armadura

Figura 81 Definición de Φ_y (Figura E.3 de UNE-EN 1998-2)

- No se producen plastificaciones significativas en el tablero, de acuerdo con lo especificado en 5.6.3.6(1)P y (2) de UNE-EN 1998-2.
- Se garantiza que no se producen modos de rotura frágiles ni fallos de las cimentaciones. Para ello deben aplicarse las reglas establecidas en el capítulo 5 de UNE-EN 1998-2.

3.6.6.4.2 Análisis estático no lineal (método del empuje incremental)

Este método es básicamente una generalización del método del modo fundamental para un régimen de comportamiento no lineal. Se puede aplicar a las componentes horizontales del sismo, pero no a la componente vertical.

El apartado 4.2.5 de UNE-EN 1998-2 realiza una descripción muy somera del análisis mediante el método del empuje incremental, especificando que el mismo debe tener en cuenta los efectos de segundo orden.

Como principales objetivos de este análisis se establecen los siguientes:

- Estimación de la secuencia y del patrón final de formación de rótulas plásticas
- Estimación de la redistribución de esfuerzos tras la formación de rótulas plásticas
- Determinación de la curva de capacidad y de la demanda de deformación para alcanzar el desplazamiento necesario para la respuesta máxima

Los requisitos que deben cumplirse son los ya indicados para el análisis dinámico no lineal del apartado 3.6.6.4.1, a excepción de la modelización de los bucles de histéresis.

En la Nota 2 al apartado 4.2.5 (4) de UNE-EN 1998-2 se indican las condiciones que debe cumplir la estructura para que el análisis mediante el método del empuje incremental sea válido. En principio, es siempre válido en puentes aproximadamente rectos en dirección longitudinal. En dirección transversal es también válido cuando las pilas tienen una rigidez más o menos uniforme en sentido transversal, algo que se puede suponer generalmente incluso en puentes con pilas de altura variables decrecientes hacia los estribos. El método no es de aplicación, sin embargo, en casos en que se tenga una pila excepcionalmente rígida situada entre otras pilas regulares o en puentes en los que la masa de alguna de la pila tiene una importancia significativa en el comportamiento dinámico de la estructura.

El Anejo H¹³ de UNE-EN 1998-2 recomienda un procedimiento para la aplicación de este método.

3.6.7 Análisis de puentes irregulares

En el caso de puentes irregulares, el comportamiento puede diferir sensiblemente del estimado mediante un análisis lineal utilizando factores de comportamiento. Estas diferencias pueden ser debidas a las siguientes causas:

- Concentración de la demanda de ductilidad en las pilas donde se forman las primeras rótulas plásticas, por encima de la capacidad garantizada por las condiciones de armado establecidas en el apartado 6 de UNE-EN 1998-2

¹³ El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 mantiene el carácter informativo del Anejo H.

- Cambio en las rigideces del sistema tras la formación de las primeras rótulas plásticas que podría dar lugar a una distribución de fuerzas no prevista que ocasione un cambio en la configuración de rótulas plásticas respecto de la configuración su-puesta en proyecto

UNE-EN 1998-2 establece dos posibles alternativas para el proyecto de puentes irregulares:

- Un análisis lineal por el método del espectro de respuesta, pero empleando un fac-tor de comportamiento reducido q_r , de acuerdo con la expresión (110).

$$q_r = q \frac{\rho_o}{\rho} \geq 1,0 \quad (110)$$

donde el significado de los términos ρ y ρ_o queda recogido en la expresión (92).

- Un análisis no lineal en el tiempo de acuerdo con 4.2.4 de UNE-EN 1998-2 o el mé-todo del empuje incremental de acuerdo con 4.2.5 de UNE-EN 1998-2

3.6.8 Análisis de estribos, muros de contención y estructuras enterradas

Las referencias que hace el Eurocódigo a estribos, muros y estructuras enterradas se repar-ten entre el apartado 6.7 de UNE-EN 1998-2 y el capítulo 7 de UNE-EN 1998-5, englobándose en ellos tanto principios generales como cuestiones relativas a la determinación de acciones, métodos de análisis y comprobaciones de este tipo de elementos estructurales.

UNE-EN 1998-5 está dedicada, dentro del proyecto sísmico de estructuras, a los aspectos geotécnicos y al cálculo de cimentaciones y estructuras de contención, así como a los efec-tos dinámicos de la interacción terreno-estructura, complementando de esta forma al Euro-código 7, que no cubre el sismo.

Un principio importante relativo al proyecto de los estribos, establecido en el apartado 6.7.1(1)P de UNE-EN 1998-2, es que todos sus componentes deben proyectarse para tener un com-portamiento esencialmente elástico en situación sísmica.

3.6.8.1 Métodos simplificados: análisis pseudo-estático

Los métodos simplificados son habituales para el análisis de estribos, muros de contención y estructuras enterradas, siempre y cuando la montera de éstas sea inferior a la mitad de la luz. El apartado 7.3.2 y el Anejo E de UNE-EN 1998-5, que es de carácter normativo, recogen el método de Mononobe-Okabe, denominado pseudo-estático, y que es el empleado con ma-yor frecuencia para el dimensionamiento de muros de contención. Éste se basa en la genera-lización de los principios de la teoría estática de Coulomb a la situación sísmica, mediante la adición, a las fuerzas existentes en la situación estática, de fuerzas de inercia y sobreempujes, que son función de las características del sismo.

3.6.8.1.1 Acción sísmica

En un análisis pseudo-estático la acción sísmica se representa por una serie de fuerzas es-táticas horizontales y verticales, producto de las fuerzas gravitatorias por un coeficiente sí-

mico (k_h para la componente horizontal y k_v para la componente vertical). A falta de estudios específicos, la formulación de los coeficientes sísmicos se proporciona en la expresión (111), que reproduce las expresiones (7.1) a (7.3) de UNE-EN 1998-5. La componente vertical debe tenerse en cuenta para muros de gravedad constituidos por bloques, pero puede despreciarse en caso contrario.

$$k_h = \alpha \frac{S}{r} \quad (111)$$

$$k_v = \begin{cases} \pm 0,5k_h & \text{si } a_{vg} / a_g > 0,6 \\ \pm 0,33k_h & \text{si } a_{vg} / a_g \leq 0,6 \end{cases}$$

donde:

- α aceleración de cálculo de un suelo tipo A dividida por la aceleración de la gravedad g , es decir, a_{gR} / g
- S coeficiente de suelo definido en el apartado 3.2.2.2 de UNE-EN 1998-1
- r coeficiente reductor que tiene en cuenta la flexibilidad de la estructura

Conceptualmente, el coeficiente r representa la relación entre el desplazamiento que puede experimentar la estructura durante el sismo, compatible con las restricciones a las que está sometida, y el valor del desplazamiento necesario para movilizar el estado de equilibrio límite. De este modo, r es superior para muros que pueden admitir mayores desplazamientos.

De forma simplificada, la Tabla 7.1 de UNE-EN 1998-5 (que se reproduce a continuación en la [Tabla 14](#)) proporciona valores de r para algunos casos típicos.

Tabla 14 Valores de r para el cálculo del coeficiente sísmico horizontal
(Tabla 7.1 de UNE-EN 1998-5)

Tipo de estructura de contención	r
Muros de gravedad sin coacciones con desplazamiento máximo $d_r = 300 \alpha S$ [mm]	2
Muros de gravedad sin coacciones con desplazamiento máximo $d_r = 200 \alpha S$ [mm]	1,5
Muros flexibles de hormigón armado, muros anclados o apuntalados, muros de hormigón armado cimentados sobre pilotes verticales, muros de sótano con movimientos restringidos y estribos de puentes	1

3.6.8.1.2 Cálculo del empuje de tierras y de la presión del agua

En relación con el cálculo de empujes de tierras, para muros de contención o estructuras rígidas que puedan desplazarse o rotar en torno a su cimentación, de tal forma que se alcancen condiciones de equilibrio límite, se pueden aplicar las expresiones de Mononobe–Okabe que formulan la suma de las componentes estática y dinámica de los empujes.

El Anejo E de UNE-EN 1998-5 recoge dichas expresiones para los estados activo y pasivo, y para las siguientes condiciones de drenaje del relleno trasdosado a la estructura:

- Relleno seco (E.5).
- Relleno saturado de baja permeabilidad dinámica (E.6): el agua intersticial no puede moverse libremente respecto al suelo durante el sismo, por lo que el relleno se comporta dinámicamente como un solo medio sin drenaje
- Relleno saturado de alta permeabilidad dinámica (E.7): al agua intersticial puede circular libremente con respecto al suelo durante el sismo, por lo que los efectos de la acción sísmica sobre el suelo y el agua son básicamente independientes, apareciendo una presión hidrodinámica, adicional a la hidrostática y al empuje del terreno

Los efectos hidrodinámicos son importantes en estructuras situadas en suelos arenosos en zona sísmica con nivel freático elevado (zonas costeras, por ejemplo). El Anejo E de UNE-EN 1998-5 proporciona la siguiente expresión (112) para el cálculo de la presión hidrodinámica q_z :

$$q_z = \pm \frac{7}{8} k_h \gamma_w \sqrt{hz} \quad (112)$$

siendo:

k_h coeficiente sísmico horizontal según expresión (111), con $r = 1$

γ_w peso específico del agua

h altura de agua medida desde la base de la estructura

z distancia desde el punto considerado al nivel freático

El efecto del empuje hidrodinámico puede, por tanto, introducirse en el modelo cinemático mediante la expresión (112).

Debe hacerse notar que el valor del ángulo de rozamiento interno del terreno ϕ' empleado en términos de presiones efectivas para determinar el coeficiente de empuje K según Mononobe-Okabe, en las expresiones (E.2) a (E.4) de UNE-EN 1998-5, es el mismo con independencia de las condiciones de drenaje.

Por otra parte, el apartado 7.3.2.3(4)P de UNE-EN 1998-5 indica que, a falta de estudios más detallados, el punto de aplicación de la componente dinámica del empuje de Mononobe-Okabe se debe tomar igual a la mitad de la altura del muro. La componente dinámica se obtiene restando al empuje total de Mononobe-Okabe el empuje estático de Coulomb.

En el caso de estructuras rígidas en las que no se producen, en principio, los movimientos necesarios para desarrollar condiciones de equilibrio límite del estado activo, se debe considerar el empuje al reposo y un incremento dinámico de empuje debido al sismo ΔP_d , que viene dado por la expresión (113), reproducción de la expresión (E.19) de UNE-EN 1998-5.

$$\Delta P_d = \alpha S \gamma H^2 \quad (113)$$

donde:

α, δ definidos en la expresión (111)

γ peso específico del suelo

H altura de la estructura

Esta resultante se aplica a la mitad de la altura del muro H . La referencia [28] indica que la formulación de la expresión (113) proviene del análisis de un bloque de terreno homogéneo contenido entre dos muros rígidos separados una distancia L . Estos análisis indican que para $L > 4H$, las presiones actuantes en una de las paredes son independientes de las actuantes en la otra. De acuerdo con la misma referencia [28], la expresión (113) únicamente puede emplearse para un medio homogéneo y elástico, sin tener en cuenta la fase líquida ni el incremento de presiones intersticiales.

En caso de tener un recubrimiento de tierras por encima de la estructura, la altura H debe tomarse, conservadoramente, como la altura entre la base de la estructura y la superficie del terreno.

3.6.8.2 Interacción suelo-estructura

Como se indica en el apartado 6.7.4(1) de UNE-EN 1998-2, el método pseudo-estático, resulta poco realista cuando el espesor de tierras que cubre la estructura supera la mitad de la luz. En estos casos, resulta conveniente recurrir a un modelo de interacción suelo-estructura como el descrito en el apartado 2.4.

Ni UNE-EN 1998-2, ni UNE-EN 1998-5 proporcionan información práctica suficiente para el desarrollo de este tipo de modelo. En el apartado 7.3.1(2) de UNE-EN 1998-5 sólo se establecen los principios generales que deben considerarse al efectuar el cálculo de estructuras enterradas, teniendo en cuenta la interacción suelo-estructura. Los principios a tener en cuenta son los siguientes:

- Consideración del comportamiento no lineal del suelo y su variación con la interacción dinámica con la estructura, un aspecto considerado por el modelo descrito en el apartado 2.4.
- Consideración de los efectos inerciales de las masas del suelo, de la estructura y de otras cargas gravitatorias que puedan verse involucradas en el proceso, como también se indicó en el apartado 2.4.
- Consideración de los efectos hidrodinámicos del agua presente en el suelo. Este aspecto sí tiene un desarrollo adecuado en UNE-EN 1998-5, como se ha visto en el apartado 3.6.8.1.2.
- Compatibilidad de deformaciones entre suelo y estructura, un aspecto que también considera el modelo del apartado 2.4.

3.7 Comprobaciones

En el capítulo 5 de UNE-EN 1998-2 se establecen los criterios para el proyecto y comprobaciones resistentes de la estructura, suponiendo específicamente que el análisis corresponde a un análisis lineal equivalente, es decir utilizando factores de comportamiento, ya sea con ductilidad limitada o con comportamiento dúctil. Por tanto, de forma general, las especificaciones de este capítulo no son directamente aplicables a estructuras proyectadas por métodos no lineales.

Las comprobaciones incluidas en este apartado están asociadas al sismo de cálculo y son comprobaciones resistentes de las secciones de los elementos estructurales del puente, variando en función del comportamiento previsto proyectado.

Las comprobaciones relativas a las longitudes de entrega, anchura de juntas, aparatos de apoyo y acoplamientos sísmicos se detallan en el apartado 3.8, relativo a los detalles constructivos, en consonancia con el capítulo en el que se recogen dichas verificaciones en UNE-EN 1998-2.

3.7.1 Materiales y valor de cálculo de la resistencia

En lo relativo al acero de armar éste debe ser de clase de ductilidad C, de acuerdo con la Tabla C.1 de UNE-EN 1992-1-1, en los puentes proyectados con comportamiento dúctil, con un factor de comportamiento $q > 1,5$, para todos aquellos elementos en los que se prevea la formación de rótulas plásticas.

En el caso de otros elementos de puentes proyectados con un factor $q > 1,5$ en donde no pueda formarse ninguna rótula plástica (protegidos por capacidad), o en todos los elementos de puentes proyectados con un factor $q \leq 1,5$, entre los cuales se encuentran los puentes con aislamiento sísmico, se podrá utilizar un acero de clase de ductilidad B.

Por otra parte, la verificación de la resistencia de las secciones se hará considerando los coeficientes parciales de los materiales definidos en el correspondiente Anejo Nacional para la situación sísmica de cálculo. En el apartado 5.2.4(3) de AN/UNE-EN 1998-1 se indica que para dichos coeficientes se adoptan los valores recomendados, es decir, los correspondientes a situaciones persistentes y transitorias. A su vez, el apartado 2.4.2.4(1) de AN/UNE-EN 1992-1-1 establece, para estas situaciones, los siguientes valores:

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Esta condición difiere de la práctica tradicional en España, en donde se venían considerando unos valores de $\gamma_c = 1,3$ y $\gamma_s = 1,0$. La justificación de un mayor conservadurismo en estos coeficientes radica en la pérdida de resistencia asociada a los ciclos de carga.

3.7.2 Proyecto por capacidad

En puentes proyectados con comportamiento dúctil, la deformación plástica se concentra en zonas localizadas, generalmente de las pilas, donde se forman rótulas, en las que predominan las deformaciones de flexión.

El proyecto sísmico debe comenzar identificando las zonas en las que se formarán las rótulas plásticas. Las secciones de rótulas plásticas son las secciones dúctiles, mientras que las secciones situadas fuera de esas zonas son las secciones no dúctiles o, en su caso, secciones protegidas por capacidad.

El proyecto por capacidad (ver apartados 2.3.4, 5.3 y 5.6 de UNE-EN 1998-2) consiste en aplicar un conjunto de reglas que permiten garantizar que, en una estructura proyectada mediante un análisis lineal equivalente, el esquema de formación de rótulas plásticas y el comportamiento dúctil supuesto se producirá efectivamente. Hay que destacar, no obstante, que se trata de métodos aproximados que sólo tratan de simplificar el problema de evaluar la respuesta dinámica de una estructura con comportamiento no lineal (material y geométrico) ante la acción sísmica.

El proyecto por capacidad busca:

- asegurar que no se produce una rotura frágil, por cortante, en las zonas exteriores a las rótulas plásticas
- garantizar que los elementos que deben permanecer en régimen elástico durante un sismo, tales como el tablero o las cimentaciones, permanecen efectivamente en régimen elástico
- mantener la integridad de los componentes estructurales no dúctiles, tales como apoyos fijos, y de los acoplamientos sísmicos

En el caso de la pila de un puente, a partir del análisis lineal equivalente, considerando los efectos de segundo orden, se determina para la sección correspondiente a la rótula plástica el momento flector solicitante M_{Ed} correspondiente a la situación sísmica de cálculo asociado al espectro de cálculo, lo que permite dimensionar la sección mediante la condición habitual, que se recoge en la expresión (114).

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (114)$$

En cada análisis M_{Rd} es el momento resistente de la sección (calculado a partir de las hipótesis clásicas de deformación plana y compatibilidad de deformaciones entre acero y hormigón, considerando las ecuaciones constitutivas convencionales para los materiales, sin tener en cuenta el confinamiento¹⁴, y los coeficientes parciales γ_M correspondientes a la situación persistente) correspondiente a la dirección del sismo considerada, obtenido con el axil y momento en la dirección ortogonal concomitantes. A efectos de calcular M_{Rd} , UNE-EN 1998-2 indica que los esfuerzos concomitantes se mantienen constantes y se incrementa el momento en la dirección considerada hasta alcanzar la rotura. Hay que hacer notar el hecho de que M_{Rd} puede ser superior a M_{Ed} , ya que la capacidad resistente de la sección se determina con la armadura realmente dispuesta que, por lo general, es superior a la estrictamente necesaria.

¹⁴ Esta última condición, aunque no está explicitada en este apartado de UNE-EN 1998-2, se deduce del apartado E.1 de UNE-EN 1998-2 que incluye las expresiones de la ecuación constitutiva del hormigón confinado. Este apartado limita la aplicación de estas reglas exclusivamente a los análisis realizados mediante los métodos de cálculo no lineales descritos en los apartados 4.2.4 (cálculo no lineal en el tiempo) y 4.2.5 (cálculo mediante el método del empuje incremental) de UNE-EN 1998-2 y, por tanto, no es de aplicación para el análisis lineal equivalente.

El proyecto por capacidad se basa en sobredimensionar las zonas exteriores a las rótulas plásticas partiendo de la suposición de que estas rótulas desarrollarán su capacidad máxima incrementada por un coeficiente de sobrerresistencia, γ_o

Los esfuerzos a considerar en los elementos exteriores a las rótulas plásticas se determinan a partir de la condición anterior por consideraciones de equilibrio local. En principio los esfuerzos pésimos se determinan suponiendo una distribución lineal de momentos, según la [Figura 82](#) (que es reproducción de la figura 5.1 de UNE-EN 1998-2), considerando que las rótulas extremas de la pila desarrollan sus momentos máximos incrementados tanto en la sección inferior como en la sección superior, de acuerdo con la expresión (115).

$$\begin{aligned} M_o^b &= \gamma_o M_{Rd}^b \\ M_o^t &= \gamma_o M_{Rd}^t \end{aligned} \tag{115}$$

UNE-EN 1998-2 utiliza el término momento de sobrerresistencia para referirse a los valores M_o anteriores.

El momento M_C para el que se comprueba la zona exterior a la rótula corresponde al valor máximo de esta ley de momentos a una distancia del extremo igual a la longitud de la rótula plástica L_h , cuyo valor, se determina de acuerdo con el apartado 6.2.1.5 de UNE-EN 1998-2.

Por otra parte, siendo l_{cl} la altura libre de la pila, el cortante solicitante V_C a considerar para la comprobación resistente en la zona exterior a la rótula plástica viene dado por equilibrio según la expresión (116).

$$V_C = \gamma_o \frac{M_{Rd}^b - M_{Rd}^t}{l_{cl}} \tag{116}$$

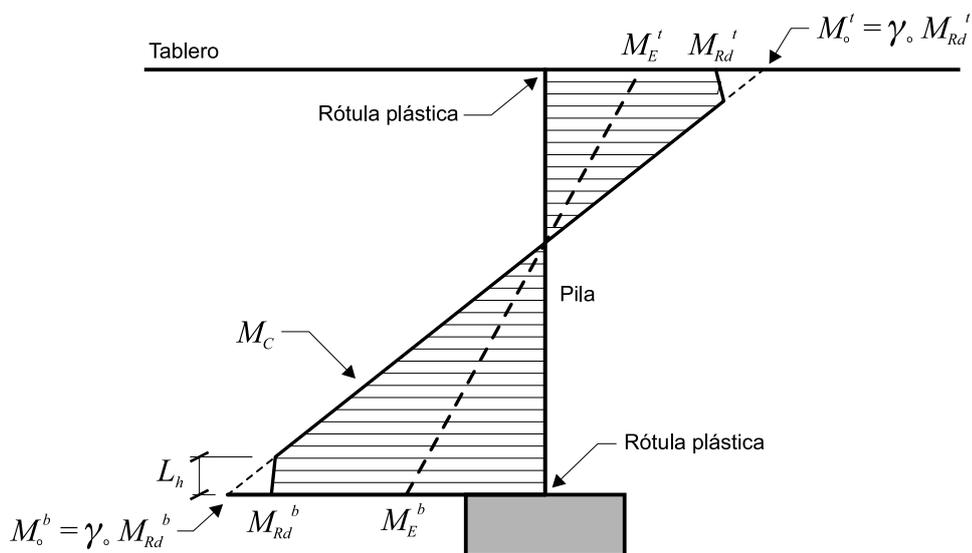


Figura 82 Momentos flectores del dimensionamiento por capacidad, M_C , dentro de la longitud de los elementos que contienen las rótulas plásticas (Figura 5.1 de UNE-EN 1998-2)

Este análisis permite cubrir las incertidumbres relativas a la distribución de fuerzas entre las pilas, que variará a lo largo del proceso de formación de las rótulas plásticas y seguramente diferirá considerablemente del obtenido en el análisis elástico. Al suponer que se forman las rótulas plásticas en ambos extremos de la pila, con momentos de signo diferente, se maximiza la variación de momento y por tanto el cortante, cubriendo así cualquier situación intermedia.

El coeficiente de sobrerresistencia γ_o es un parámetro nacional cuyo valor recomendado es de 1,35 para elementos de hormigón y 1,25 para elementos de acero. El Anejo Nacional adopta en este caso los valores recomendados.

Por otra parte, si el axil reducido o normalizado η_k es superior a 0,1, el valor de γ_o debe incrementarse, multiplicándolo por $1+2(\eta_k-0,1)^2$ (ver apartado 5.3(4) de UNE-EN 1998-2). Para entender esta condición debe quedar claro que el momento resistente M_{Rd} de la rótula plástica se determina sin tener en cuenta el confinamiento del hormigón ni el endurecimiento del acero al adentrarse en la región plástica. Dado que el efecto del confinamiento en la capacidad resistente será mayor para mayores axiles, es esperable que la diferencia entre el momento resistente anterior y el momento resistente que realmente pueda desarrollar la estructura, teniendo en cuenta el efecto del confinamiento, sea mayor. Esta condición busca, por tanto, corregir el valor base de γ_o para cubrir esta mayor sobrerresistencia, respecto de la estimación, cuando el valor del axil es mayor.

El apartado 5.3(2) de UNE-EN 1998-2 indica que no resulta necesario considerar un valor del momento M_c superior al que se obtendría multiplicando las acciones sísmicas por el factor de comportamiento adoptado. Esta condición es lógica porque, en estas circunstancias, este procedimiento sería más costoso que un cálculo esencialmente elástico con un factor de comportamiento igual a la unidad, por lo que no tendría sentido llevar a cabo un cálculo elástico equivalente.

El apartado 5.3(6) de UNE-EN 1998-2 permite llevar a cabo el análisis por capacidad de forma independiente en las direcciones longitudinal y transversal, de tal forma que se deben superponer los efectos del sismo en una determinada dirección (considerando signo positivo y negativo) junto con las acciones resultantes de las hipótesis no sísmicas concomitantes.

Para los casos en que el mecanismo plástico se combine con apoyos deslizantes, el apartado 5.3(7)P de UNE-EN 1998-2 introduce un factor de amplificación del rozamiento $\gamma_{of}=1,30$, que quiere cubrir los efectos del envejecimiento. A efectos del proyecto por capacidad se supone que la fuerza horizontal que actúa en la pila es igual a la máxima fuerza de fricción que puede actuar en el apoyo amplificada por este factor, es decir, $\gamma_{of}R_{df}$

En el caso de puentes proyectados con comportamiento dúctil en los cuales algunas pilas o estribos se conectan al tablero mediante apoyos elastoméricos, se debe garantizar un comportamiento lineal de estos elementos de la subestructura, como ya se indicó en 3.5.2.1 (ver 2.3.2.2(10) de UNE-EN 1998-2). Para ello, el apartado 5.3(8)P de UNE-EN 1998-2 establece que en los elementos de la subestructura conectados al tablero mediante apoyos elastoméricos los efectos del dimensionamiento por capacidad se determinan a partir de la máxima distorsión del elastómero correspondiente al desplazamiento de cálculo del tablero, d_{Ed} según expresión (2.7) de UNE-EN 1998-2, y con una rigidez incrementada en un 30%. Esta

amplificación viene a significar, del mismo modo que en el caso anterior, un potencial endurecimiento debido al envejecimiento, junto a otros posibles factores, de los aparatos de apoyo.

3.7.3 Comprobaciones en puentes con comportamiento dúctil

Los esfuerzos solicitantes que intervienen en las comprobaciones resistentes no son siempre los resultantes de un análisis lineal equivalente, sino que deben modificarse aplicando los criterios del proyecto por capacidad.

3.7.3.1 Comprobación de las secciones dúctiles y de las secciones protegidas por capacidad

Para puentes proyectados con comportamiento dúctil, el apartado 5.6.3 de UNE-EN 1998-2 establece condiciones diferentes para la comprobación de la resistencia de las rótulas plásticas por un lado y de la zona situada en el exterior de las rótulas plásticas por otro.

En lo relativo a la flexión compuesta en la zona de la rótula plástica, la verificación es convencional, y supone comprobar que los esfuerzos solicitantes, teniendo en cuenta las envolventes de esfuerzos con sus valores concomitantes (N_{Ed} , M_{yEd} , M_{zEd}) (ver apartado 5.6.1(1) de UNE-EN 1998-2) y los efectos de segundo orden, son inferiores a la capacidad resistente de la sección (ver expresión (114)).

Respecto de la comprobación a flexión compuesta de la zona exterior a la rótula plástica, el apartado 5.6.3.2 (1) de UNE-EN 1998-2 establece que el momento solicitante en esta zona, determinado, por equilibrio, de acuerdo con el cálculo por capacidad M_C^{15} , debe ser inferior a la capacidad resistente a flexión de las secciones situadas fuera de la rótula plástica, según la expresión (117), teniendo en cuenta la interacción con los esfuerzos concomitantes (axil y momento en dirección perpendicular).

$$M_C \leq M_{Rd} \quad (117)$$

Las comprobaciones a cortante se llevarán a cabo de acuerdo con lo especificado en el apartado 6.2 de UNE-EN 1992-1, con las reglas adicionales indicadas a continuación.

En lo relativo al cortante en la zona de la rótula plástica, de acuerdo con el apartado 5.6.3.4 de UNE-EN 1998-2, la sección debe resistir el cortante V_C , según la expresión (118)¹⁶, teniendo en cuenta solamente el núcleo confinado del hormigón, puesto que la formación de la rótula plástica supone el desprendimiento del recubrimiento.

15 Es decir suponiendo que la rótula plástica desarrolla su capacidad resistente a flexión M_{Rd} (teniendo en cuenta los esfuerzos concomitantes), incrementada por el coeficiente de sobrerresistencia γ_o , y suponiendo la posición pésima del punto de momento nulo (ver expresión (115)).

16 Los valores de cálculo de la resistencia a cortante se deducen de acuerdo con el apartado 6.2 de UNE-EN 1992-1-1, y son los siguientes:

$V_{Rd,c}$	valor de cálculo de la resistencia a cortante de elementos sin armadura de cortante
$V_{Rd,s}$	valor de cálculo de la resistencia a cortante que puede soportar la armadura de cortante trabajando al límite elástico
$V_{Rd,max}$	valor de cálculo de la resistencia a cortante que puede soportar la biela de compresión

$$V_C \leq V_{Rd} \quad (118)$$

Además, el criterio para determinar la armadura necesaria por cortante en la zona de la rótula plástica es, aparentemente, muy conservador puesto que el ángulo θ que forma la biela con el eje de la pieza se limita a 45° , en lugar de al valor mínimo de $21,8^\circ$ que permite el Eurocódigo 2 (ver apartado 6.2.3(2) de UNE-EN 1992-1-1). Dado que la armadura necesaria es inversamente proporcional a $\cot\theta$, este criterio supone un incremento de la seguridad frente a una rotura por cortante por tracción del alma en un factor de hasta 2,5. Sin embargo, de acuerdo con la referencia [30], esta condición está relacionada con el hecho de que tomar un valor de θ igual a 45° maximiza la resistencia a compresión de la biela de cortante y minimiza el riesgo de que éste sea el mecanismo de rotura.

Este criterio también puede estar relacionado con el hecho de que la longitud de la rótula plástica se asemeja a un canto útil y a que se produce una disminución de la armadura transversal fuera de la zona de la rótula plástica, que no sería compatible con el uso de un ángulo θ que abarque una zona en la que la armadura varía.

En la zona exterior a la rótula plástica (ver apartado 5.6.3.3 de UNE-EN 1998-2), a efectos de la comprobación de la resistencia a cortante, se puede considerar la sección completa y no se establecen condiciones relativas al ángulo θ , siendo el formato de comprobación el ya establecido en la expresión (118).

Tanto para la zona de la rótula plástica como para la zona exterior a la rótula plástica, los valores de cálculo de la resistencia a cortante V_{Rd} , deben minorarse por un coeficiente parcial de seguridad adicional γ_{Bd} , que penaliza el hecho de que la rotura por cortante es frágil. Su objetivo es reducir al máximo la probabilidad de que este mecanismo constituya el modo de fallo de la estructura.

El apartado 5.6.3.3 de UNE-EN 1998-2 propone dos formulaciones alternativas para el cálculo del coeficiente γ_{Bd} : una más conservadora e igual a la considerada para el proyecto con ductilidad limitada que supone un valor constante e igual a γ_{Bd1} (cuyo valor recomendado es 1,25); y otra en la que ese valor depende de la relación entre el cortante solicitante multiplicado por el factor de comportamiento y el cortante deducido del proyecto por capacidad $V_{C,o}$, con la salvedad de que su valor no se limita a qV_{Ed} (ver la expresión (119) que reproduce la expresión (5.8a) de UNE-EN 1998-2).

$$1,0 \leq \gamma_{Bd} = \gamma_{Bd1} + 1 - \frac{qV_{Ed}}{V_{C,o}} \leq \gamma_{Bd1} \quad (119)$$

El Anejo Nacional permite al autor del proyecto elegir entre estas dos alternativas.

3.7.3.2 Comprobación de los nudos contiguos a las rótulas plásticas

El proyecto por capacidad protege no sólo a las pilas, sino que abarca también a las cimentaciones y al tablero, ya que los esfuerzos transmitidos a estos elementos están limitados por el momento de plastificación de la rótula plástica y por el correspondiente cortante por capacidad.

El apartado 5.6.3.5.1(1)P de UNE-EN 1998-2 establece la necesidad de proyectar las juntas pila-tablero y pila-cimentación para resistir el cortante por capacidad cuando se prevea la formación de una rótula plástica en la pila, en la sección próxima a la unión.

Para esta verificación, se considera una anchura útil o efectiva del nudo de la sección de tablero o cimentación b_j de acuerdo con la expresión (120)

$$b_j = b_c + 0,5h_c \leq b_w \quad (120)$$

donde:

- b_c ancho de la pila en dirección perpendicular a la de flexión de la rótula, que se tomará igual a 0,9 veces el diámetro en caso de pilas circulares
- h_c canto de la pila, que se tomará igual a 0,9 veces el diámetro en caso de pilas circulares
- b_w ancho del alma longitudinal del tablero a la que se conecta la pila (cuando sea aplicable)

La Figura 83, que es reproducción de la figura 5.3 de UNE-EN 1998-2, representa las fuerzas en el nudo.

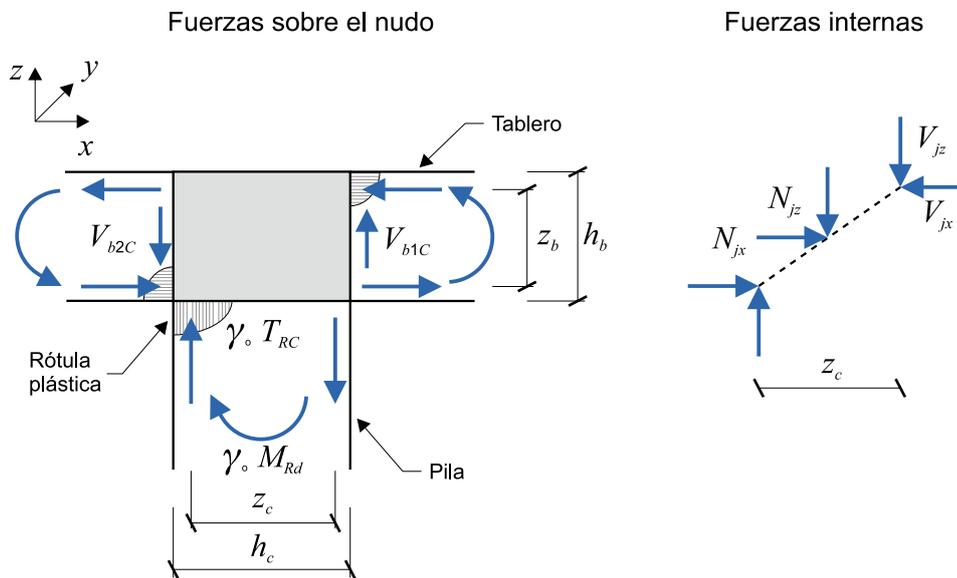


Figura 83 Fuerzas en la unión (Figura 5.3 de UNE-EN 1998-2)

El cortante de cálculo vertical V_{jz} se tomará igual al valor definido en la expresión (121)

$$V_{jz} = \gamma_o T_{Rc} - V_{b1C} \quad (121)$$

donde:

- T_{Rc} fuerza resultante de la armadura a tracción de la pila correspondiente a la resistencia a flexión M_{Rd} de la rótula plástica
- γ_o coeficiente de sobrerresistencia
- V_{b1C} esfuerzo cortante del tablero o cimentación en la cara adyacente a la cara traccionada de la pila, necesario para equilibrar los efectos correspondientes al cálculo por capacidad de la pila

El cortante horizontal en el nudo, imponiendo la condición de equilibrio, se determina de acuerdo con la expresión (122).

$$V_{jx} = V_{jz} \frac{z_c}{z_b} \quad (122)$$

Los brazos mecánicos z_c y z_b pueden tomarse iguales al 90% de los cantos de las secciones efectivas correspondientes.

La comprobación a cortante debe llevarse a cabo en el centro del nudo, donde además de los cortantes vertical V_{jz} y horizontal V_{jx} , actúan:

- el esfuerzo axial vertical en el nudo N_{jz} , que se determina a partir de la expresión (123)

$$N_{jz} = \frac{b_c}{2b_j} N_{cG} \quad (123)$$

donde N_{cG} es el axil de la pila correspondiente a las acciones no sísmicas concomitantes con la situación sísmica¹⁷

- la fuerza horizontal N_{jx} debida a los efectos que se deduzcan del cálculo por capacidad e incluyendo el axil de pretensado longitudinal a tiempo infinito, y
- la fuerza horizontal N_{jy} debida a los efectos del pretensado transversal, si existe, a tiempo infinito, que se consideren efectivos en el interior del canto de la pila h_c

El nudo se considera sometido a un estado triaxial de tensiones, y el dimensionamiento de armaduras de la unión se efectúa a partir las tensiones tangenciales ν y normales n , que se definen en las expresiones (124) y (125).

$$\nu_x = \frac{V_{jx}}{b_j z_c} \quad (124)$$

$$\nu_z = \frac{V_{jz}}{b_j z_b}$$

$$\nu_x = \nu_z \equiv \nu_j$$

$$n_z = \frac{N_{jz}}{b_j h_c}$$

$$n_x = \frac{N_{jx}}{b_j h_b} \quad (125)$$

$$n_y = \frac{N_{jy}}{h_b h_c}$$

¹⁷ El factor 2 en el denominador de la expresión (123) refleja la reducción de la tensión normal debida a N_{cG} desde $N_{cG}/(h_c b_c)$ al final de la sección de la pila hasta cero en la cara opuesta del elemento horizontal.

Comprobaciones y cálculo de armaduras

Con los valores de las tensiones de las expresiones (124) y (125), se dimensionan las armaduras necesarias para garantizar un buen funcionamiento de la unión. En principio deben disponerse en la vertical de la pila, en el nudo, armaduras tanto verticales como horizontales de acuerdo con las expresiones que siguen. No obstante, como se verá más adelante, cuando la densidad de armaduras haga que el armado sea muy difícil de materializar, se podrá disponer parte del armado en la zona adyacente al nudo.

Si se cumple la condición de la expresión (126), no se supera la capacidad de fisuración a cortante del nudo $\nu_{j,cr}$, y resulta suficiente con disponer, en cada una de las direcciones horizontales, la cuantía mínima de armadura de cortante ρ_{min} en forma de estribos cerrados que se define en la expresión (127).

$$\nu_j \leq \nu_{j,cr} = f_{ctd} \sqrt{\left(1 + \frac{n_x}{f_{ctd}}\right) \left(1 + \frac{n_z}{f_{ctd}}\right)} \leq 1,50 f_{ctd} \quad (126)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = \frac{0,7 f_{ctm}}{\gamma_c}$$

$$\rho_{min} = \frac{f_{ctd}}{f_{sy}} \quad (127)$$

donde:

f_{ctd} resistencia de cálculo a tracción del hormigón

$f_{ctk,0,05}$ resistencia característica a tracción inferior del hormigón

f_{ctm} valor medio de la resistencia a tracción del hormigón

f_{sy} límite elástico de cálculo de la armadura del nudo

En caso contrario, las cuantías que hay que disponer en las direcciones horizontales x e y son las que se definen en la expresión (128), ρ_x y ρ_y , no debiendo superar, por otra parte, el valor máximo indicado ρ_{max} . Igualmente, aunque se cumpla la condición de la expresión (126), hay que disponer en dirección vertical la cuantía ρ_z , que se define también en la expresión (128).

$$\rho_{min} \leq \rho_x = \frac{A_{sx}}{b_j h_b} = \frac{\nu_j - n_x}{f_{sy}} \leq \rho_{max} = \frac{\nu f_{cd}}{2 f_{sy}}$$

$$\rho_{min} \leq \rho_y = \frac{A_{sy}}{h_c h_b} = \frac{\nu_j - n_y}{f_{sy}} \leq \rho_{max} = \frac{\nu f_{cd}}{2 f_{sy}} \quad (128)$$

$$\rho_z = \frac{A_{sz}}{b_j h_c} = \frac{\nu_j - n_z}{f_{sy}}$$

donde ν tiene en cuenta la reducción de la resistencia a compresión por la presencia de deformaciones de tracción en la dirección perpendicular a la biela comprimida y el aumento de la fragilidad del hormigón con el incremento de resistencia y vienen dado por la expresión (129).

$$\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck} [\text{MPa}]}{250} \right) \quad (129)$$

Adicionalmente se debe comprobar que el hormigón es capaz de resistir las compresiones diagonales que se generan en la biela del esquema de la Figura 83, para prevenir un modo de fallo frágil. Esta condición se considera que se cumple si se verifica la condición de la expresión (130), que tiene en cuenta a través del coeficiente α_c cualquier efecto de confinamiento que pudiera existir en la dirección transversal y normal al plano xz .

$$\begin{aligned} \nu_j &\leq \nu_{j,Rd} = 0,50\alpha_c\nu f_{cd} \\ \alpha_c &= 1 + 2 \frac{(n_y + \rho_y f_{sd})}{f_{cd}} \leq 1,5 \\ f_{sd} &= \min(f_{yd}; 300 \text{ MPa}) \end{aligned} \quad (130)$$

Disposición de las armaduras

Para materializar los estribos horizontales necesarios, se recomienda prolongar en el nudo la armadura transversal de confinamiento de la rótula plástica. Respecto de los estribos verticales, éstos deben arriostrar la armadura longitudinal de la cara superior en caso de tratarse de una unión pila-tablero o de la cara inferior en el caso de tratarse de una unión pila-cimentación. El 50% de esta armadura puede disponerse en forma de barras en U, con la rama horizontal situada en la cara del elemento horizontal opuesta al encuentro pila-elemento horizontal (ver Figura 84).

A efectos de materializar la cuantía longitudinal A_{sx} , se puede considerar hasta un 50% de la armadura longitudinal del elemento horizontal, siempre que esta armadura sea continua a lo largo del nudo y esté adecuadamente anclada a ambos lados del mismo.

Cuando no sea posible, por razones constructivas, disponer toda la armadura vertical A_{sz} necesaria en el nudo, se podrá disponer la parte restante ΔA_{sz} , a los lados de la pila, distribuida en todo el ancho b_j y en una distancia a cada lado de la pila no mayor de $0,5h_b$ (ver Figura 84).

Igualmente se podrá reducir la armadura horizontal situada en el nudo una cantidad $\Delta A_{sx} \leq \Delta A_{sz}$, siempre que la cuantía restante en el nudo sea superior a la cuantía mínima. Esta armadura se repondrá como un incremento de la armadura longitudinal del elemento horizontal situada dentro del ancho b_j (ver Figura 84).

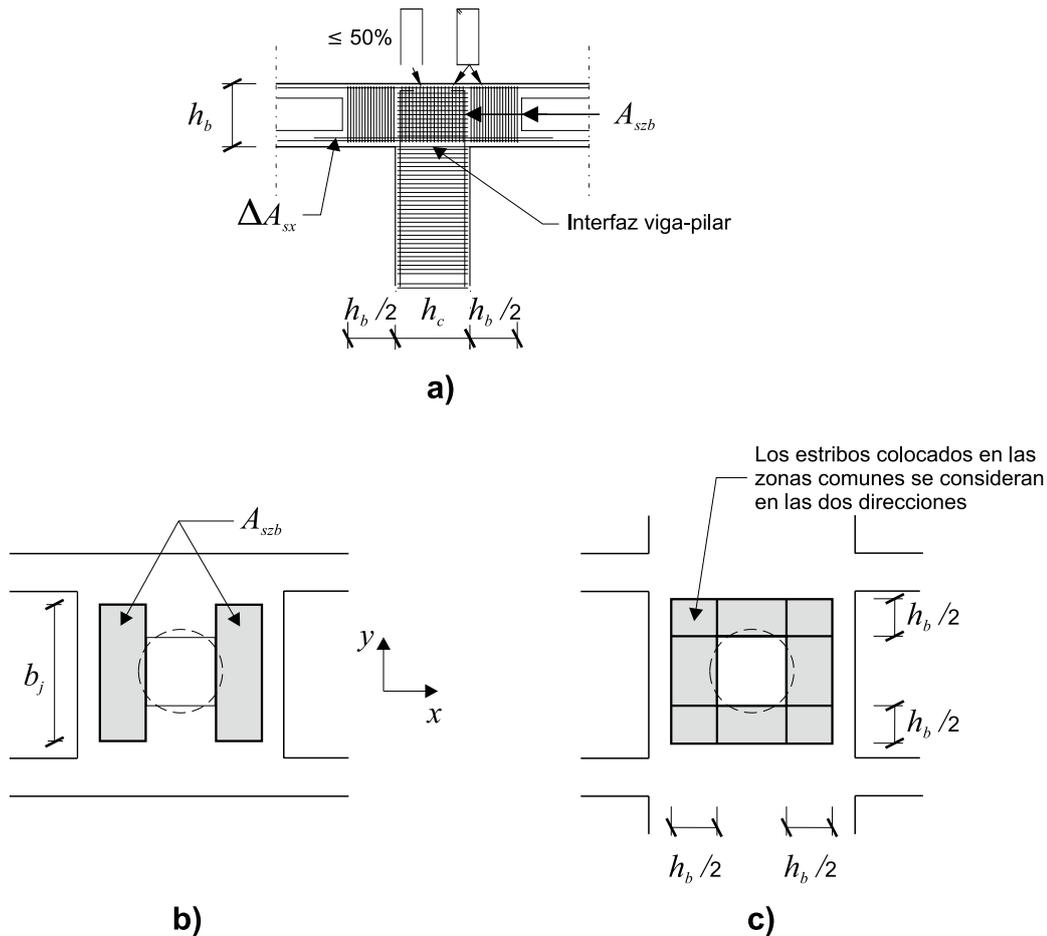


Figura 84 Disposiciones alternativas de las armaduras de los nudos; (a) sección vertical en el plano xz ; (b) vista en planta de las rótulas plásticas formadas en la dirección x ; (c) vista en planta de las rótulas plásticas en las direcciones x e y (Figura 5.4 de UNE-EN 1998-2)

3.7.4 Comprobaciones en puentes con ductilidad limitada

Para estructuras proyectadas con ductilidad limitada, el apartado 5.6.2 de UNE-EN 1998-2 establece que la verificación a flexión compuesta de secciones de hormigón se hará con los criterios convencionales, teniendo en cuenta los efectos de segundo orden.

Para el cortante, sin embargo, se imponen reglas adicionales, recogidas en el apartado 5.6.2(2)P de UNE-EN 1998-2, que suponen aumentar el valor de la acción y disminuir la resistencia considerada. Por un lado, se indica que, para la determinación del cortante de cálculo, se debe considerar la acción sísmica incrementada por el factor de comportamiento q utilizado en el análisis lineal (es decir, se debe considerar el valor elástico del cortante). Y, por otro lado, se establece que la capacidad resistente a cortante debe minorarse por un coeficiente parcial γ_{Bd1} , cuyo valor recomendado por UNE-EN 1998-2 y adoptado por el Anejo Nacional es de 1,25. Este coeficiente parcial adicional cubre, al igual que en el caso de comportamiento dúctil, los riesgos de una rotura frágil.

3.7.5 Componentes específicos sin ductilidad

En el apartado 6.5.2 de UNE-EN 1998-2 se especifica cómo deben prevenirse los fallos frágiles de determinados elementos estructurales sin ductilidad, tales como apoyos fijos, topes o anclajes de cables y tirantes, u otras uniones sin ductilidad, cuyo fallo pueda resultar crítico para la estabilidad del puente.

Estos elementos deben proyectarse para los efectos sísmicos multiplicados por el factor de comportamiento q empleado en el análisis, o bien para los esfuerzos resultantes del dimensionamiento por capacidad, que se determinan a partir de la resistencia del elemento dúctil correspondiente incrementada por un coeficiente de sobrerresistencia de, al menos, 1,3.

También indica el apartado 6.5.2 que esta comprobación puede omitirse cuando la integridad de la estructura no depende del fallo de dicho elemento.

3.7.6 Comprobación del tablero

Se deberá comprobar la ausencia de plastificaciones significativas en el tablero del puente. Esta comprobación se hará para los efectos más desfavorables de la acción de cálculo en situación sísmica para puentes proyectados con ductilidad limitada; y para los efectos del dimensionamiento por capacidad para los puentes proyectados con comportamiento dúctil.

A estos efectos y en relación con el trabajo a flexión del tablero en dirección transversal como una gran viga que une las pilas, la condición anterior se considerará que se cumple si la plastificación de las armaduras alcanza una distancia inferior al menor valor entre el 10% del ancho total del tablero o la distancia entre el borde de la losa y el alma más próxima a dicho borde.

Cuando se compruebe el tablero frente a los efectos del dimensionamiento por capacidad del sismo transversal, se tendrá en cuenta la reducción de la rigidez a torsión del tablero de acuerdo con los apartados 2.3.6.1(4) y 5.6.3.6(3) de UNE-EN 1998-2 (ver también apartado 3.6.1.3). A efectos de la rigidez de la pila, se podrá adoptar la rigidez efectiva de acuerdo con apartado 3.6.1.3 para puentes proyectados con ductilidad limitada, mientras que para puentes con comportamiento dúctil, y, a efectos de la verificación del tablero, se deberá considerar el 70% de esta rigidez.

3.7.7 Comprobación de estribos

Para verificar estos elementos en situación sísmica se emplean las mismas comprobaciones resistentes (ELU) que en situaciones persistentes, considerando para cada tipo de estribo las particularidades que se indican a continuación.

3.7.7.1 Estribos unidos al tablero mediante una conexión flexible

Cuando la unión entre tablero y estribo sea flexible, mediante apoyos elastoméricos o deslizantes, el apartado 6.7.2(1) de UNE-EN 1998-2 establece que no se puede considerar contribución alguna de los apoyos a la resistencia del estribo.

Las acciones a considerar para el análisis y verificación de los estribos con este tipo de vinculación, para la situación sísmica, se deducen a partir de un cálculo estático independiente para cada estribo, y son las siguientes (ver apartado 3.6.8.1):

- Las acciones no sísmicas en la situación sísmica de cálculo:
 - las reacciones verticales transmitidas por los apoyos
 - las cargas gravitatorias del estribo y de las tierras que apoyan sobre su cimentación
- Las fuerzas sísmicas transmitidas por los apoyos, cuyo valor viene dado por el proyecto por capacidad si el proyecto del puente es dúctil (ver apartado 3.7.3). Si el puente se proyecta con un factor de comportamiento $q=1$ se toman directamente las fuerzas de los aparatos de apoyo resultantes del cálculo sísmico
- Las fuerzas de inercia pseudo-estáticas correspondientes a la masa del estribo y a la masa de las tierras que apoyan sobre la cimentación del mismo, que pueden vibrar solidariamente. Las fuerzas de inercia se calculan multiplicando esta masa por la aceleración del suelo $a_g S$, sin amplificación dinámica
- Los empujes del terreno, incluidos los efectos sísmicos y las características del suelo sumergido, cuando proceda
- Cualquier presión hidrostática o hidrodinámica, incluida la subpresión

Cuando la conexión entre tablero y estribo sea flexible, y se apliquen los métodos de cálculo de UNE-EN 1998-5 relativos al equilibrio límite, por ejemplo, mediante métodos pseudo-estáticos del apartado 7.3.2 de UNE-EN 1998-5, que suponen un desplazamiento del estribo, ya sea por flexibilidad del cuerpo del estribo por flexión, ya sea por desplazamiento o rotación de la cimentación, debe asegurarse que la holgura entre tablero y estribo es suficiente para permitir este desplazamiento. Debe además garantizarse que este desplazamiento se puede producir sin que se produzca la rotura del propio estribo. Una forma simplificada de garantizar esta condición es efectuar el cálculo incrementando la parte sísmica de los empujes del terreno en un 30%.

3.7.7.2 Estribos unidos al tablero mediante una conexión rígida

Una conexión rígida entre tablero y estribo puede materializarse ya sea como una conexión monolítica, mediante apoyos fijos o mediante otro tipo de vínculo proyectado para resistir la acción sísmica. Para que la conexión pueda ser considerada rígida debe serlo en ambas direcciones horizontales. En estos casos, a diferencia de los estribos con conexión flexible al tablero, éstos tienen una participación importante en la respuesta sísmica del puente, tanto en la dirección longitudinal como en la transversal.

La mayoría de las reglas recogidas en las cláusulas del apartado 6.7.3 de UNE-EN 1998-2 se refieren a puentes integrales de longitudes relativamente cortas, como corresponde a esta tipología de estructuras.

En estos casos, se debe efectuar un cálculo de la estructura completa teniendo en cuenta la interacción suelo–estribos, pudiendo aplicarse el método de análisis expuesto en 2.4 así como también lo expuesto en 3.6.8.2.

El apartado 6.7.3(4)P de UNE-EN 1998-2, que es importante resaltar que tiene carácter de principio, establece que, para este tipo de estructuras, el factor de comportamiento a considerar debe ser $q=1,5$, no pudiéndose, por tanto, proyectar una estructura de estas características con un criterio dúctil. Además, si la estructura está inmersa en el terreno natural en más del 80% de la altura de los estribos, el factor de comportamiento a utilizar se reduce a $q=1,0$.

En la dirección longitudinal deberán considerarse en el cálculo las siguientes acciones:

- Las fuerzas de inercia que dependen del grado de encaje de la estructura en el terreno natural:
 - si la estructura está inmersa en el terreno natural en más del 80% de la altura de los estribos, se determinan multiplicando la masa por la aceleración del suelo $a_g S$, sin amplificación dinámica
 - en caso contrario, deben determinarse considerando la flexibilidad de la estructura, por ejemplo, mediante el método del modo fundamental (ver apartado 3.6.6.2)
- Los empujes del terreno sobre los dos estribos, incluidos los efectos sísmicos y las características del suelo sumergido, cuando proceda, que podrán obtenerse en una primera aproximación según un análisis pseudo–estático conforme al apartado 3.6.8.1. Se considerará el empuje activo en un estribo (en el mismo sentido que las fuerzas de inercia) y en el otro la fracción de empuje pasivo compatible con los desplazamientos previstos
- Cualquier presión hidrostática o hidrodinámica, incluida la subpresión

Debido a que los desplazamientos inducidos por la resistencia pasiva del suelo pueden ser importantes, y podrían dañar los terraplenes de acceso a la estructura, el desplazamiento sísmico máximo viene limitado, en función de la clase de importancia del puente, a los valores d_{lim} de la Tabla 15, que reproduce la Tabla 6.2N de UNE-EN 1998-5. Éste un parámetro de determinación nacional, adoptando el Anejo Nacional los valores recomendados.

Tabla 15 Valores límite recomendados del valor de cálculo del desplazamiento sísmico en los estribos rígidamente unidos al tablero (Tabla 6.2N de UNE-EN 1998-2)

Clase de importancia del puente	d_{lim} [mm]
III	30
II	60
I	sin límite

3.7.8 Comprobación de cimentaciones

Generalmente las cimentaciones no son accesibles para su inspección y reparación tras un sismo. Por ello debe evitarse que se formen rótulas plásticas en estos elementos, proyectándose, bajo la acción sísmica, con un comportamiento elástico siempre que sea posible.

Para garantizar esta condición el apartado 5.8.2(2)P de UNE-EN 1998-2 requiere que para los puentes con ductilidad limitada ($q \leq 1,5$) o con aislamiento sísmico, las cimentaciones se proyecten para los efectos elásticos del sismo, es decir considerando un factor de comportamiento $q = 1$.

En el caso de proyectar la estructura con comportamiento dúctil ($q > 1,5$):

- si se aplica un análisis lineal equivalente, los esfuerzos en cimentación deben deducirse a partir del cálculo por capacidad, teniendo en cuenta la sobrerresistencia de las rótulas plásticas
- si se aplica un análisis no lineal, los efectos de las acciones serán los deducidos de dicho análisis, debiendo aplicarse en la comprobación resistente de la cimentación un coeficiente de minoración adicional γ_{Bd1} según lo indicado en 3.7.4, además de los coeficientes parciales γ_M correspondientes a la situación sísmica de cálculo

Las verificaciones resistentes de las cimentaciones se llevarán a cabo de acuerdo con los apartados 5.4.1 para superficiales y 5.4.2 para profundas de UNE-EN 1998-5.

3.8 Detalles constructivos

Las reglas del capítulo 6 de UNE-EN 1998-2 son aplicables únicamente a puentes proyectados con comportamiento dúctil, con la excepción de los siguientes apartados:

- 6.4 Cimentaciones
- 6.5 Estructuras proyectadas con ductilidad limitada
- 6.6 Aparatos de apoyo y acoplamientos sísmicos
- 6.7 Estribos, muros y estructuras enterradas, que, en parte, ya se comentaron en los apartados 3.6.8 y 3.7.7 de esta *guía*, ya que su contenido tiene que ver más con el análisis y las comprobaciones que con los detalles constructivos.

3.8.1 Pilas de hormigón

A continuación, se recogen las principales prescripciones relacionadas con el confinamiento de las pilas que incorpora el apartado 6.2 de UNE-EN 1998-2. Su objetivo es garantizar un nivel mínimo de ductilidad y capacidad de rotación en las rótulas plásticas.

El apartado 6.2.1.4 de UNE-EN 1998-2 establece unos valores mínimos de armadura de confinamiento necesarios para garantizar el comportamiento previsto en las rótulas plásticas. De

acuerdo con el apartado 2.3.5.4(1)P, si se cumplen estos mínimos no resulta necesario llevar a cabo comprobaciones específicas de la capacidad de rotación de las rótulas plásticas, siempre que el cálculo no sea un análisis no lineal, ya sea estático (método del empuje incremental) o dinámico (análisis en el tiempo). En estos últimos casos debe verificarse la capacidad de rotación de acuerdo con el apartado 4.2.4.4 de UNE-EN 1998-2 para cuya aplicación se puede utilizar el Anejo E.

3.8.1.1 Armadura confinamiento

Los apartados 6.2.1.1(2)P y (3)P de UNE-EN 1998-2 establecen que no es necesario disponer armadura de confinamiento si, limitando la deformación de compresión máxima del hormigón al 0,35:

- en puentes proyectados con comportamiento dúctil la ductilidad de las secciones críticas, expresada en términos de curvatura, $\mu_\phi \geq 13$
- en puentes proyectados con ductilidad limitada, $\mu_\phi \geq 7$

Si no se cumplen estas condiciones, resulta necesario disponer una cuantía mínima de confinamiento.

El apartado 6.2.1.1(5)P de UNE-EN 1998-2 define la cuantía de armadura transversal de confinamiento en términos de cuantía mecánica ω_{wd} de acuerdo con la expresión (131).

$$\omega_{wd} = \rho_w \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (131)$$

La cuantía geométrica ρ_w representa el cociente entre el volumen de acero de la armadura transversal dividido por el volumen del núcleo confinado.

La formulación de la cuantía geométrica difiere en función de la geometría de la sección. Para secciones rectangulares, la cuantía geométrica de armadura de confinamiento en una dirección viene dada por la expresión (132), que es una aplicación directa de la definición anterior

$$\rho_w = \frac{A_{sw}h}{s_Lbh} = \frac{A_{sw}}{s_Lb} \quad (132)$$

donde:

- A_{sw} área total de las armaduras de los cercos u horquillas que atraviesan la sección paralela al eje de la pila en una longitud igual a la separación entre cercos s_L
- b ancho del núcleo confinado
- h dimensión del núcleo confinado en la dirección perpendicular

En secciones circulares y, a partir de la misma definición, la cuantía geométrica referida a los cercos o espirales viene dada por la expresión (133)

$$\rho_w = \frac{\pi D_{sp} A_{sp}}{\pi D_{sp}^2 s_L} = \frac{4 A_{sp}}{D_{sp} s_L} \quad (133)$$

donde:

- A_{sp} área del cerco o espiral
- D_{sp} diámetro del núcleo confinado
- s_L separación entre cercos o el paso de la espiral

El apartado 6.2.1.2 de UNE-EN 1998-2 establece valores máximos para la separación entre cercos en la dirección longitudinal s_L , y para la separación de ramas en la dirección transversal s_T , aplicables a secciones rectangulares.

La separación longitudinal se limita a:

- 6 veces el diámetro de la barra longitudinal. Esta condición está relacionada con la necesidad de evitar el pandeo de las barras comprimidas. Sin embargo, en el apartado 6.2.2 de UNE-EN 1998-2, se establece un criterio que hace esta condición más restrictiva, indicando que esta separación no puede superar δd_{bL} , siendo:

δ valor definido por la expresión (134)

$$5 \leq \delta = 2,5 \frac{f_{tk}}{f_{yk}} + 2,25 \leq 6 \quad (134)$$

d_{bL} diámetro de las armaduras longitudinales

Como en las rótulas plásticas de estructuras con comportamiento dúctil, que son las que deben cumplir esta condición, el acero pasivo debe ser de clase de ductilidad C, la relación entre tensión de rotura y tensión de plastificación, f_{tk}/f_{yk} , debe estar comprendida entre 1,15 y 1,35 según la Tabla C.1 de UNE-EN 1992-1-1, el valor de δ estará, por tanto, comprendido, según la expresión (134), entre 5,12 y 5,62

- 1/5 de la dimensión menor del núcleo confinado

Transversalmente, la separación s_T entre ramas de cercos se limita al mínimo de 1/3 de la dimensión menor del núcleo confinado o a 200 mm.

Las dos últimas condiciones están relacionadas con la efectividad del confinamiento. En secciones rectangulares, la compresión se introduce en el hormigón a través de las zonas de doblado de las armaduras y resulta fundamental para mejorar la uniformidad de la resistencia a compresión de la sección que estos puntos estén lo más cercanos posible (ver Figura 85).

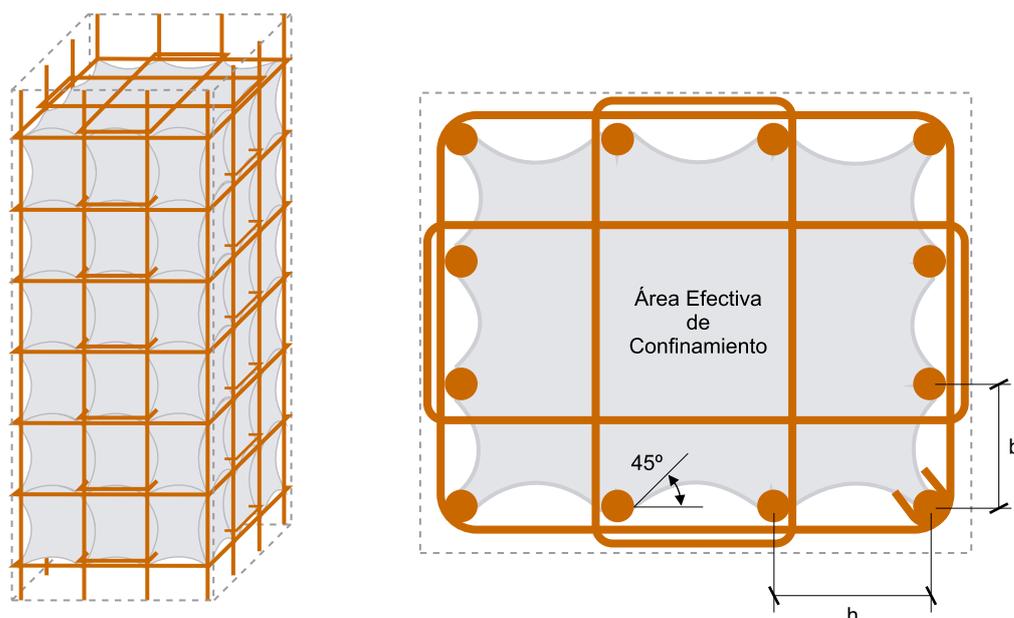


Figura 85 Zona efectivamente confinada de una sección rectangular y relación con la separación entre barras

El apartado 6.2.1.3 de UNE-EN 1998-2 establece los requisitos relativos a la separación longitudinal entre cercos s_L para secciones circulares. Estas condiciones son las mismas que para secciones rectangulares. En este caso, no existen condiciones relativas a s_T puesto que el cerco es único. La eficacia del confinamiento viene dada por la forma circular que genera una compresión uniforme en sección transversal (aunque no en dirección longitudinal entre cercos) igual a la fuerza en el cerco dividida por el radio del mismo.

La armadura de confinamiento requerida se establece en función del nivel de axil en el soporte, expresado en términos de axil reducido η_k y la cuantía geométrica de la armadura longitudinal ρ_L . Es lógico que la armadura de confinamiento crezca en función de estos parámetros. La dependencia del axil es evidente. En lo relativo a la cuantía de armadura longitudinal, ésta es indicativa no solamente del axil, sino de la flexión que contribuirá a comprimir y deformar en compresión una parte de la sección cuya ductilidad resulta crítica.

La formulación de la cuantía de armadura $\omega_{w,req}$, en función de la cual se define la armadura de confinamiento mínima de las rótulas plásticas, viene dada por la expresión (135).

$$\omega_{w,req} = \frac{A_c}{A_{cc}} \lambda \eta_k + 0,13 \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (\rho_L - 0,01) \quad (135)$$

donde:

- A_c área bruta de la sección de hormigón
- A_{cc} área del núcleo de hormigón confinado igual al área interior al perímetro medio de la armadura transversal perimetral
- λ factor que depende del comportamiento adoptado para la pila, con un valor de 0,37 si el comportamiento es dúctil y de 0,28 si se ha proyectado con ductilidad limitada
- ρ_L cuantía geométrica de la armadura longitudinal

En el caso de cercos rectangulares y horquillas, la armadura de confinamiento mínima que hay que disponer en la zona de las rótulas plásticas es la dada por la expresión (136).

$$\omega_{wd,r} \geq \max \left(\omega_{w,req}; \frac{2}{3} \omega_{w,min} \right) \quad (136)$$

donde $\omega_{w,min}$ es igual a 0,18 para comportamiento dúctil e igual a 0,12 para proyecto con ductilidad limitada.

En el caso de cercos circulares o espirales la armadura mínima de confinamiento viene dada por la expresión (137).

$$\omega_{wd,r} \geq \max \left(1, 4\omega_{w,req}; \omega_{w,min} \right) \quad (137)$$

3.8.1.2 Longitud de la zona confinada

El apartado 6.2.1.5 de UNE-EN 1998-2 define una longitud de la rótula plástica únicamente a efectos de establecer la longitud de la pila a lo largo de la cual resulta necesario extender la armadura de confinamiento, pero que no debe ser utilizada para estimar la capacidad de rotación.

Para niveles de axil reducido $\eta_k = N_{Ed} / (A_c f_{ck}) \leq 0,3$, la longitud de cálculo de la rótula plástica L_n se toma igual al mayor valor entre el canto de la sección según la dirección de la flexión o la distancia entre el empotramiento y la sección en la cual el momento del cálculo es igual al 80% del momento máximo.

Cuando el axil reducido sea $0,6 \geq \eta_k > 0,3$ (se recuerda que el cálculo dúctil solo se permite para valores inferiores a 0,6 según se establece en el apartado 4.1.6(5)P de UNE-EN 1998-2), la longitud de la rótula plástica debe incrementarse en un 50%.

La armadura de confinamiento necesaria, según el apartado 6.2.1.4 de UNE-EN 1998-2, debe disponerse en toda la longitud de la rótula plástica. La reducción al valor de armadura necesaria en el exterior de la rótula debe hacerse de forma gradual y el apartado 6.2.1.5(4)P requiere disponer al menos el 50% de la armadura de confinamiento en una longitud L_n adyacente al final de la rótula.

En la zona de rótula plástica, de acuerdo con 6.2.3(3)P, no se permiten empalmes por solapo o por soldadura de la armadura longitudinal, siendo admisible el empalme mediante dispositivos mecánicos (acopladores), siempre y cuando éstos, de acuerdo con 5.6.3(2)P de UNE-EN 1998-1, se hayan "sometido a pruebas adecuadas bajo condiciones compatibles con la clase de ductilidad seleccionada".

3.8.2 Estribos y muros de contención

Las cláusulas 7.2(3) a 7.2(6) de UNE-EN 1998-5 tienen que ver con criterios constructivos relativos a la calidad del relleno trasdosado y a las características del sistema de drenaje del trasdós. Las prescripciones que incluyen responden a la necesidad de proporcionar amplios márgenes de seguridad para evitar el aumento de la presión intersticial durante el sismo y el

fallo por licuefacción del relleno trasdosado, ya que éste ha sido uno de los principales modos de fallo de este tipo de estructuras en terremotos.

3.8.3 Cimentaciones

Dado que las cimentaciones deben proyectarse con criterios elásticos por las razones ya enunciadas anteriormente (ver apartado 3.7.8), no se requiere adoptar medidas particulares de armado, respecto del caso no sísmico.

En algunos casos de cimentaciones pilotadas, sin embargo, no resulta posible evitar la formación de rótulas plásticas en los pilotes. Si esto es así, deben armarse con los criterios establecidos en el apartado 3.8.1 las siguientes zonas de los pilotes (ver apartado 6.4.2 de UNE-EN 1998-2):

- La unión del pilote con el encepado, siempre y cuando el encepado tenga rigidez para coartar el giro del pilote. Esta condición no sería, por tanto, aplicable a una pila-pilote en la que el encepado no coarta el giro. La longitud de la zona con armadura de confinamiento en estos casos debe ser de al menos tres diámetros de pilote
- El punto de máxima flexión. La extensión de la armadura de confinamiento en torno a este punto debe ser de, al menos, dos diámetros de pilote a cada lado del punto de máximo momento
- Las zonas de cambio brusco de la rigidez del suelo entre estratos. En estos casos se debe disponer armadura de confinamiento en una longitud de dos diámetros por encima y dos diámetros por debajo del punto de cambio de estrato

3.8.4 Armadura de confinamiento

3.8.4.1 Estructuras proyectadas con ductilidad limitada

Para estructuras proyectadas con ductilidad limitada, en las zonas que no sean de baja sismicidad¹⁸ (ver apartado 3.5.1), el apartado 6.5.1(2)P de UNE-EN 1998-2 define como secciones críticas aquellas que, en la situación sísmica de cálculo, verifican la siguiente condición:

$$M_{Rd} / M_{Ed} < 1,30 \quad (138)$$

donde:

M_{Ed} momento flector solicitante máximo de la sección

M_{Rd} valor de cálculo de la resistencia a flexión de la sección

¹⁸ En zonas de baja sismicidad, se pueden adoptar, a nivel nacional, reglas diferentes a las que siguen, aunque se recomienda adoptar las mismas reglas, que es lo que establece el Anejo Nacional.

Estas secciones deben ser accesibles para su inspección y deben llevar armadura de confinamiento de acuerdo con la tabla 6.1 de UNE-EN 1998-2, a no ser que puedan desarrollar una ductilidad seccional de $\mu_{\phi} = 7$ con una deformación máxima en el hormigón de valor $\varepsilon_{cu2} = 0,35\%$.

3.8.4.2 Estructuras proyectadas con comportamiento dúctil

En estructuras proyectadas con comportamiento dúctil, las secciones donde se prevé la formación de rótulas plásticas debe ser accesibles para su inspección y deben llevar armadura de confinamiento de acuerdo con la tabla 6.1 de UNE-EN 1998-2, a no ser que puedan desarrollar una ductilidad seccional de $\mu_{\phi} = 13$ con una deformación máxima en el hormigón de valor $\varepsilon_{cu2} = 0,35\%$.

3.8.5 Longitudes de entrega y anchura de juntas

3.8.5.1 Dimensionamiento de entregas

Cuando el proyecto prevé un desplazamiento relativo del tablero respecto de la subestructura, debido a la vinculación dispuesta entre ambos elementos, la entrega mínima que debe tener el tablero en la zona de apoyo (ver Figura 86) resulta fundamental para eliminar el riesgo de caída. Las condiciones mínimas que debe cumplir la longitud de entrega se establecen en el apartado 6.6.4 de UNE-EN 1998-2. Se distingue entre la entrega al final de un tablero en el estribo, la entrega del tablero en una pila y la longitud de solape en apoyos a media madera en un punto intermedio del tablero¹⁹.

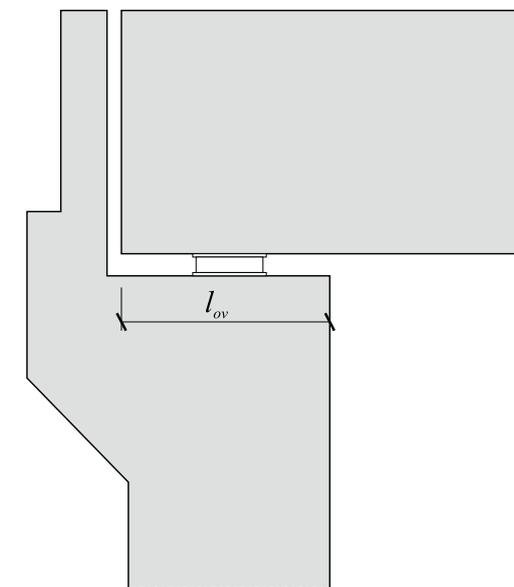


Figura 86 Definición de la longitud de entrega, l_{ov} , para un tablero apoyado en un estribo

¹⁹ Aunque UNE-EN 1998-2 proporciona expresiones de las entregas para la dirección longitudinal porque ésta suele ser la dirección crítica, queda claro que también transversalmente deben disponerse los resguardos mínimos correspondientes.

En el primer caso, sobre el estribo, la longitud de entrega mínima l_{ov} es la suma de 3 términos, de acuerdo con la expresión (139)

$$l_{ov} = l_m + d_{eg} + d_{es} \quad (139)$$

donde:

l_m entrega mínima en situación no sísmica suficiente para garantizar un apoyo adecuado, sin una consideración específica de los desplazamientos (UNE-EN 1998-2 requiere que este valor no sea menor de 400 mm)

d_{eg} desplazamiento efectivo relativo, entre el estribo y el tablero, debido a la variación espacial de la acción sísmica, cuyo valor se calcula a partir de la expresión (140)

$$d_{eg} = 2d_g \min\left(1; \frac{L_{eff}}{L_g}\right) \quad (140)$$

siendo:

d_g desplazamiento sísmico de cálculo del suelo, de acuerdo con el apartado 3.2.2.4 de UNE-EN 1998-1, dado por la expresión (141) en función de los parámetros del espectro, ya definidos en el apartado 3.4.1

$$d_g = 0,025 a_g S T_C T_D \quad (141)$$

Si existe una falla activa a una distancia inferior a 5 km del emplazamiento del puente, capaz de generar un terremoto de magnitud $M \geq 6,5$, el valor de d_g a considerar debe duplicarse

L_g parámetro de distancia definido en el apartado 3.3(6) de UNE-EN 1998-2, dado, en función del tipo de suelo, en la Tabla 12 del apartado 3.4.3

L_{eff} longitud efectiva del tablero, tomada como la distancia entre la junta en cuestión y el punto en el que se puede considerar que el tablero está unido de forma efectiva a la subestructura, ya sea mediante una conexión monolítica, un apoyo fijo, un acoplamiento sísmico o una unidad de transmisión de impacto sin límite de fuerza. Si el tablero está unido a un grupo de pilas, la distancia se debe tomar al punto central del grupo

d_{es} desplazamiento sísmico efectivo del tablero respecto del estribo debido a la deformación de la estructura igual al valor de cálculo del desplazamiento longitudinal en situación sísmica d_{Ed} , determinado conforme a la expresión (2.7) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (142), referido al nivel del contacto tablero-apoyo, y adoptando para d_E y d_T el signo que se corresponde con una separación entre tablero y estribo

$$d_{Ed} = d_E + d_G + \psi_2 d_T \quad (142)$$

donde:

d_E valor de cálculo del desplazamiento sísmico, determinado conforme a la expresión (103)

d_G desplazamiento debido al pretensado y a las deformaciones reológicas

d_T deformación impuesta de temperatura

ψ_2 factor de simultaneidad correspondiente al valor casi-permanente de la acción térmica, que, según la Tabla AN/5 del Anejo Nacional de UNE-EN 1990/A1, adopta el valor de 0,5

Si la conexión entre tablero y subestructura se efectúa mediante acoplamientos sísmicos que disponen de una holgura s , entonces

$$d_{es} = d_{Ed} + s$$

Aunque UNE-EN 1998-2 se refiere indirectamente a la entrega en la dirección longitudinal, la entrega en la dirección transversal también deberá ser comprobada en determinadas configuraciones, en las cuales los efectos sísmicos torsionales de eje vertical pueden tener efectos de cierta consideración en los desplazamientos transversales.

En juntas situadas sobre pilas, al valor de la entrega determinado para un apoyo sobre un estribo según la expresión (139), hay que sumarle el valor de cálculo del desplazamiento sísmico d_E –conforme a la expresión (103)– de la parte superior de la pila. Esta hipótesis que recoge UNE-EN 1998-2 en el apartado 6.6.4(4) es conservadora, pues considera simultáneos en el tiempo, y con su valor máximo, el desplazamiento sísmico de la pila y el desplazamiento sísmico del tablero.

En juntas a media madera²⁰ (ver Figura 87), para determinar la longitud total de entrega, se calcula el valor de l_{ov} correspondiente a la parte de la estructura situada a un lado y a otro de la junta, suponiendo que el lado opuesto de la junta a media madera permanece inmóvil, y se adopta como entrega el valor SRSS de estas dos longitudes, según la expresión (143), para tener en cuenta la baja probabilidad de que ambos parámetros se sumen con su valor máximo.

$$l_{ov} = \sqrt{l_{ov1}^2 + l_{ov2}^2} \quad (143)$$

²⁰ Las juntas a media madera son una disposición poco habitual en puentes y, dentro de lo posible, deberían evitarse.

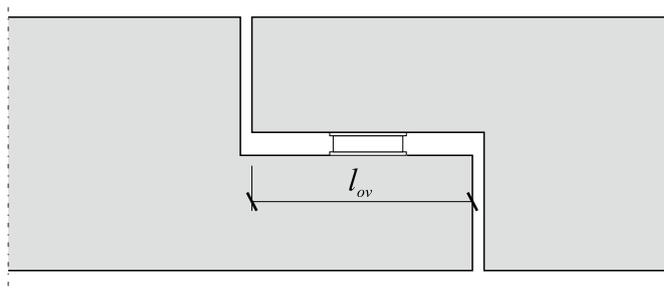


Figura 87 Longitud de entrega en un apoyo intermedio del tablero (junta a media madera)

En el caso de puentes esviados y puentes curvos, en los que aparecen efectos dinámicos por acoplamiento entre los movimientos de traslación y torsión de eje vertical que pueden incrementar el riesgo de caída del tablero, la longitud de entrega mínima deberá tener en cuenta dichos efectos y verificarse en la dirección más desfavorable en cada caso.

3.8.5.2 Dimensionamiento de anchura de juntas

El apartado 2.3.6.3 de UNE-EN 1998-2 establece que la separación entre los distintos elementos del puente, tanto principales como secundarios, deberá dimensionarse de manera que su funcionamiento pueda acomodarse a los desplazamientos de la situación sísmica.

3.8.5.2.1 Separación entre elementos estructurales principales

La separación entre elementos estructurales principales (como, por ejemplo, la abertura longitudinal entre el final del tablero y el espaldón del estribo, o la separación transversal en una línea de apoyo entre el tablero y el tope lateral que se proyecta para que actúe como una segunda línea de defensa²¹ y, por tanto, como un elemento redundante) deberá dimensionarse para el valor total del desplazamiento correspondiente a la situación sísmica de cálculo d_{Ed} , que, de acuerdo con la combinación formulada por la expresión (81), se determina conforme a la expresión (2.7) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (142), y que deberá tener en cuenta los efectos de segundo orden cuando sean relevantes.

Este desplazamiento habrá de determinarse al nivel de las fibras inferior y superior del tablero que son susceptibles de golpear, debido al movimiento sísmico, con los elementos que deben ser protegidos contra dicho impacto (espaldón de estribo, tope lateral, etc.) y con el signo de d_E y d_T compatible con la reducción de la abertura del espacio proyectado.

3.8.5.2.2 Juntas de dilatación del tablero

Las juntas de dilatación del tablero, así como el resto de elementos estructurales secundarios, se proyectarán, de acuerdo con el apartado 2.3.6.3(5) de UNE-EN 1998-2, de forma que

²¹ Esta comprobación no sería aplicable en el caso de un tope lateral que se proyecta para que funcione con el sismo de cálculo.

sean capaces de admitir, para el sismo con una probabilidad de ocurrencia elevada (sismo frecuente), un movimiento $d_{Ed,oc}$, determinado según la expresión (144)²², en donde deben incluirse los efectos de segundo orden si son significativos.

$$\begin{aligned} d_{Ed,oc} &= d_{E,oc} + d_G + \psi_2 d_{T,oc} \\ d_{E,oc} &= p_E d_E \\ d_{T,oc} &= p_T d_T \end{aligned} \tag{144}$$

donde los términos tienen el mismo significado que en la expresión (142) y además:

- p_E fracción del desplazamiento sísmico d_E , que es un parámetro nacional cuyo valor recomendado, según Nota 1 del apartado 2.3.6.3(5) de UNE-EN 1998-2, es 0,4, el mismo que adopta el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2
- p_T fracción de la deformación impuesta de temperatura d_T , que es un parámetro nacional cuyo valor recomendado, según Nota 1 del apartado 2.3.6.3(5) de UNE-EN 1998-2, es 0,5, el mismo que adopta el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2

3.8.6 Apoyos y acoplamientos sísmicos

Las fuerzas sísmicas se transmiten entre tablero y subestructura, ya sea mediante uniones monolíticas, ya sea mediante vínculos que puede ser apoyos, acoplamientos sísmicos²³ (entre los que se incluyen llaves de cortante, topes, bulones o cables de unión), anclajes verticales o unidades de transmisión de impacto.

Todos los apoyos y demás vínculos sísmicos deben ser inspeccionables y sustituibles sin grandes dificultades.

²² El subíndice "oc" hace referencia, en inglés, a "occasional" para ser consistente con el nivel de la acción sísmica correspondiente al requisito de limitación de daño.

²³ UNE-EN 1998-2 emplea el término acoplamiento sísmico para cualquier dispositivo capaz de transmitir las fuerzas sísmicas horizontales de una parte a otra del puente –generalmente desde el tablero a las pilas o estribos– sin tomar parte en la transmisión de las de las cargas verticales gravitatorias. Esta característica es lo que les diferencia de los apoyos fijos o de los apoyos elastoméricos, cuya función principal es transmitir las cargas gravitatorias desde el tablero a la subestructura, sirviendo también en ocasiones como vínculos de transmisión de las fuerzas sísmicas horizontales. Otra peculiaridad de los acoplamientos sísmicos es la de que, a pesar de que entran en funcionamiento debido los desplazamientos sísmicos horizontales del puente, permiten, sin embargo, que se produzcan los desplazamientos no sísmicos sin apenas ejercer resistencia.

Las llaves de cortante, o los topes laterales, se emplean generalmente como acoplamientos sísmicos en la dirección transversal, transmitiendo fuerzas horizontales desde el tablero a un estribo o, menos frecuentemente, a una pila. Normalmente estos elementos adoptan la configuración de una ménsula corta de hormigón, que se dimensiona como tal. Generalmente los desplazamientos no sísmicos horizontales son cero en la dirección transversal, por lo que no habría necesidad de mantener, si el acoplamiento no es un elemento redundante, ninguna abertura de junta entre el tope y la parte del tablero que transmite la fuerza sísmica. Lo que sí es conveniente disponer entre ambos elementos es un elastómero vertical para evitar daños locales por el choque entre dos elementos rígidos, permitiendo al mismo tiempo desplazamientos relativos de rotación sin coacciones.

En la dirección longitudinal los acoplamientos sísmicos pueden consistir en barras de anclaje, bulones o cables de unión que conectan el final del tablero con el estribo o la pila, o los extremos de dos vanos simplemente apoyados sobre una misma pila. Normalmente se disponen con una cierta holgura para permitir que los desplazamientos no sísmicos se desarrollen sin coacción, y para que se movilicen los acoplamientos una vez que el desplazamiento sísmico ha agotado su holgura.

La activación de los acoplamientos sísmicos en uno y otro caso tiene un comportamiento no lineal y como tal debe ser tenido en cuenta en la modelización. Como mínimo, y tal y como especifica el apartado 6.6.1(2)P de UNE-EN 1998-2, deberá emplearse una aproximación lineal de la ley fuerza–desplazamiento que establece la conexión proyectada, de acuerdo con la Figura 6.2 de UNE-EN 1998-2. Esta aproximación requerirá un proceso iterativo para llegar a establecer la rigidez secante correspondiente. Cabe observar que los acoplamientos redundantes que no se activan en la situación sísmica de cálculo no necesitan ser incluidos en el modelo.

El apartado 6.6 de UNE-EN 1998-2 describe las condiciones que debe cumplir cada tipo de vínculo sísmico en términos de fuerza y desplazamiento, en función de la concepción sísmica de la estructura y del uso o no de la ductilidad. En la **Tabla 16** se recoge un resumen de estas condiciones.

Tabla 16 Condiciones que deben cumplir los vínculos sísmicos entre tablero y subestructura en términos de fuerzas y desplazamiento

Tipo de vínculo		Apdo UNE-EN 1998-2	Fuerza	Desplazamiento	
Apoyos (6.6.2)	Fijos	6.6.2.1	Proyecto por capacidad, salvo si se combina con un acoplamiento sísmico	—	
	Móviles	6.6.2.2	—	Deben permitir los desplazamientos relativos tablero-subestructura	
	Elastoméricos	6.6.2.3	La fuerza sísmica la resisten otros vínculos de la estructura (apoyos fijos o conexiones monolíticas)	Deben resistir las fuerzas en situación no sísmica Se aceptan daños para requisito de no colapso (ELU) ¹	Deben permitir los desplazamientos relativos tablero-subestructura
			Combinado con acoplamientos sísmicos		
Solos		Deben resistir tanto las fuerzas sísmicas como no sísmicas	Deben permitir el desplazamiento relativo de cálculo entre tablero y subestructura en situación sísmica		
Acoplamientos sísmicos (llaves de cortante, topes, bulones, cables de unión, etc.)		6.6.3.1	Deben resistir la fuerza sísmica que se deduce del proyecto por capacidad cuando se usan en combinación con elastómeros	Deben permitir los desplazamientos en situación no sísmica	
			Deben resistir la fuerza sísmica que se deduce del proyecto por capacidad cuando se usan en combinación con apoyos fijos	—	
			Deben resistir la fuerza sísmica que se deduce del proyecto por capacidad cuando no se cumplen las condiciones de entrega establecidas en 6.6.4 (reacondicionamiento de estructuras existentes)	Deben permitir los desplazamientos en situación no sísmica	
Anclajes verticales Deben disponerse cuando la componente vertical de la acción sísmica en una pila o estribo, por línea de apoyo, supere un porcentaje p_H de la reacción debida a la carga permanente ²		6.6.3.2	Fuerza necesaria para garantizar que no se anule la reacción en ningún aparato de apoyo	Evitar el levantamiento de cualquier aparato de apoyo en situación sísmica Deben permitir los desplazamientos relativos tablero-subestructura	
Unidades de transmisión de impacto (STUs) Coacción función de la velocidad del desplazamiento relativo tablero-subestructura	Sin limitación de fuerza	6.3.3.3	Debe absorber la fuerza horizontal resultante del proyecto por capacidad si el proyecto es dúctil y la fuerza sísmica multiplicada por q si el proyecto es con ductilidad limitada	Deben permitir los desplazamientos no sísmicos sin, prácticamente, fuerza	
	Con limitación de fuerza		—	Deben permitir los desplazamientos no sísmicos sin, prácticamente, fuerza y debe permitir el desplazamiento de cálculo en situación sísmica	

Parámetros de determinación nacional del Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2:

¹ 6.6.2.3(3) Nota: Los puentes cuyos aparatos de apoyo elastoméricos son susceptibles de deteriorarse deben conservar su funcionalidad de transferir cargas verticales entre el tablero y el soporte para permitir las circulaciones de vehículos de emergencia.

² 6.6.3.2(1) Nota: Se adoptan los valores recomendados, que son:

Comportamiento dúctil: $p_H = 80\%$ (componente sísmica vertical determinada por capacidad)

Comportamiento con ductilidad limitada: $p_H = 50\%$ (componente sísmica vertical determinada por análisis sólo de dicha componente)

Dichas condiciones son aplicables a puentes en los que el sistema de apoyos y acoplamientos sísmicos que conectan el tablero con las pilas y estribos se combinan con uniones monolíticas o con otros apoyos fijos. Cuando el tablero está sísmicamente aislado, y todas las vinculaciones se materializan mediante apoyos móviles u otros componentes a través del nivel de la interfaz de aislamiento, las condiciones que deben aplicarse son las del capítulo 7 de UNE-EN 1998-2, que se recogen en el apartado 3.9 de esta *guía*.

3.8.6.1 Aparatos de apoyo

Si el vínculo se efectúa mediante aparatos de apoyo fijos, los mismos deben estar proyectados para resistir las fuerzas horizontales entre tablero y apoyo que se deducen del cálculo por capacidad, o bien, para puentes con ductilidad limitada, para los efectos sísmicos multiplicados por el factor de comportamiento q empleado en el análisis lineal.

Como excepción, UNE-EN 1998-2 permite que los apoyos fijos se dimensionen empleando sólo los efectos de la acción sísmica de cálculo deducida del análisis, siempre que dichos apoyos puedan reemplazarse fácilmente, y estén suplementados por un acoplamiento sísmico proyectado por capacidad que actúe como segunda línea de defensa, proyectado para impedir el fallo de la estructura al dejar de funcionar el apoyo para las fuerzas sísmicas.

Los apoyos fijos normalmente no se proyectan como elementos dúctiles. Aunque UNE-EN 1998-2 no lo prescribe explícitamente, es conveniente reducir el valor de cálculo de su resistencia horizontal por el coeficiente γ_{Bd} definido en el apartado 3.7.3.1.

En determinadas pilas se pueden disponer apoyos deslizantes que permiten orientar la transmisión de las fuerzas sísmicas a otros elementos más robustos, estribo o pila en A, por ejemplo (ver *Figura 88*). En estos casos, no hay condición en términos de fuerzas para los apoyos móviles, pero sí en términos de desplazamientos dado que el apoyo debe poder permitir el desplazamiento sísmico de cálculo.

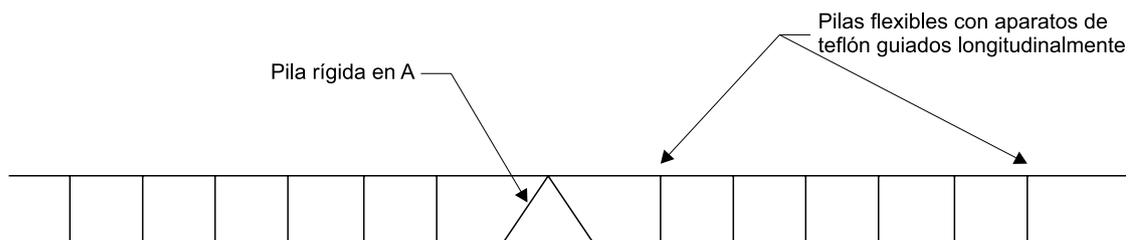


Figura 88 Ejemplo de apoyos que permiten la transmisión de la acción sísmica a un elemento rígido

Cuando se utilicen apoyos elastoméricos, pero el comportamiento sísmico se haya concebido para que otros elementos resistan la acción sísmica (elementos de la subestructura vinculados con apoyos fijos o uniones monolíticas) o cuando los aparatos de apoyo se combinen con acoplamientos sísmicos, el proyecto del elastómero debe garantizar solamente una adecuada resistencia frente a las acciones en situación no sísmica, de acuerdo con UNE-EN 1337-3 [40], y una capacidad de desplazamiento suficiente para acomodar los desplazamientos relativos entre el tablero y el apoyo (pila o estribo) en situación sísmica, con un valor d_E sin amplificar por el coeficiente γ_{IS}

En el caso de que todos los elementos de sustentación estén constituidos por apoyos elastoméricos, basándose el proyecto sísmico en el aislamiento proporcionado por los propios aparatos de apoyo, los elastómeros deberán tener capacidad suficiente para absorber las fuerzas y los desplazamientos de cálculo en situación sísmica, dimensionándose conforme a lo establecido en el apartado 3.9 de esta *guía*.

3.8.6.2 Acoplamientos sísmicos, anclajes verticales y transmisores de impacto

Los acoplamientos sísmicos se dispondrán en combinación con aparatos de apoyo fijos cuando éstos no se proyecten con las fuerzas deducidas del proyecto por capacidad, cuando se utilicen en combinación con elastómeros y éstos no se dimensionen para la situación sísmica y, en sentido longitudinal sobre estribos, para puentes en trabajos de acondicionamiento, cuando no se cumplan las condiciones de entrega establecidas en 6.6.4 de UNE-EN 1998-2, descritas en el apartado 3.8.5 de esta *guía*, conforme a lo recogido en 6.6.3.1(2)c de UNE-EN 1998-2. Los acoplamientos sísmicos deben proyectarse para resistir la fuerza horizontal que se deduce del proyecto por capacidad.

Una excepción a esta regla general para el dimensionamiento de acoplamientos sísmicos es cuando estos elementos se disponen en juntas a media madera en centro de vano, en cuyo caso pueden dimensionarse para una fuerza sísmica longitudinal igual a $1,5a_gSM_d$, en donde:

- a_g valor de cálculo de la aceleración del suelo referida a un terreno de tipo A, conforme a la expresión (75)
- S coeficiente de suelo que tiene en cuenta la amplificación dinámica de los terrenos más blandos
- M_d masa de la sección del tablero unida a una pila o estribo o la menor de las masas de las dos partes del tablero situadas a cada lado de la junta a media madera

Alternativamente, la fuerza sísmica longitudinal para el dimensionamiento de estos acoplamientos puede obtenerse a partir de un análisis más preciso que tenga en cuenta la interacción dinámica de las partes conectadas del tablero.

Aunque UNE-EN 1998-2 no lo especifica, la práctica en países de gran sismicidad (ver referencia [39]) indica que cuando los acoplamientos sísmicos son topes de carácter rígido, y se disponen varios topes en una misma línea de apoyos, debe proyectarse cada tope para resistir el 100% de la fuerza sísmica, dado que las holguras de construcción harán normalmente muy improbable que la fuerza se reparta entre los distintos topes.

Los anclajes verticales deben disponerse siempre que la acción sísmica vertical en la pila o el estribo bajo consideración supere el 80% de la reacción debida a la carga permanente si se proyecta con ductilidad y esta reacción se ha determinado a partir del cálculo por capacidad. Si se proyecta la estructura con ductilidad limitada, el valor anterior se reduce al 50% de la reacción debida a la carga permanente. Ambos porcentajes, se refieren a reacciones por línea de apoyo, y son los valores recomendados del apartado 6.6.3.2(1)P de UNE-EN 1998-2, que

adopta el Anejo Nacional. Los anclajes verticales, además, deben garantizar que no se pierda el contacto entre tablero y subestructura en ninguno de los aparatos de apoyo, uno a uno, de pilas o de los estribos.

Finalmente, los transmisores de impacto (STU) deben permitir los desplazamientos en situación no sísmica sin inducir prácticamente fuerzas en la estructura. Si los STU no disponen de limitación de fuerza, deben ser capaces de absorber la fuerza horizontal deducida por el proyecto por capacidad si la estructura se proyecta con ductilidad o la acción sísmica multiplicada por el factor de comportamiento si el proyecto es con ductilidad limitada. Si los transmisores de impacto tienen limitación de fuerza, estos aparatos deben tener suficiente capacidad de desplazamiento para absorber el desplazamiento sísmico de cálculo d_{Ed} , determinado según la expresión (142), y teniendo en cuenta, además, el desplazamiento de cálculo mayorado $d_{bi,a}$ según la expresión (145) para puentes con aislamiento sísmico.

3.9 Puentes con aislamiento sísmico

El aislamiento sísmico se alcanza mediante la introducción de un sistema de apoyo que permita un aumento del periodo de la estructura y un aumento en la capacidad de disipación de la energía (ver Figura 89). El cambio de periodo permite una reducción de la sollicitación que debe resistir la estructura, pero aumenta los desplazamientos. El aumento de la energía de disipación permite controlar el aumento del desplazamiento.

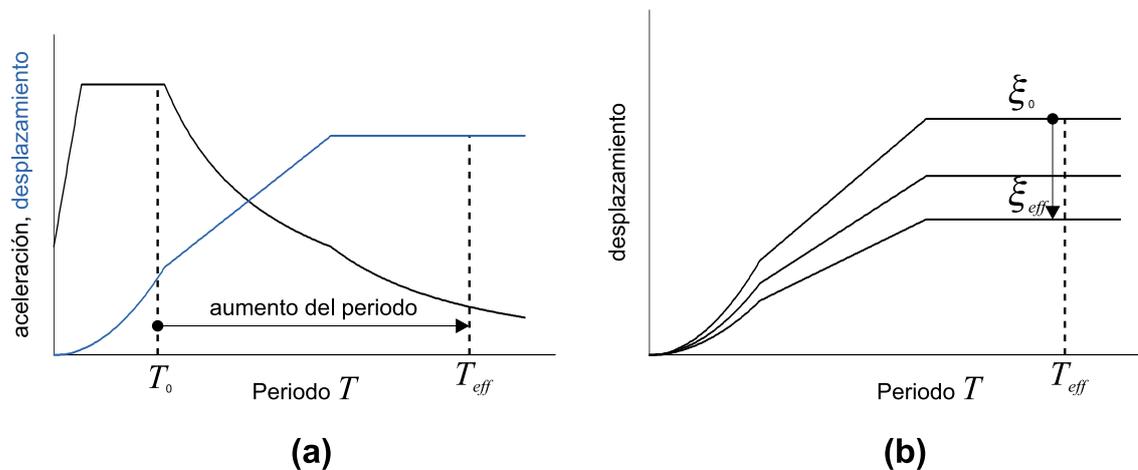


Figura 89 Medios para alcanzar el aislamiento sísmico: (a) aumento del periodo propio de la estructura y (b) aumento de la capacidad de disipación de energía (adaptado a partir de la referencia [30])

En el apartado 7.1 de UNE-EN 1998-2 se define el aislamiento sísmico como la reducción de la respuesta sísmica de la estructura mediante la interposición, normalmente entre superestructura y subestructura, de elementos que permitan alguno, o varios, de los siguientes objetivos (apartado 7.2):

- Capacidad para resistir las cargas verticales con una elevada rigidez vertical, para garantizar una transmisión segura de las acciones desde el tablero a la subestructura

- Transferencia de las acciones horizontales con una elevada flexibilidad lateral, muy superior a la del correspondiente elemento de la subestructura (pila o estribo), lo que permite aumentar el periodo propio fundamental del puente, reduciendo las fuerzas, pero aumentando los desplazamientos
- Capacidad de disipación de la energía sísmica a través de un incremento del amortiguamiento (comportamiento histerético, viscoso o por rozamiento), lo cual reduce los desplazamientos y, generalmente, también las fuerzas
- Capacidad de recuperación lateral
- Coacción lateral suficiente en servicio

Todos estos objetivos pueden quedar cubiertos en los proyectos convencionales mediante el uso de aisladores, normalmente apoyos elastoméricos que, combinados con sistemas de topes sísmicos y entregas adecuadas, resuelven satisfactoriamente desde un punto de vista sísmico²⁴ el problema de la resistencia de estructuras de pequeña o incluso mediana longitud. Para puentes de mayor longitud o situados en zonas de elevada sismicidad, los desplazamientos resultantes pueden llegar a ser excesivos, requiriéndose, adicionalmente, mecanismos de disipación de energía suplementarios, como son los proporcionados por elastómeros de alto amortiguamiento, con núcleo de plomo o dispositivos por rozamiento, combinados con disipadores energéticos de tipo viscoso.

3.9.1 Requisitos fundamentales y adicionales para el sistema de aislamiento

Los puentes con aislamiento sísmico deben satisfacer los dos requisitos fundamentales establecidos en el apartado 3.3, que son el de no colapso y el de limitación del daño.

Por otra parte, los puentes con aislamiento sísmico deberán proyectarse con arreglo a los requisitos adicionales establecidos en los siguientes subepígrafos.

3.9.1.1 Incremento de la fiabilidad

Debido a que el buen funcionamiento del sistema de aislamiento es crítico, el apartado 7.6.2 de UNE-EN 1998-2 exige que éste se proyecte para un nivel de fiabilidad aumentado, tanto en términos de capacidad de desplazamiento como de fuerza, y establece para ello requisitos específicos. Concretamente, este apartado señala que el sistema de aislamiento debe ser proyectado para un desplazamiento sísmico de cálculo incrementado $d_{bi,a}$, según la expresión (7.19) de UNE-EN 1998-2, que se reproduce en la expresión (145).

$$d_{bi,a} = \gamma_{IS} d_{bi,d} \quad (145)$$

donde:

- $d_{bi,d}$ desplazamiento sísmico de cálculo del aislador
- γ_{IS} factor de amplificación, afectando sólo al desplazamiento de cálculo del aislador, que es un parámetro nacional cuyo valor recomendado es 1,5, que es el adoptado por el Anejo Nacional

²⁴ No obstante introducen otros problemas relacionados con el mantenimiento.

3.9.1.2 Comportamiento de la subestructura

UNE-EN 1998-2 (ver apartados 7.3(2)P y 7.6.3(2)) no permite la combinación de sistemas de aislamiento con un comportamiento dúctil de la subestructura, pero sí admite la consideración del comportamiento de la subestructura como de ductilidad limitada, lo que implica adoptar un factor de comportamiento $q \leq 1,5$, pudiendo también proyectarse la subestructura para un comportamiento esencialmente elástico.

Una de las razones de proyectar puentes con aislamiento sísmico es la de minimizar o eliminar, prácticamente, el daño en la situación sísmica de cálculo, manteniendo a la estructura en régimen elástico.

3.9.1.3 Variabilidad de las propiedades de los sistemas de aislamiento

La respuesta de los puentes con aislamiento sísmico está muy influenciada por las propiedades del sistema de aislamiento. Por ello el apartado 7.5.2.4 de UNE-EN 1998-2 reconoce las siguientes categorías en las propiedades de cálculo de los aisladores:

- Propiedades nominales de cálculo (DP), que normalmente serán definidas por el proyectista mediante un rango de valores de un producto industrial.

Estas propiedades deberán validarse, por lo general, tal y como recoge el apartado 7.3(5)P de UNE-EN 1998-2, mediante ensayos de cualificación y demostración en prototipos. Además, el apartado 7.5.2.1(1) de UNE-EN 1998-2 requiere que todos los sistemas de aislamiento sean conformes a UNE-EN 15129:2011 Dispositivos Antisísmicos [5]²⁵, o, en su caso, estén cubiertos por un Documento de Idoneidad Técnica Europeo (DITE)²⁶.

Estos ensayos podrán exceptuarse para el caso de apoyos elastoméricos sencillos de bajo amortiguamiento (LDRB) y de apoyos deslizantes planos

- Propiedades de cálculo límite superiores (UBDP) y propiedades de cálculo límite inferiores (LBDP), que el apartado 7.5.2.4 de UNE-EN 1998-2 establece que se deberán utilizar para tener en cuenta la variabilidad de los aisladores.

Deberán llevarse a cabo, en general e independientemente del método de cálculo, dos tipos de análisis, uno empleando las propiedades UBDP, que da lugar a las máximas fuerzas en los aisladores y en la estructura, y otro con las propiedades LBDP, que da lugar a los máximos desplazamientos en el tablero y en los aisladores.

²⁵ El Anejo K de UNE-EN 1998-2, que tiene carácter informativo y así lo mantiene el Anejo Nacional, proporciona una descripción de los ensayos para la validación de las propiedades nominales de cálculo de los aisladores para los casos en que la UNE-EN 15129:2011 no incluya requisitos detallados para dichos ensayos.

²⁶ A partir del 1 de julio de 2013, y de acuerdo con el *Reglamento europeo de productos de la construcción (UE) 305/2011*, los DITE quedan sustituidos por otro documento, la Evaluación Técnica Europea (ETE).

La variabilidad en las propiedades de los distintos sistemas de aislamiento viene dada por la influencia en la respuesta de estos elementos de los siguientes factores:

- f_1 envejecimiento, incluyendo la corrosión
- f_2 temperatura
- f_3 contaminación
- f_4 recorrido acumulativo (desgaste)

Las cláusulas 7.5.2.4(5) y (6) de UNE-EN 1998-2 establecen, de forma simplificada y para los apoyos LDRB, los valores que deberán adoptarse tanto para las propiedades nominales de cálculo (DP) como para su variabilidad, conjuntos LBDP y UBDP, debida al envejecimiento y a la temperatura (ver apartado 3.9.4.1.1).

Por otra parte, 7.5.2.4(7) de UNE-EN 1998-2 recoge que para apoyos deslizantes cuya contribución a la disipación de energía se ignore, el coeficiente de rozamiento debería adoptarse tal y como se especifica en la UNE-EN 1337-2.

Para el resto de los sistemas de aislamiento, la forma de considerar estas variaciones se define en los anejos J (normativo) y JJ (informativo y así se mantiene en Anejo Nacional) de UNE-EN 1998-2.

El anejo J, define para cada factor f_i , unos coeficientes $\lambda_{\max,fi}$ y $\lambda_{\min,fi}$. Los coeficientes $\lambda_{\max,fi}$ se calculan (ver expresión (146)) como el cociente entre el valor máximo de una determinada propiedad de cálculo (DP) del sistema de aislamiento, teniendo en cuenta, separadamente, los factores f_i y su valor máximo nominal. De la misma forma, los coeficientes $\lambda_{\min,fi}$ se calculan como el cociente entre el valor mínimo de los mismos, teniendo en cuenta, separadamente, los factores f_i y el valor mínimo nominal (ver expresión (147)).

$$\lambda_{\max,fi} = \frac{\max DP_{fi}}{\max DP_{nom}} \quad (146)$$

$$\lambda_{\min,fi} = \frac{\min DP_{fi}}{\min DP_{nom}} \quad (147)$$

Los valores máximo y mínimo nominales ($\max DP_{nom}$ y $\min DP_{nom}$) se determinan a partir de los ensayos de los prototipos.

Las propiedades de cálculo límite superiores (UBDP) se calculan multiplicando los valores correspondientes a las propiedades máximas nominales por el producto de factores $\lambda_{U,fi}$ que se calculan a partir de los valores $\lambda_{\max,fi}$ según la expresión (148).

$$UBDP = \max DP_{nom} \prod_{i=1}^4 \lambda_{U,fi} \quad (148)$$

$$\lambda_{U,fi} = 1 + (\lambda_{\max,fi} - 1) \psi_{fi}$$

Los factores de simultaneidad ψ_{fi} vienen dados en la Tabla J2 de UNE-EN 1998-2 y son función de la clase de importancia de la estructura. Estos factores tienen en cuenta la escasa probabilidad de que se produzcan simultáneamente los efectos adversos de todos los factores.

Los factores $\lambda_{\max,fi}$ quedan definidos en el anejo JJ de UNE-EN 1998-2 para apoyos elastoméricos y para apoyos deslizantes.

Para la determinación de los parámetros límite inferiores (LBDP) se utiliza una formulación análoga, aunque en el caso de utilizar apoyos elastoméricos o apoyos deslizantes convencionales, UNE-EN 1998-2 permite adoptar $\lambda_{\min,fi} = 1,0$ y por tanto, en estos casos $LBDP = \min DP_{nom}$.

Igualmente, para el caso de amortiguadores viscosos, a falta de ensayos específicos, UNE-EN 1998-2 admite considerar $UBDP = \max DP_{nom}$ y $LBDP = \min DP_{nom}$.

Todos estos valores son parámetros nacionales. El Anejo Nacional adopta los valores recomendados.

3.9.1.4 Requisitos especiales de los sistemas de aislamiento

El apartado 7.7 de UNE-EN 1998-2 establece requisitos especiales para los sistemas de aislamiento relativos a su capacidad de recentrado (apartado 7.7.1 de UNE-EN 1998-2), a la coacción lateral en servicio (apartado 7.7.2 de UNE-EN 1998-2) y a la inspección y mantenimiento (apartado 7.7.3 de UNE-EN 1998-2).

A continuación, se recogen los aspectos más destacados de estos requisitos establecidos en los apartados señalados.

Capacidad de recentrado

Como se expuso anteriormente (ver apartado 2.2.6), algunos de los sistemas de aislamiento sísmico no garantizan que tras el sismo la estructura recupere su posición inicial, lo cual puede hacerla vulnerable en caso de réplicas y puede además ser perjudicial para su funcionamiento en servicio, en particular en lo referente a su respuesta frente a deformaciones impuestas. Por ello el apartado 7.7.1 de UNE-EN 1998-2 exige que los sistemas de aislamiento tengan una cierta capacidad de recentrado en las dos direcciones principales.

UNE-EN 1998-2 define la capacidad de recentrado como aquella que da lugar a desplazamientos residuales d_0 pequeños respecto de la capacidad de desplazamiento del sistema d_m . Esta condición se cumple si se verifica la expresión (149).

$$\frac{d_{cd}}{d_0} \geq \delta \quad (149)$$

donde:

d_{cd} máximo desplazamiento horizontal de cálculo en la dirección considerada de la superestructura, respecto del suelo, que puede producirse bajo la acción sísmica

- d_0 desplazamiento máximo residual para que el sistema de aislamiento pueda permanecer en equilibrio en la dirección considerada
- δ parámetro nacional cuyo valor recomendado es igual a 0,5, que es el adoptado por el Anejo Nacional

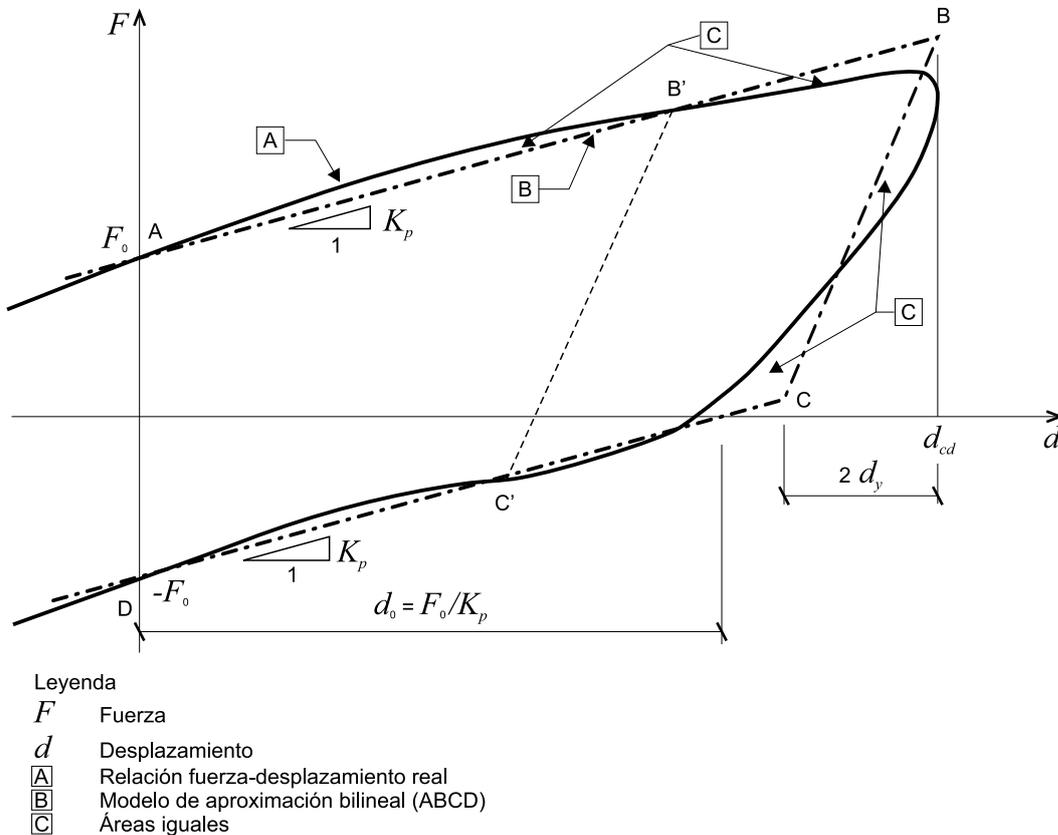


Figura 90 Definición del modelo bilineal equivalente para evaluar la capacidad de recuperación (Figura 7.6N de UNE-EN 1998-2)

El valor de d_0 , puede determinarse a partir de la Figura 90 y de la expresión (150), que reproduce la expresión (7.25) de UNE-EN 1998-2, para sistemas con un comportamiento histerético aproximadamente bilineal. El desplazamiento d_0 corresponde al punto de la curva histerética para el cual la fuerza aplicada en el sistema es nula.

$$d_0 = \frac{F_0}{K_p} \quad (150)$$

donde:

F_0 fuerza correspondiente al desplazamiento nulo, obtenida mediante cargas cíclicas

K_p rigidez post-elástica de un sistema histerético lineal

Para sistemas con superficies de deslizamiento esféricas, d_0 , se puede tomar igual al producto del coeficiente de rozamiento dinámico μ_d por R_b , siendo R_b el radio de curvatura de la

superficie esférica. Esta condición se deduce fácilmente estableciendo que d_0 corresponde a una fuerza nula en el apoyo. Con referencia a la [Figura 90](#) el punto de desplazamiento nulo en la rama descendente del ciclo de histéresis se obtiene a partir de la expresión (151).

$$-F_0 + K_p d_0 = -\mu_d N_{sd} + \frac{N_{sd}}{R_b} d_0 = 0 \rightarrow d_0 = \mu_d R_b \quad (151)$$

El apartado 7.7.1 (3) de UNE-EN 1998-2, permite que no se satisfaga la condición de la expresión (150) si se garantiza que el sistema tiene una capacidad de deformación suficiente para absorber con una fiabilidad adecuada la acumulación de desplazamientos residuales previstos durante la vida útil de la estructura. Para ello, el Eurocódigo proporciona una definición precisa de la capacidad de desplazamiento mínima que deben tener todos los sistemas de aislamiento de la estructura en el apartado 7.7.1(4) de UNE-EN 1998-2.

Coacción lateral en servicio

El segundo requisito, relativo a la coacción lateral, está relacionado con el funcionamiento del puente en servicio. En esta situación los requisitos de deformación no coinciden generalmente, con los deseados durante un evento sísmico. Un ejemplo claro, fuera de los puentes de carretera que son el ámbito de esta *guía*, sería el frenado de un tren que debe ser transmitido a la subestructura mediante un sistema relativamente rígido, incompatible con una deformación longitudinal importante.

Una posibilidad, contemplada en UNE-EN 1998-2, para compatibilizar estos requisitos divergentes, es la disposición de sistemas fusibles, que funcionan rígidamente en servicio, pero fallan cuando se sobrepasa un determinado umbral de fuerza. En caso de disponer este tipo de sistemas el apartado 7.7.2(2) de UNE-EN 1998-2 limita su capacidad de carga elástica que no debería superar el 40% de la fuerza sísmica de cálculo que se transmite a través de la interfaz entre tablero y subestructura.

Inspección y mantenimiento

El último requisito, establecido en el apartado 7.7.3 de UNE-EN 1998-2 se refiere a la necesidad de proporcionar accesibilidad a todos los elementos de un sistema de aislamiento sísmico y la existencia de un plan de mantenimiento. Además, en caso de reparación o recambio de algún elemento, la operación debe ser realizada bajo la supervisión del responsable del mantenimiento del puente y debe ser documentada adecuadamente.

3.9.2 Concepción del sistema de aislamiento

La eficiencia de un sistema de aislamiento puede medirse por la reducción de fuerza sísmica que supone en la subestructura su incorporación, medida en base al ratio de cortante basal entre la solución con y sin aislamiento.

Por lo que se refiere a las condiciones del terreno, el cambio de periodo, referido al principio de la [Figura 89](#), es más eficiente si el periodo T_C correspondiente al límite superior de la meseta del espectro es bajo, por lo que el aislamiento sísmico de los puentes es menos aprovechable cuando el suelo pasa del tipo A al B, C, D o E (ver [Figura 71](#) y [Figura 72](#)). Por otra

parte un periodo T_D largo, para el que comienza la rama de desplazamiento constante, influye negativamente en la eficiencia del aislamiento (ver apartado 3.9.3).

El efecto del cambio de periodo en las soluciones aisladas depende también del periodo fundamental del puente considerado sin aislamiento. Así, los puentes con un periodo fundamental T ostensiblemente superior a T_C e inferior a T_D rara vez requerirán un aislamiento sísmico, dado que los esfuerzos sísmicos ya son bajos de por sí. Ejemplos de esto pueden ser los puentes con pilas altas, los puentes atirantados, etc. Tales estructuras pueden requerir, eso sí, un mayor amortiguamiento para reducir los desplazamientos sísmicos y sistemas fusibles para controlar los desplazamientos en situaciones no sísmicas bajo la acción del viento o del frenado.

Un importante efecto colateral en los puentes con aislamiento sísmico es que uniformiza los esfuerzos sísmicos entre pilas y estribos de la subestructura, con rigideces, *a priori*, muy diferentes. Al mismo tiempo, reduce las coacciones de la subestructura al tablero por deformaciones impuestas, lo cual puede revestir importancia en puentes con tablero continuo de elevada longitud, muy sensibles a la acción térmica alternante.

3.9.3 Acción sísmica

El apartado 7.4.1 de UNE-EN 1998-2 establece que el espectro a utilizar para el proyecto de sistemas de aislamiento no puede ser inferior al espectro elástico definido en 3.2.2.2 de UNE-EN 1998-1 para estructuras no aisladas.

Cabe apuntar que la seguridad de los puentes con aislamiento sísmico depende de las demandas de desplazamientos impuestas, que son directamente proporcionales al valor del periodo T_D . Por eso la nota al apartado 7.4.1 establece el valor de T_D específico para los sistemas aislados como parámetro nacional (se entiende que superior al establecido para el resto de casos), para que su dimensionamiento pueda ser más conservador. El Anejo Nacional de UNE-EN 1998-2 no aumenta este valor para T_D en puentes con aislamiento, manteniéndolo en 2 s.

Respecto a la representación del sismo en el dominio tiempo mediante acelerogramas y la variabilidad espacial de la acción sísmica, señalar que aplica con total validez lo ya indicado en el apartado 3.4.

3.9.4 Tipos de aisladores

3.9.4.1 Comportamiento histerético bilineal

Este es el tipo de comportamiento que exhiben los aisladores más comunes empleados en puentes, que reaccionan con una fuerza que depende del desplazamiento relativo entre el tablero y la subestructura en la interfaz de aislamiento.

La forma del diagrama cíclico fuerza–desplazamiento, tal y como se representa en la [Figura 91](#), se aproxima a una ley bilineal, con ramas de descarga paralelas a la rama elástica, con una rigidez K_e , mientras que las ramas post-elásticas presentan una rigidez muy inferior K_p .

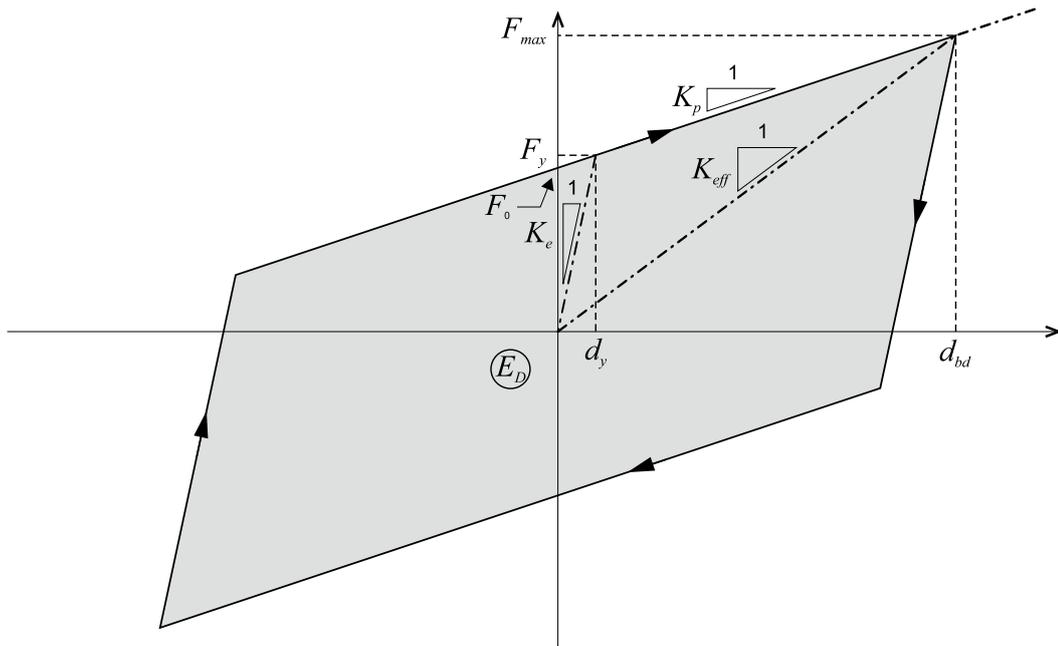


Figura 91 Aproximación del comportamiento histerético fuerza-desplazamiento (Figura 7.1 de UNE-EN 1998-2)

Este comportamiento no lineal (en términos de relación entre fuerza restitutiva y desplazamiento lateral), que ya se describió en el apartado 2.2.6.1, se basa en la estimación de una rigidez efectiva secante K_{eff} , que corresponde a la pendiente, en un diagrama fuerza-desplazamiento, de la recta que une el origen con el punto de respuesta máxima (F_{max}, d_{bd}) , siendo d_{bd} el valor de cálculo del desplazamiento del aislador y F_{max} la fuerza correspondiente al valor de cálculo del desplazamiento.

Generalmente, el punto de respuesta máxima, también conocido como *punto de funcionamiento* (F_{max}, d_{bd}) se determina iterativamente debido a que el grado de amortiguamiento depende de este punto, que a su vez se obtiene a partir de la intersección entre la curva de capacidad y la curva de demanda asociada a un cierto nivel de amortiguamiento.

Para que un sistema de aislamiento que funciona en base a este comportamiento pueda proporcionar un cambio de periodo significativo al puente, se requiere que la rigidez del sistema, igual a la suma de rigideces $\sum K_{eff}$ de todos los aisladores, sea significativamente inferior que la rigidez del conjunto de la subestructura.

La energía disipada por el sistema se expresa en términos de un índice de amortiguamiento efectivo equivalente ξ_{eff} , que permite reducir la demanda mediante su introducción en el coeficiente η del espectro –ver expresión (76)–.

El valor de ξ_{eff} se estima a partir de la relación entre la energía disipada E_D , que corresponde al área encerrada por el bucle de histéresis, y la energía elástica $0,5 K_{eff} d_{bd}^2$, de acuerdo con la expresión (152).

$$\xi_{eff} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sum_i E_{D,i}}{\frac{1}{2} K_{eff} d_{bd}^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{4(F_y d_{bd} - d_y F_{max})}{\frac{1}{2} F_{max} d_{bd}} = \frac{2(F_y d_{bd} - d_y F_{max})}{\pi F_{max} d_{bd}} \quad (152)$$

En esta expresión, que es válida cuando el sistema puede asimilarse a un sistema de 1gdl, el sumatorio está extendido a todos los elementos de disipación de energía dispuestos en el sistema.

El apartado 7.5.2.3.3 de UNE-EN 1998-2 considera el aislamiento con aparatos de apoyo convencionales de bajo amortiguamiento (LDRB) con un ξ_{eff} inferior al 6%, que son aquellos que cumplen con UNE-EN 1337-3, con apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB) cuyo ξ_{eff} está entre el 10% y el 20% y que cumplen UNE-EN 15129, y con aparatos de apoyo con núcleo de plomo (LRB), que también deben cumplir UNE-EN 15129.

3.9.4.1.1 Apoyos elastoméricos convencionales de bajo amortiguamiento

En el caso de utilizar apoyos convencionales (LDRB), de acuerdo con el apartado 7.5.2.4 (5) de UNE-EN 1998-2, el valor de ξ_{eff} se puede tomar igual al 5% sin necesidad de validación especial. El amortiguamiento en estos casos se obtiene mediante la formación de bucles de histéresis muy alargados, con un área reducida.

El comportamiento de un elastómero se puede asimilar, a efectos de análisis, a un comportamiento lineal con la rigidez que se indica en la expresión (153).

$$K_{eff} = \frac{G_b A_b}{t_e} \quad (153)$$

donde:

G_b valor nominal de cálculo del módulo de cizalla del apoyo elastomérico (DP), que puede suponerse que vale:

$$G_b = \alpha G_g$$

siendo:

α valor comprendido entre 1,1 y 1,4, que se recomienda determinar ensayando el dispositivo

G_g módulo de cizalla convencional aparente del apoyo elastomérico, de acuerdo con el apartado 4.3.1 de UNE-EN 1337-3

A_b área horizontal efectiva

t_e espesor nominal de todas las capas de elastómero

De acuerdo con el apartado 7.5.2.4 de UNE-EN 1998-2, la variabilidad en las propiedades del material en el caso de apoyos convencionales se tiene en cuenta considerando dos valores para el módulo de cizalla:

$G_{b,min}$ valor inferior del módulo de cizalla (LBDP), para el que se adopta el valor G_b

$G_{b,max}$ valor superior del módulo de cizalla (UBDP), que se toma igual al anterior incrementado en un 20% cuando la temperatura mínima del aparato de apoyo para el cálculo sísmico $T_{min,b} \geq 0^\circ\text{C}$. Cuando $T_{min,b} < 0^\circ\text{C}$, la nota al apartado 7.5.2.4(6) de UNE-EN 1998-2 señala que $G_{b,max}$ puede obtenerse, a falta de resultados de ensayos pertinentes, a partir del valor G_b ajustado respecto a la temperatura y el envejecimiento

Además, en estos casos de empleo de LDRB, el comportamiento del sistema de aislamiento es lineal por lo que el análisis es más sencillo y se puede hacer mediante análisis lineal espectral (ver apartado 3.9.5).

3.9.4.1.2 Apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento

Respecto del uso de apoyos convencionales (LDRB), el uso de apoyos elastoméricos de alto amortiguamiento (HDRB) no presenta diferencias conceptuales, más allá de su mayor amortiguamiento efectivo. Este incremento del amortiguamiento del material se consigue reemplazando el elastómero puro por mezclas especiales de elastómero con aditivos, lo que genera el ensanchamiento de los bucles de histéresis y, por tanto, de la energía disipada, llegándose a valores de ξ_{eff} ostensiblemente superiores al 5%.

Un sistema de aislamiento consistente exclusivamente en apoyos HDRB puede ser abordado mediante un análisis modal espectral (ver apartado 3.9.5.2) si el índice de amortiguamiento efectivo ξ_{eff} es determinado a partir de la energía disipada por ciclo E_D mediante los ensayos establecidos por UNE-EN 15129.

3.9.4.1.3 Apoyos con núcleo de plomo

Los aisladores con núcleo de plomo (LRB) combinan en paralelo dos elementos, el apoyo elastomérico que funciona como aislador propiamente dicho, y un disipador de energía dependiente del desplazamiento (núcleo de plomo). Presentan por tanto un comportamiento bilineal con una primera rama cuya rigidez es la suma de la rigidez del elastómero K_R más la del núcleo de plomo K_L , y una segunda rama cuya rigidez es igual a la rigidez del elastómero, una vez alcanzada la fuerza de plastificación del plomo. Su comportamiento se adapta al descrito en la Figura 91.

3.9.4.2 Dispositivos dependientes de la velocidad

Este grupo incluye los amortiguadores viscosos fluidos o viscoelásticos (ver también apartado 2.2.6.3), que son disipadores de energía que deberán combinarse en paralelo con apoyos elastoméricos que funcionen como aisladores.

Los disipadores de energía viscosos proporcionan una fuerza proporcional a una determinada potencia de la velocidad –ver expresión (154)–.

$$F = C v^{\alpha_b} \quad (154)$$

Debido a que cuando se alcanza el máximo desplazamiento la velocidad es nula, el disipador no contribuye a la rigidez efectiva del sistema. Por tanto, el amortiguador no modifica la rigidez efectiva K_{eff} del sistema. Sin embargo, sí que contribuye significativamente a disipar energía.

En la Figura 92 se muestra el comportamiento en términos de fuerza–desplazamiento de un amortiguador viscoso. Se observa que el amortiguador alcanza su máxima fuerza cuando el

desplazamiento es nulo, y, por tanto, la velocidad es máxima. También se observa que para valores bajos del exponente α_b , la curva de histéresis aumenta y adopta una forma más rectangular.

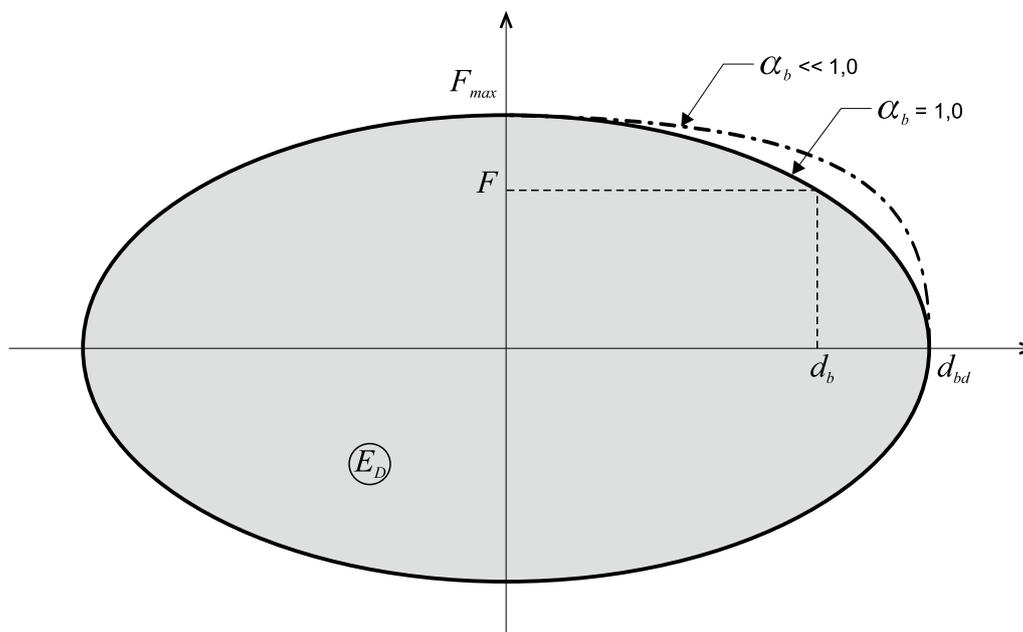


Figura 92 Ley de comportamiento viscoso fuerza-desplazamiento (Figura 7.2 de UNE-EN 1998-2)

Para puentes aislados con apoyos elastoméricos convencionales combinados con amortiguadores viscosos, el apartado 7.6.3(7) de UNE-EN 1998-2 facilita la metodología para estimar las máximas fuerzas que se originan simultáneamente en apoyos y amortiguadores.

Sin embargo, no facilita ninguna referencia para el caso de sistemas compuestos de aisladores histéreticos y amortiguadores viscosos. Una metodología práctica para esta configuración de aislamiento se recoge en Constantinou et al [41].

3.9.4.3 Dispositivos de fricción

En estos sistemas (ver también apartado 2.2.6.2), el propio dispositivo desempeña el papel de aislador y de disipador de energía mediante la fricción de las superficies en contacto que deslizan. UNE-EN 1998-2 recoge el comportamiento de estos dispositivos y cubre tanto los de superficie plana como los de superficie esférica²⁷.

El comportamiento de este tipo de aparatos, en términos de disipación de energía viene recogido en la figura 7.3 de UNE-EN 1998-2, la cual se reproduce a continuación como **Figura 93**, en donde el significado de los términos es el siguiente:

- N_{sd} axil de cálculo en situación sísmica
- d_{bd} valor de cálculo del desplazamiento del tablero respecto de la subestructura

²⁷ El apartado 7.5.2.3.5 de UNE-EN 1998-2 se refiere a los de superficie plana y a los de una superficie esférica, si bien existen sistemas de aislamiento que constan de múltiples superficies esféricas.

- μ_d coeficiente de rozamiento dinámico del aparato de fricción
- R_b radio de curvatura de la superficie esférica

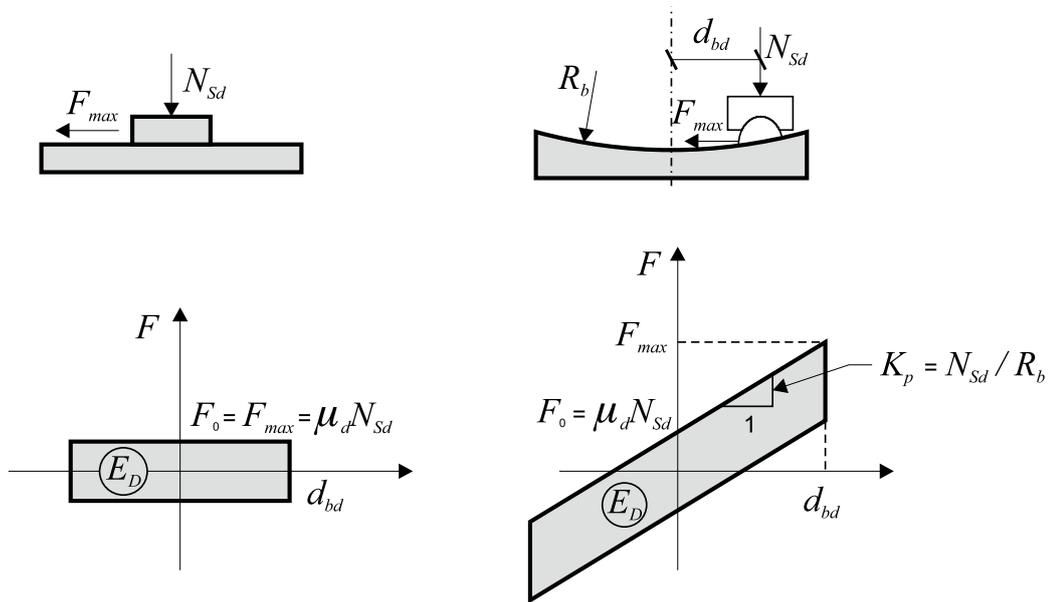


Figura 93 Comportamiento de rozamiento expresado mediante la relación fuerza-desplazamiento (Figura 7.3 de UNE-EN 1998-2)

El coeficiente de rozamiento dinámico es el que corresponde a un sistema en movimiento, en contraposición al coeficiente de rozamiento estático, que corresponde al cociente entre la acción horizontal y la acción vertical, necesario para poner el sistema en movimiento. Se cumple siempre que el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el coeficiente de rozamiento dinámico.

Tanto en el caso de aparatos de superficie de deslizamiento plana como en el caso de superficie esférica, la energía disipada por los ciclos de histéresis es la misma y viene dada por la expresión (155).

$$E_D = 4\mu_d N_{sd} d_{db} \quad (155)$$

3.9.5 Análisis de sistemas aislados

Para el análisis de sistemas aislados, el apartado 7.5.1(1) de UNE-EN 1998-2 admite los siguientes métodos:

- análisis no lineal en el dominio del tiempo (ver 3.6.6.4.1)
- análisis espectral basado en el modo fundamental (ver 3.6.6.2)
- análisis espectral multimodal (ver 3.6.6.1)

El primero de ellos es el método de análisis más general y puede ser aplicado en cualquier caso.

Las condiciones bajo las cuales son de aplicación los métodos espectrales, conforme al apartado 7.5.3 de UNE-EN 1998-2, quedan resumidas en la [Tabla 17](#).

Tabla 17 Condiciones para la aplicación de los métodos espectrales en el análisis de sistemas aislados

Método	Distancia a falla activa más próxima	Tipo de suelo	ξ_{eff}
Modo fundamental	≥ 10 km	A, B, C o E	$\leq 0,30$
Análisis multimodal	Sin límite	A, B, C o E	$\leq 0,30$

3.9.5.1 Análisis no lineal en el dominio tiempo

Dado que en los puentes aislados, tanto la subestructura como el tablero tienen un comportamiento esencialmente elástico, su rigidez se determina a partir de la inercia bruta, sin fisuración. La no linealidad del modelo deberá reflejar las propiedades no lineales de los aisladores.

Respecto de la contribución de la componente vertical del sismo, y como alternativa a su empleo simultáneo en el análisis en el dominio tiempo, el apartado 7.5.7(1) de UNE-EN 1998-2 admite la estimación de sus efectos a partir de un análisis lineal mediante el espectro de respuesta, y la aplicación de las reglas de combinación del apartado [3.6.6.1](#).

3.9.5.2 Método del modo fundamental

Cuando se aplica el método del modo fundamental a puentes con aislamiento sísmico (apartado 7.5.4 de UNE-EN 1998-2), toda la estructura se analiza como un sistema lineal de 1gdl mediante el modelo de tablero rígido en cada una de las direcciones principales del plano horizontal.

En estos casos el análisis es iterativo, y la determinación del máximo desplazamiento horizontal de cálculo d_{cd} del sistema puede llevarse a cabo aplicando el siguiente procedimiento:

- 1 Adopción de una rigidez efectiva inicial del sistema de aislamiento K_{eff} , correspondiente al valor secante de un punto inicial adoptado para el máximo desplazamiento $d_{cd,a}$, a partir de la expresión (156), como sumatorio de las rigideces de cada uno de los componentes del sistema:

$$K_{eff} = F_{max} / d_{cd,a} = \sum F_{max,i} / d_{cd,a} = \sum K_{eff,i} \quad (156)$$

donde:

$K_{eff,i}$ rigidez efectiva combinada del aislador y de la pila i ²⁸

Cualquier dispositivo dependiente de la velocidad que pudiera formar parte del sistema de aislamiento, tal y como ya se indicó en el apartado 3.9.4.2, no contribuye al valor de K_{eff}

- Determinación del índice de amortiguamiento efectivo del sistema ξ_{eff} correspondiente al desplazamiento máximo del paso anterior $d_{cd,a}$

$$\xi_{eff} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sum E_{D,i}}{K_{eff} d_{dc}^2} \right) \quad (157)$$

- Determinación del periodo efectivo del sistema aislado:

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{M_d}{K_{eff}}} \quad (158)$$

donde:

K_{eff} rigidez efectiva del sistema calculada según la expresión (156)

M_d masa del tablero

- Cálculo de la curva de demanda y obtención de la demanda de desplazamiento $d_{cd,r}$, a partir del desplazamiento espectral correspondiente al índice de amortiguamiento $\xi = 0,05$ multiplicado por el coeficiente corrector del amortiguamiento η relativo al valor estimado para ξ_{eff}

$$\eta = \sqrt{\frac{0,10}{0,05 + \xi_{eff}}} \quad (159)$$

28 La forma más simplificada de estimar la rigidez efectiva del elemento de la subestructura i puede tener en cuenta únicamente la rigidez del aislador, despreciando la flexibilidad de las pilas. Aunque esta hipótesis puede ser aceptable en la mayoría de los casos, no lo es para pilas altas y esbeltas.

La flexibilidad de un estribo y de su cimentación es normalmente despreciable. Para la rigidez efectiva global (cimentación, fuste y aislador) de una pila i puede aplicarse la siguiente expresión:

$$\frac{1}{K_{eff,i}} = \frac{1}{K_{bi}} + \frac{1}{K_{ti}} + \frac{1}{K_{si}} + \frac{H_i^2}{K_{fi}}$$

donde K_{bi} , K_{ti} y K_{si} son las rigideces a la traslación del apoyo, de la cimentación y del fuste de la pila, respectivamente, K_{fi} es la rigidez a la rotación de la cimentación y H_i es la altura del fuste de la pila.

Los últimos tres sumandos pueden ser agrupados en la flexibilidad de la pila $1/K_{pi}$, resultando entonces:

$$K_{eff,i} = K_{bi} K_{pi} / (K_{bi} + K_{pi})$$

Si K_{bi}/K_{pi} es pequeño, entonces:

$$K_{eff,i} = K_{bi} / (1 + K_{bi}/K_{pi}) \approx K_{bi} (1 - K_{bi}/K_{pi})$$

Si todos los apoyos, tanto de pilas como de estribos, tienen la misma rigidez, $K_{bi} = K_b$, entonces:

$$K_{eff} = \sum K_{eff,i} = \sum K_b - K_b^2 \sum (1/K_{pi})$$

- 5 Determinación del punto de funcionamiento por intersección de la curva de capacidad con la curva de demanda, para el valor $d_{cd,r}$ obtenido en el paso anterior
- 6 Iteración de los puntos 2 a 5 hasta que la variación en los valores de ξ_{eff} y de las coordenadas del punto de funcionamiento (convergencia entre $d_{cd,a}$ y $d_{cd,r}$) queden por debajo de una determinada tolerancia

Esta aproximación proporciona buenas estimaciones de las máximas fuerzas sísmicas, sólo si éstas se producen simultáneamente con los desplazamientos máximos estimados. En estos casos, el máximo cortante basal en cada elemento de la subestructura i será igual al obtenido a partir de la expresión (160):

$$F_{max,i} = K_{eff,i} d_{cd} \quad (160)$$

Cuando el sistema de aislamiento incorpore dispositivos dependientes de la velocidad, las máximas fuerzas sísmicas no serán simultáneas con los desplazamientos máximos, y el análisis para estimar los efectos sísmicos será más complejo.

3.9.5.3 Análisis multimodal

Este es un método aproximado (apartado 7.5.5 de UNE-EN 1998-2), que engloba conforme a las reglas de combinación del apartado 3.6.6.1:

- el método del modo fundamental descrito en el apartado anterior para los modos de aislamiento
- el análisis del espectro de respuesta multimodal con el índice de amortiguamiento por defecto $\xi = 0,05$ para los modos más altos

Al tratarse de un método aproximado es preferible aplicarlo por separado en cada una de las dos direcciones horizontales (longitudinal y transversal) y después realizar la combinación. Lo mismo es aplicable para la combinación de los efectos del sismo vertical.

El análisis multimodal para los modos más altos se aplica, para cada dirección horizontal, de acuerdo con las siguientes indicaciones:

- Cada uno de los aisladores i se modeliza con su rigidez efectiva $K_{eff,i}$, como se deduce del método del modo fundamental para la dirección considerada
- Los elementos de la subestructura y el tablero se modelizan con su rigidez bruta, sin fisurar, y con un número suficiente de nudos intermedios capaces de capturar los efectos de modos de vibración elevados
- El índice de amortiguamiento adoptado para los distintos modos es:
 - si $T \leq 0,8T_{eff}$: $\xi = 0,05$ (valor por defecto correspondiente al puente sin aislamiento, siendo T_{eff} el periodo efectivo del modo aislado según el modo fundamental)
 - si $T > 0,8T_{eff}$: ξ_{eff}

La aplicación de este método es sólo significativa para capturar la posible contribución de los modos más altos

3.9.6 Comprobaciones

3.9.6.1 Sistema de aislamiento

Los elementos que constituyen el sistema de aislamiento del puente deberán comprobarse en términos tanto de fuerzas como de desplazamientos para la situación sísmica.

La capacidad de desplazamiento de cada aislador i en situación sísmica, para cada una de las direcciones horizontales principales, según recoge el apartado 7.6.2(2)P de UNE-EN 1998-2, se verificará de acuerdo con la expresión (161):

$$d_{m,i} \geq d_{G,i} + d_{bi,a} \quad (161)$$

donde:

- $d_{m,i}$ capacidad de desplazamiento admisible del aislador i en la dirección correspondiente
- $d_{G,i}$ desplazamiento horizontal del aislador i , debido a:
 - acciones permanentes
 - deformaciones reológicas del tablero
 - 50% de deformaciones térmicas
- $d_{bi,a}$ desplazamiento sísmico de cálculo incrementado del aislador i , de acuerdo con expresión (145)

Las comprobaciones de los apoyos elastoméricos convencionales en situación sísmica se efectuarán respetando las deformaciones de cálculo admisibles especificadas en UNE-EN 1337-3, sin aplicar ningún coeficiente de amplificación para el desplazamiento sísmico de cálculo para la verificación de la distorsión debida a los efectos de la carga vertical, el desplazamiento horizontal y el giro, pero sí para la verificación de la distorsión debida únicamente al desplazamiento horizontal, pudiéndose, en este caso, admitir una distorsión de 2 en lugar de 1, que es el valor que adopta UNE-EN 1337-2.

Los elementos de deslizamiento se comprobarán conforme a la expresión (161) y siguiendo lo dispuesto en UNE-EN 1337-2.

En cuanto a los dispositivos antisísmicos, su dimensionamiento deberá ser conforme con la UNE-EN 15129.

3.9.6.2 Subestructura

Tal y como se indica en el apartado 3.9.1.2, los elementos de la subestructura (pilas y estribos) deberán comprobarse para un comportamiento de ductilidad limitada, con $q \leq 1,5$, o esencialmente elástico.

El apartado 7.6.3 de UNE-EN 1998-2 especifica como deberán determinarse las fuerzas horizontales de cálculo que transmiten a las pilas y estribos los sistemas de aislamiento a base de:

- Apoyos deslizantes, según 7.6.3(5).
- Apoyos deslizantes combinados con amortiguadores viscosos fluidos, según 7.6.3(6), tanto en situación de cálculo sísmica como no sísmica para determinar la fuerza del amortiguador
- Apoyos elastoméricos convencionales combinados con amortiguadores viscosos fluidos, según 7.6.3(7), en base a un análisis modal espectral para los siguientes estados:
 - desplazamiento máximo
 - velocidad máxima y desplazamiento nulo
 - fuerza de inercia máxima sobre la subestructura

Para esta configuración de aislamiento en situación no sísmica, de acuerdo con 7.6.3(8), se considerará que la fuerza que ejercen los amortiguadores sobre la subestructura es nula.

4

CONCEPCIÓN DE PUENTES EN ZONA SÍSMICA

4.1 Consideraciones generales

El proyecto de un puente debe partir siempre de una buena concepción estructural cuyo objetivo principal es buscar la solución más adecuada y equilibrada para dar respuesta a todos los problemas a los que se debe dar solución. La acción sísmica es otro aspecto que debe considerarse, dentro del conjunto de temas que deben resolverse, de la mejor forma posible (Figura 94).

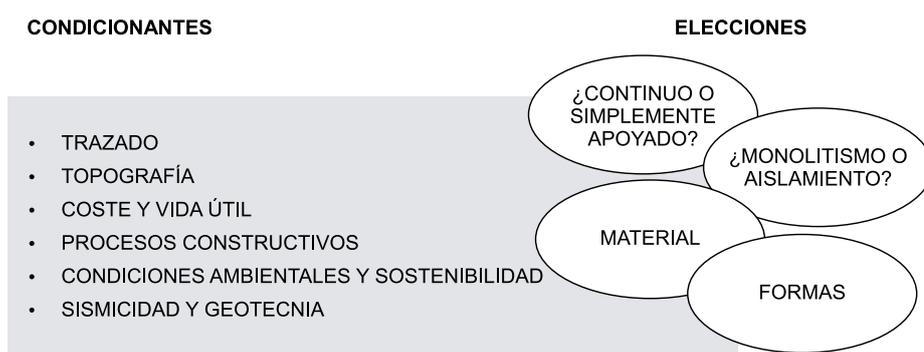


Figura 94 Condicionantes y posibles elecciones a adoptar durante la concepción de un puente en zona sísmica

Muchas veces, los requisitos y exigencias que deben satisfacerse en la concepción de un puente pueden apuntar a soluciones opuestas y, por lo tanto, deben analizarse equilibradamente las posibilidades y adoptar la solución que sea más conveniente.

Otro de los problemas a los que se enfrenta un proyectista de puentes es que siempre tiene que resolver prototipos, diferentes cada vez. La experiencia es muy importante para poder sentirse seguro en la adopción de soluciones que han sido utilizadas previamente, pero en cualquier caso cada puente es único y debe resolverse como tal.

En la **Figura 95** se muestra un diagrama de flujo general que intenta sintetizar el proceso a seguir para definir una buena solución estructural, de cualquier tipo que sea, válido, por tanto, para puentes en general y para puentes en zona sísmica también, lógicamente.

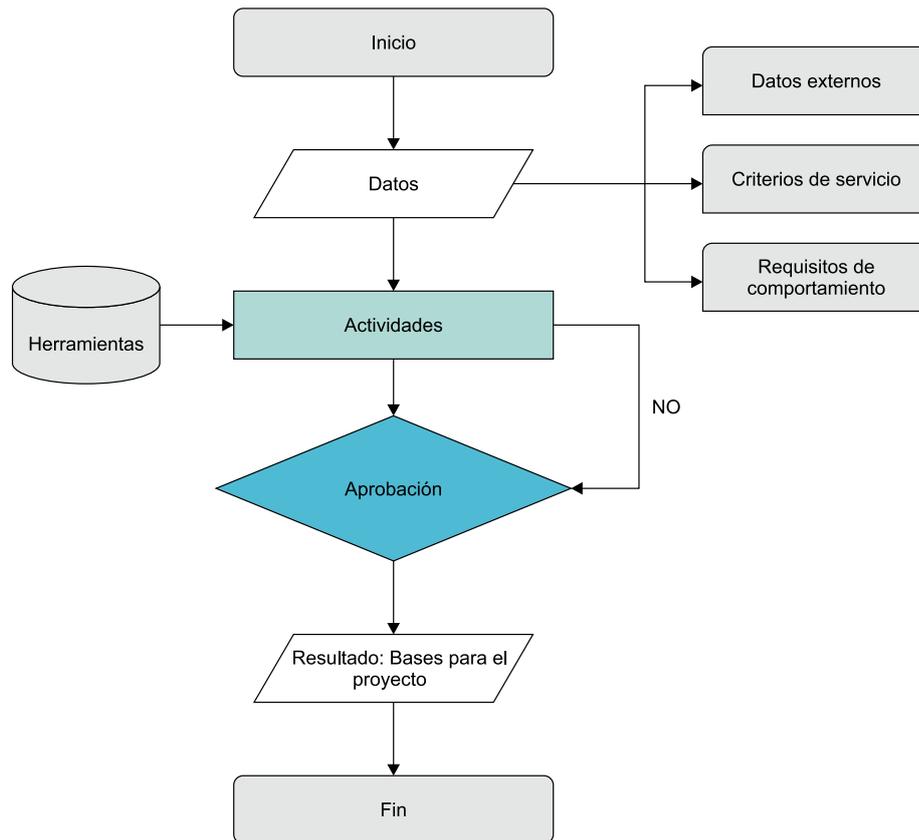


Figura 95 Esquema general para realizar el proyecto constructivo de la estructura

Se trata de un proceso que se inicia con la recolección de datos y la definición del problema. Después continúa con la etapa de proyecto propiamente dicho, que es un proceso iterativo de realización de propuestas y de contrastación con los requisitos definidos hasta la obtención de la solución óptima que satisfaga de la mejor forma y más equilibrada posible los requerimientos exigidos.

El primer aspecto, importantísimo, es entender muy bien el problema a resolver y los condicionantes que deben ser tenidos en cuenta para la elección de la solución. Toda la información pertinente al problema a resolver debe ser investigada con gran responsabilidad para evitar posteriormente sorpresas. Si se realiza un proyecto en el que no se han tenido en cuenta aspectos a considerar deberá repetirse o, por lo menos, resultará inadecuado de una u otra manera. Esta actividad es, por tanto, fundamental.

Es un proceso en el que el ingeniero estructural debe interactuar con otros interlocutores dedicados a actividades complementarias a la definición estructural propiamente dicha. Debe tenerse una visión holística para poder resolver muy eficientemente el problema de que se trata.

La definición del problema y sus datos, previa al inicio de la búsqueda de soluciones, es esencial para garantizar la idoneidad de la solución.

Como en cada caso se trata de un prototipo, no se pueden hacer listas de chequeo infalibles y deben definirse los datos necesarios caso por caso. Aún y con todo pueden indicarse algunos datos que son necesarios casi obligatoriamente:

Datos básicos

- Información relativa al trazado, debiéndose definir las condiciones longitudinales y transversales del trazado, y las condiciones de la vía: ancho, composición de la plataforma, necesidad de iluminación, necesidad de instalaciones especiales, tipo de pavimento, condiciones de drenaje, aspersores de sal, por ejemplo
- Condiciones requeridas para los elementos de contención, barreras de seguridad, barandillas, impostas, etc.
- Cartografía o topografía, según el momento en el que se encuentre el proyecto. Batimetría en algunos casos
- Drenaje de la vía y su interacción con el drenaje del puente
- Condiciones hidráulicas para poder estimar socavaciones y posibles descalces
- Información geotécnica
- Requerimientos medioambientales
- Etc.

Criterios que debe satisfacer el puente en servicio

- Condiciones específicas de servicio y estados límite últimos, además de las tratadas en las normas de aplicación, que deben satisfacerse: acciones accidentales específicas, por ejemplo
- Acción sísmica. En general la acción sísmica está definida en el código correspondiente, pero se puede requerir la toma de algunas decisiones que resultan de la interpretación de la normativa de aplicación: factor de importancia, acción sísmica durante la construcción, por ejemplo. El tipo de comportamiento que el gestor de la infraestructura prefiere para su puente y el resto de los puentes de la red: compor-

tamiento aislado/amortiguado o dúctil, y en este último caso se deberían definir las condiciones de ductilidad a utilizar

- Condiciones de operación y mantenimiento específicas, más allá de las indicadas en la normativa pertinente
- Criterios estéticos y de uniformidad con otras estructuras del tramo o con el entorno del emplazamiento
- Etc.

Criterios relativos a la construcción

- Condiciones específicas de construcción. Uso de materiales locales. Uso de tecnologías de la zona. Uso de materiales reciclados
- Consideración de los medios de construcción de una forma global, teniendo en cuenta otras obras similares del tramo, la posibilidad de aprovechamiento óptimo de los medios utilizados, etc.
- Condicionantes constructivos específicos como la necesidad de mantener el tráfico durante la construcción
- Cuando el tráfico no se puede interrumpir, y los gálibos son estrictos, normalmente se recurre a soluciones prefabricadas de vigas si la geometría no es muy compleja, si las luces son menores de 40,0 m, aproximadamente, o a soluciones metálicas o mixtas, para luces mayores. En algunos casos, es necesario adoptar soluciones extraordinarias que condicionan notablemente el proceso constructivo
- Experiencia o disponibilidad de tecnología específica del constructor de la infraestructura
- En alguna ocasión, cuando se conoce el constructor, el proceso constructivo puede venir predeterminado por la disponibilidad de una determinada cimbra, viga auto-lanzable o carro de avance, por ejemplo, lo cual puede, a su vez, condicionar fuertemente la solución
- Etc.

Otros criterios especiales

- Requerimientos específicos relativos a la sostenibilidad
- Requerimientos específicos de robustez, redundancia o resiliencia. Para puentes en zona sísmica éste es un criterio no definido en la normativa de forma explícita, pero debe ser considerado muy seriamente por las incertidumbres de la acción y por la complejidad del comportamiento
- Etc.

Condicionantes económicos

Generalmente, la solución viene muy condicionada por el coste, y el ingeniero debe intentar plantear una solución cuyo coste sea próximo al coste mínimo, en particular si la financiación es pública, debiendo ser el margen de desviación de este coste mínimo bastante reducido.

El coste, sin embargo, debe contemplar no solamente el coste de construcción, sino también, el coste de mantenimiento. Es perfectamente lícito plantear soluciones cuyo coste de ejecución es mayor, si sus condiciones de durabilidad son mejores, lo que puede dar lugar a una solución más económica en el largo plazo. En este aspecto será también importante la vida útil de la estructura.

Ocasionalmente, en particular en obras urbanas o insertas en entornos de características especiales, el coste puede perder algo de peso a favor de criterios de integración de la estructura en el entorno, la estética y la imagen.

Relacionado también con el análisis de costes, el ingeniero estructural debe concebir las formas de construir cada una de las soluciones propuestas, garantizando su viabilidad e incorporando, en el coste, los medios auxiliares necesarios, cuando éstos son singulares (por ejemplo, carros de avance, pilonos de atirantamiento provisionales, etc.).

Dentro de los condicionantes constructivos uno de los más importantes son las condiciones de tráfico. Este aspecto también tiene que valorarse adecuadamente en la elección de la solución para permitir la mínima incidencia en el coste.

Cuando el constructor implicado dispone de unos medios tecnológicos específicos, este aspecto puede condicionar la solución por los beneficios económicos que puede suponer.

Muchos de estos datos requieren una fuerte interacción, como se ha dicho, con otros actores del proyecto. Algunos requieren una discusión detallada con el propio cliente que tiene que establecer unas condiciones que muchas veces no conoce bien y que, en cualquier caso, es quién las tiene que adoptar, con una información que casi siempre tiene que aportar el proyectista.

El proceso de encontrar la solución más adecuada al problema planteado es siempre iterativo y supone pensar y proponer, con un cierto detalle, todas las soluciones posibles válidas para la resolución del problema. Es imprescindible estudiar todas las soluciones imaginables, ya que a veces aquellas inadecuadas dan información para aceptar o mejorar las adecuadas.

En algunos casos se puede hacer este proceso para tipos de estructuras, pasos superiores o inferiores u obras de drenaje. En otros casos, debido a las particularidades del puente, deben hacerse de forma individual.

Desde que la administración se ha impuesto, hace unos años, la necesidad de hacer estudios tipológicos, se ha dado un primer paso en la dirección adecuada, para exigir que se estudien alternativas y que éstas queden documentadas, dejando traza, en la memoria del proyecto de tal forma de poder evitar cambios futuros. No obstante, la falta real de conciencia en el interés de este tipo de procesos ha vulgarizado esta tarea que se hace, pero no de forma seria y consciente, que es la única forma de garantizar la búsqueda de la solución óptima.

Es un proceso que puede iniciarse con el análisis de posibilidades de encaje longitudinal y luego pasar al análisis de las soluciones a nivel transversal. Para cada propuesta se deben tener en cuenta todos los condicionantes existentes. Todas las soluciones que se consideren válidas, deben cumplir las exigencias requeridas.

El trazado geométrico constituye una de las limitaciones más fuertes en la definición de un puente, geometría en planta, alzado y definición del ancho de la estructura. El ingeniero estructural debe interactuar con el de trazado, en la fase de concepción estructural, para encontrar la solución más conveniente.

En el proceso de fijar el trazado se deben valorar distintas posibilidades de encaje longitudinal de la estructura. Una vez fijado el trazado, es imprescindible abordar el encaje longitudinal de forma más detallada.

4.2 Encaje longitudinal

El encaje longitudinal requiere definir la posición de estribos y con ello la longitud del puente.

Seguidamente debe establecerse la distribución de vanos, teniendo en cuenta los condicionantes topográficos, la posición de los obstáculos a salvar (vías de agua, vías de comunicación, edificaciones, etc.), los condicionantes geotécnicos, constructivos, estéticos, etc.

En ocasiones las condiciones ambientales fijan la luz principal de la estructura, como, por ejemplo, cuando se establece la no afección a la vegetación de ribera en el cruce de un curso de agua.

Las condiciones de sostenibilidad también pueden influir fuertemente en la solución adoptada. El uso de materiales, uso de residuos o de materiales reciclados, o tecnologías más sostenibles puede inclinar la balanza en una dirección, inicialmente no prevista. En cualquier caso, la solución más sostenible es la que minimiza el consumo de materiales.

La geotecnia, también es un condicionante importante a tener en cuenta. Por ejemplo, si las cimentaciones deben ser profundas, son más caras y consecuentemente será más competitiva una solución con luces más largas, que minimicen las cimentaciones, respecto a otras alternativas.

Desde el punto de vista sísmico, que es el objeto de esta *guía*, la geotecnia tiene una gran importancia puesto que afecta directamente a la acción, a través del coeficiente de suelo S . Además, si el suelo es heterogéneo, puede requerirse la consideración de la variabilidad espacial de la acción sísmica de acuerdo con el apartado 3.3 de UNE-EN 1998-2 (ver apartado 3.4.3).

Pero el condicionante sísmico impone unos requerimientos específicos y especiales y su consideración es muy importante y condicionante en las soluciones adoptadas.

En primer lugar, las fuerzas inerciales debidas al sismo dependen de la masa. En algunas ocasiones puede resultar muy importante reducir la acción sísmica y por lo tanto la masa y, en estos casos, la opción de utilizar soluciones de tablero más ligeras, de acero o mixtas, puede ser una idea de gran interés.

En ausencia de condicionantes sísmicos el acero estructural solo es competitivo para luces importantes, generalmente superiores a 40,0 m o en aquellos casos donde existan fuertes condicionantes constructivos, cuando deben construirse puentes sobre vías existentes, por ejemplo.

Sin embargo, cuando el condicionante sísmico es importante, las soluciones de acero son interesantes en la medida en que tienen menor masa. Esta ventaja es especialmente interesante en puentes muy largos o en elementos muy masivos como, por ejemplo, los pilonos de puentes atirantados o colgantes.

Como contrapartida, el acero tiene peores condiciones de durabilidad, y requiere, por tanto, mayor mantenimiento. Igualmente, la ejecución de estructuras de acero requiere mayor control durante la construcción, en particular en lo relativo a las uniones.

En este sentido son más convenientes las soluciones pretensadas, que permiten soluciones más esbeltas, que las armadas.

También se puede disminuir la masa con soluciones más esbeltas que disminuyan el peso, generalmente vinculadas a soluciones con continuidad estructural. Las estructuras continuas son más esbeltas y, por lo tanto, más ligeras.

Esta posibilidad puede implantarse con facilidad en tableros de hormigón *in situ*, estructuras metálicas o mixtas y estructuras de dovelas prefabricadas.

Para puentes con tableros de vigas prefabricadas existen distintas alternativas, aunque en España tradicionalmente los tableros de vigas han sido realizados con vanos isostáticos y con continuidad solo de la losa de compresión, tal como se muestra en la [Figura 96](#). En otros países de Europa y en América del Norte, es más frecuente el uso de soluciones continuas con vigas prefabricadas tal como se muestra en la [Figura 97](#).

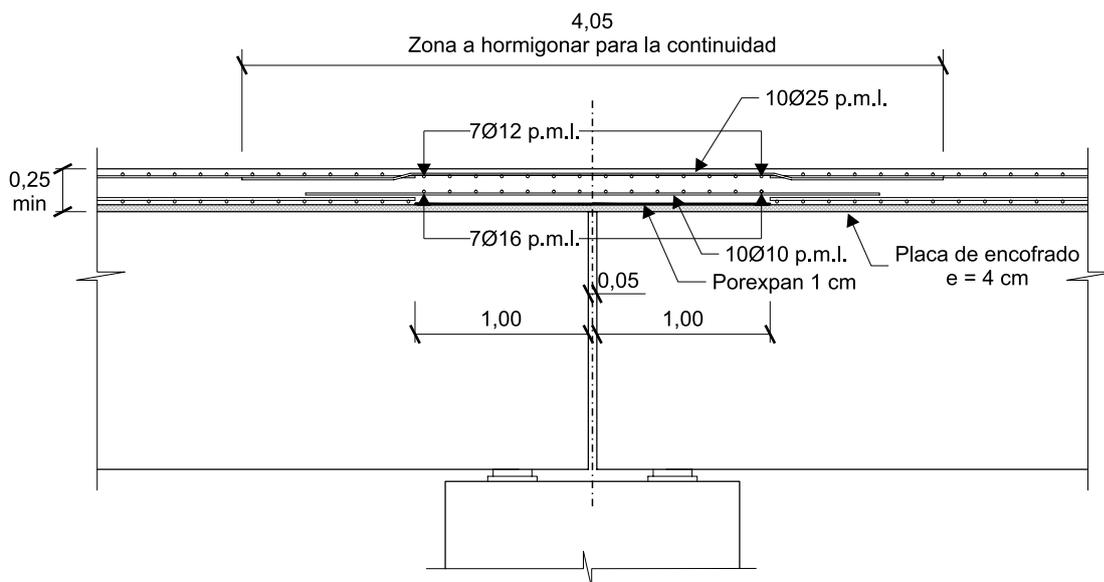


Figura 96 Detalle de losa de continuidad entre vanos isostáticos de un puente de vigas prefabricadas

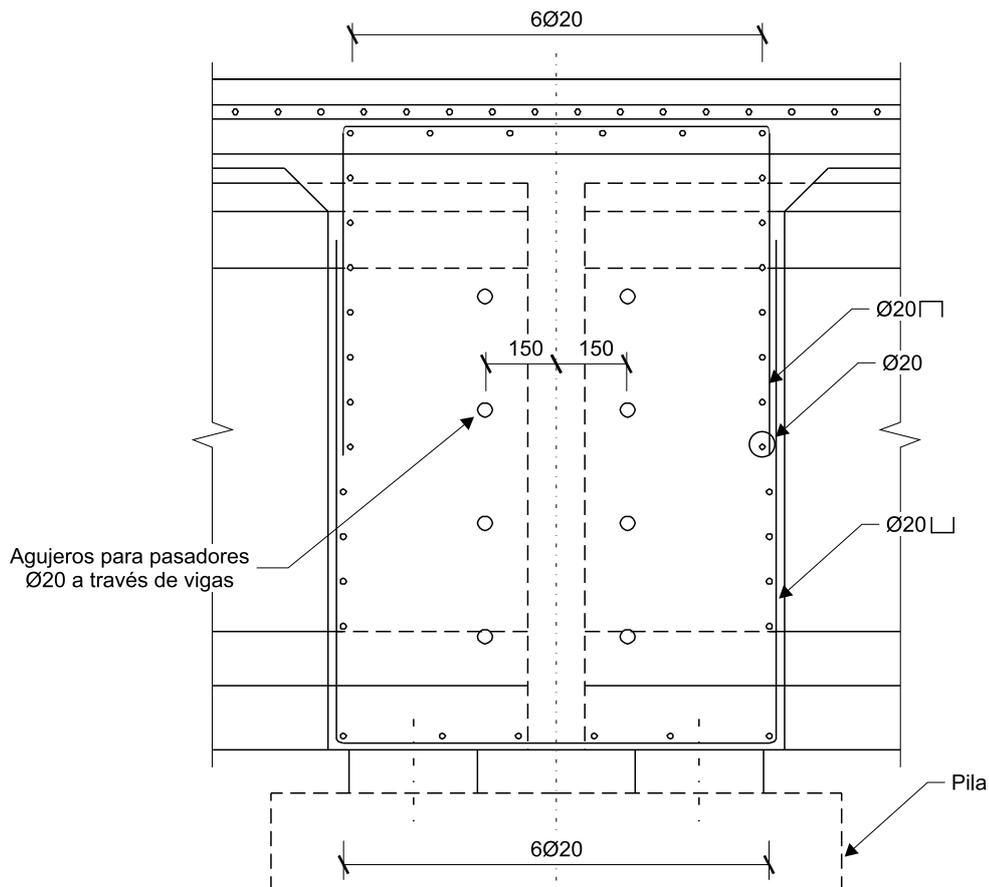


Figura 97 Detalle de continuidad estructural para tableros de vigas prefabricadas

Por el contrario, España ha sido pionera en el uso de la continuidad estructural en soluciones prefabricadas de sección monocajón, de canto constante y variable.

Darle continuidad al tablero mejora la fiabilidad de la estructura porque aumenta la redundancia, por las reservas plásticas que proporciona la continuidad.

Desde el punto de vista sísmico la continuidad del tablero aumenta asimismo la robustez. Las fuerzas sísmicas pueden provocar fuertes fuerzas verticales, que en muchos casos pueden ser tan importantes que pueden levantar el tablero y dejarlo sin soporte a la vez que pueden hacerlo girar y dejarlo sin sustento.

Además, en soluciones en las que se utilizan apoyos elastoméricos como vinculación entre el tablero y la infraestructura, las aceleraciones verticales disminuyen de forma importante las fuerzas verticales gravitatorias y, con ello, el rozamiento de tablero-elastómero, lo que aumenta las posibilidades de movimientos relativos y, consecuentemente, de pérdida de apoyo del tablero.

En soluciones continuas este tipo de problemas se minimiza al ser más difícil que se produzca un descalce de la superestructura, puesto que la cinemática de los movimientos del tablero, debida al sismo, es más controlada y la continuidad aporta redundancia de los mecanismos de apoyo.

Este aspecto, que es una importante causa de problemas, es tratado con detalles específicos, (ver [Figura 98](#) y [Figura 99](#)), que controlan los movimientos del tablero e intentan minimizar los problemas apuntados, y se trata de forma específica en el apartado 3.8.5 de esta guía.

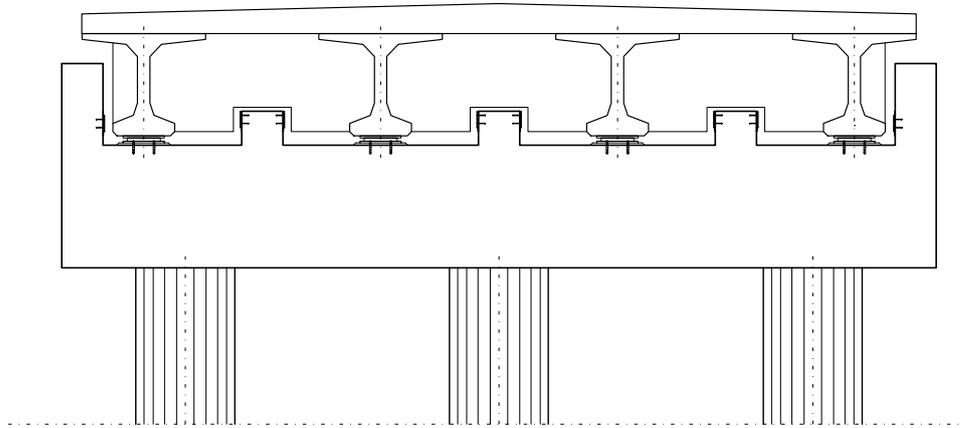


Figura 98 Llaves de cortante de unión entre el tablero y la subestructura

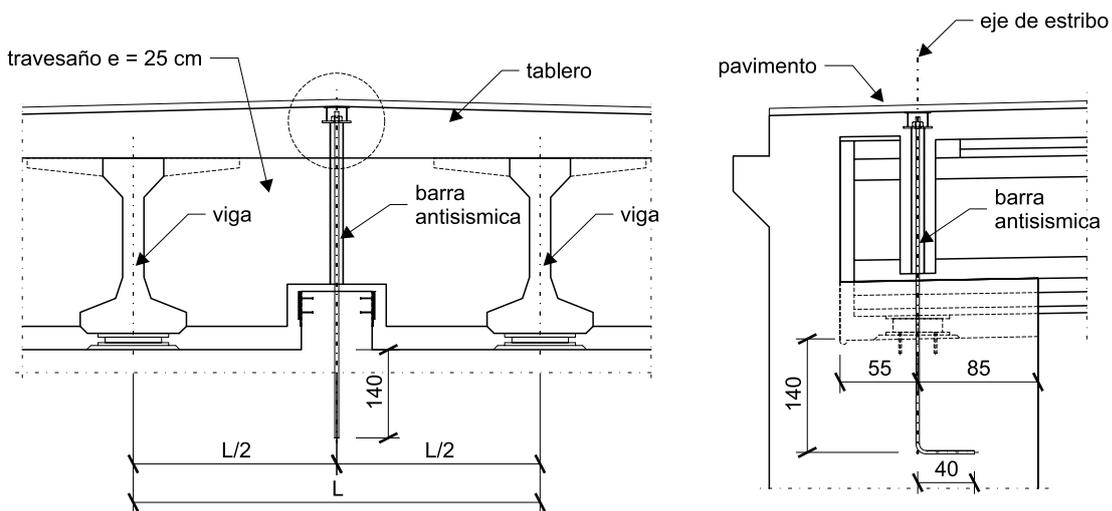


Figura 99 Atado vertical entre el tablero y la subestructura

En términos generales, se puede decir que la masa del tablero es la contribución principal a las acciones inerciales producidas por el movimiento sísmico y su contribución a la resistencia es menos trascendente. Cumple un papel de distribuidor de cargas tanto en la dirección longitudinal como transversal. Esta distribución de las acciones sísmicas a la subestructura, vía tablero, depende fundamentalmente de las condiciones de rigidez del mismo, sobre todo en la dirección transversal, y de la forma de vinculación entre el tablero y la subestructura.

La vinculación del tablero con la subestructura, pilas y estribos, está condicionada por muchos aspectos, además de los relacionados con el comportamiento sísmico.

Generalmente es necesario diferenciar entre el comportamiento longitudinal y el transversal, puesto que el comportamiento y tratamiento de la acción sísmica puede ser diferente.

La forma de comportamiento de la subestructura frente a la acción sísmica, condiciona la forma de vinculación entre tablero y subestructura. Esta vinculación es diferente si se quiere resistir la acción sísmica con un comportamiento dúctil o elástico o con aislamiento o amortiguamiento.

Longitudinalmente los puentes tienen que resistir y hacer frente a distintas sollicitaciones. Algunas de estas sollicitaciones son las que se indican a continuación:

- Frenado
- Viento longitudinal
- Deformaciones diferidas, debidas a la fluencia y retracción en el caso que el tablero sea de hormigón o mixto
- Temperatura
- Sismo

Es necesario tomar decisiones coherentes con los mecanismos resistentes de todas estas acciones, que dependerán de la forma en la que quieran ser resistidas o en la forma que puedan ser resistidas. En todo caso este análisis requiere un planteamiento integral para obtener la solución más adecuada, puesto que, en muchos casos, las mejores soluciones pueden ser opuestas para las distintas acciones.

Desde el punto de vista sísmico es importante decidir si se resistirá la acción sísmica con comportamiento dúctil de la estructura o por otros mecanismos.

Tradicionalmente en España, se ha utilizado la hipótesis de resistir el sismo teniendo en cuenta la capacidad dúctil de la subestructura, aunque no siempre se ha adoptado un tipo de conexión tablero subestructura que garantice que se puede activar este tipo de comportamiento.

Tal como se ha dicho en otros apartados de esta *guía*, el aprovechar el comportamiento dúctil supone poder disminuir la acción sísmica, y éste es un punto muy interesante, pero también supone que haya daño porque la ductilidad implica llegar a límites altos de deformación de los materiales, con pérdida de recubrimiento, etc., que requiere reparación después del evento sísmico y, por lo tanto, gastos y afección a la utilización de la estructura inmediatamente después del sismo.

Por esta razón es importante valorar adecuadamente si la solución más idónea es la de optar por el comportamiento dúctil, que posiblemente suponga menor inversión inicial, menor mantenimiento y mayor costo de reparación después de la acción sísmica u otro tipo de soluciones que requieren mayor inversión inicial y mantenimiento, pero menor costo de reparación después del evento sísmico.

Se trata de una decisión proyectual que debe ser tomada con cuidado y que no siempre es la misma dependiendo del tipo de puente y de muchas otras circunstancias.

Para obtener un comportamiento dúctil es necesario vincular monolíticamente el tablero a las pilas, al menos, y a veces al estribo. De esta forma, los desplazamientos del tablero, por la

acción sísmica, serán acompañados por la subestructura y, consecuentemente, movilizarán rotaciones en el empotramiento de la subestructura con el tablero y la cimentación y, con ello, comportamiento dúctil y una acción sísmica acotada.

Los puentes integrales son puentes de este tipo, en donde toda la subestructura, tanto pilas como estribos, está vinculada monolíticamente al tablero, y también los puentes semi-integrales, donde solo las pilas, todas o algunas, están vinculadas al tablero.

Por un lado, en situación de servicio el monolitismo es, en principio, deseable debido a que proporciona menores costes de mantenimiento, al no tener que mantener y sustituir aparatos de apoyo y juntas de dilatación. Simplifica la construcción, al no tener que ejecutar y nivelar camas de apoyo y cajeros de juntas de dilatación. También mejora la robustez de la estructura al aumentar su grado de hiperestatismo. Los esfuerzos en la subestructura debidos a las acciones directas son menores al repartirse la flexión entre las secciones superior e inferior, aunque en soluciones con pilas empotradas y apoyos en estribos, las pilas tenderán a absorber mayor cortante. Desde el punto de vista de los efectos de segundo orden, éstos serán menores al reducirse la longitud de pandeo.

Por el contrario, las acciones debidas a las deformaciones impuestas –temperatura, efectos reológicos, descensos de apoyo– provocan mayores esfuerzos en la subestructura. Sin embargo, en general, éstos solo son relevantes en Estado Límite de Servicio. Estos efectos se pueden controlar mediante la disposición de una armadura en las pilas y un control de la fisuración dentro de un cierto rango de longitudes. En función de las características de la estructura estos puentes pueden estar en longitudes totales de entre 100 y 200 m (ver [42] y [43]). Sin embargo, para longitudes mayores, este tipo de solución deja de ser viable.

Desde un punto de vista sísmico, el monolitismo superestructura–subestructura tiene tanto ventajas como inconvenientes.

En el lado de las ventajas, el monolitismo elimina los problemas de desplazamiento de la estructura respecto de su punto de apoyo, y por supuesto, todo riesgo de caída del tablero. También, desde un punto de vista constructivo, este tipo de solución es ventajosa porque se elimina la necesidad de disponer topes sísmicos.

En el lado de las desventajas, el monolitismo rigidiza la estructura y aumenta los esfuerzos sísmicos, de tal forma que resulta necesario, normalmente, movilizar suficientes recursos de ductilidad, lo cual implica, por una parte, disponer armadura de confinamiento que es una complicación constructiva y, por otra, implica que, tras un sismo, se producirá un daño en la estructura que será necesario reparar. La unión monolítica pila-tablero normalmente es mucho más complicada en puentes de vigas prefabricadas y en puentes empujados, en los que el monolitismo debe materializarse después del empuje del tablero.

Cuando se considera el monolitismo tablero–estribo, se puede pensar en aprovechar la resistencia pasiva de las tierras del terraplén contenidas por el estribo para resistir los esfuerzos sísmicos.

Este tipo de soluciones también se puede adoptar en puentes de vigas en los que se da continuidad estructural al tablero, mediante la losa o mediante la unión posterior entre vigas de

vanos adyacentes. Esta solución, a nivel de estribos, consiste en dar continuidad a la losa del tablero y al murete del estribo como se muestra en el ejemplo de la [Figura 100](#).

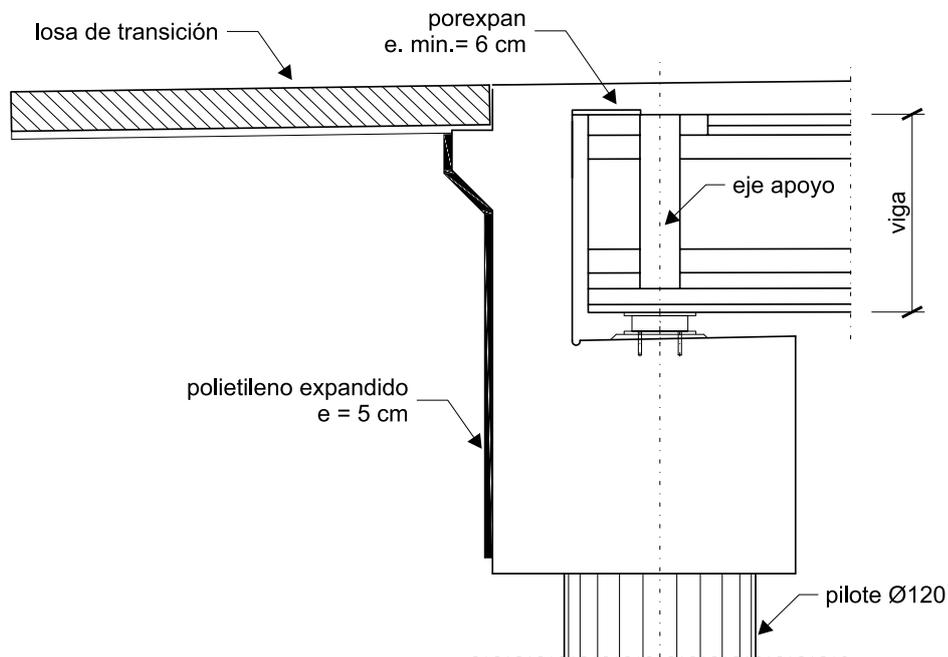


Figura 100 Detalle de continuidad losa superior de tablero-murete de estribo

Otra posibilidad para puentes más largos, es combinar la vinculación monolítica entre tablero y pila, en las pilas centrales del puente, y apoyar el resto de las pilas, más alejadas del punto fijo, sobre elastómeros o apoyos de teflón deslizantes, según la longitud del puente. De esta forma las acciones sísmicas longitudinales se resistirían por las pilas centrales, con comportamiento dúctil, y las acciones debidas a las deformaciones diferidas y la temperatura se podrían gestionar con movimientos relativos pila tablero, para los apoyos más alejados del punto fijo. Efectivamente, en este caso es necesario comprobar que las pilas centrales, las que realmente resistirán el sismo, tienen suficiente capacidad.

Respecto de la disposición de juntas intermedias, éstas pueden ser necesarias y convenientes en determinados casos, por ejemplo, cuando la estructura atraviesa una falla o cuando el terreno es muy heterogéneo.

También, en una posición extrema, se puede pensar en tableros con juntas en todos los vanos, para poder activar un comportamiento dúctil longitudinal.

Sin embargo, en general las juntas intermedias deben evitarse puesto que su presencia introduce riesgos de pérdida de apoyo, caída de tablero y golpeo entre tableros adyacentes por vibraciones asíncronas. Cuando sea necesario disponer juntas, todos estos riesgos deben estudiarse pormenorizadamente proyectando longitudes de entrega suficientemente amplias, la disposición de topes transversales y verticales, y un dimensionamiento de la junta que garantice que ésta podrá acompañar el desplazamiento de los tableros situados a cada lado de la misma.

En el otro extremo se encuentran los puentes aislados mediante elastómeros. Este tipo de solución es muy común en países de alta sismicidad. Se trata de una solución de bajo coste y efectiva, que da lugar a una fuerte reducción de los esfuerzos sísmicos y limita los daños tras un sismo. Sus desventajas son las ventajas del monolitismo: hay que proyectar topes antisísmicos transversales y barras de anclaje verticales y garantizar entregas adecuadas para prevenir los riesgos de caída del tablero y de desplazamiento del apoyo de las vigas respecto de los apoyos. Este tipo de solución supone desplazamientos mucho más importantes y su implementación en estructuras largas no es posible si no se complementa con sistemas de amortiguamiento que permitan controlar los desplazamientos.

4.3 Encaje transversal

En la dirección transversal los puentes tienen otros problemas y muchas veces la configuración longitudinal condiciona el comportamiento transversal.

Para puentes cortos, integrales, el comportamiento transversal está ya determinado. La unión monolítica de pilas y estribos con el tablero, define el comportamiento transversal que también es monolítico y, dependiendo de la rigidez de la subestructura en la dirección transversal, podrá tener un comportamiento dúctil, de ductilidad limitada o, incluso y más frecuentemente, elástico.

Normalmente los elementos de la subestructura tienen una rigidez transversal diferente de la longitudinal, generalmente son más rígidos. Los estribos, por ejemplo, tienen más rigidez trasversal que longitudinal. Las pilas, en muchas ocasiones, dependiendo de la anchura del tablero, pueden ser apantalladas, con mayor rigidez transversal que longitudinal, o pueden estar constituidas por varios fustes, y también en este caso con mayor rigidez transversal que longitudinal. Solo en el caso de pilas constituidas por fustes únicos la rigidez longitudinal es la misma que la transversal.

La mayor rigidez transversal da lugar a periodos menores en esta dirección y, consecuentemente, mayores fuerzas inerciales, es decir mayores fuerzas debidas al sismo.

La mayor rigidez transversal también supone mayor resistencia transversal de los elementos estructurales involucrados, por lo que muchas veces, aunque se quiera garantizar un comportamiento dúctil transversal, no es posible porque la resistencia de los elementos estructurales correspondientes es mucho mayor o comparable con la resistencia necesaria para un comportamiento elástico y, por lo tanto, no es posible activar el comportamiento dúctil.

Asimismo, debido a la rigidez mayor de los estribos respecto de las pilas, el comportamiento transversal del tablero es asimilable al de una viga que se empotra en los estribos y se apoya monolíticamente en las pilas. Frente a las acciones sísmicas transversales las pilas participarán en la resistencia solo en la medida que el tablero les permita deformarse. La deformación del tablero en las secciones donde están las pilas normalmente será reducida y, consecuentemente, su participación será también reducida.

En puentes integrales, por lo tanto, cortos como se ha dicho anteriormente, el comportamiento transversal será fundamentalmente elástico.

Para puentes semi-integrales, donde las pilas están unidas monolíticamente al tablero, pero no los estribos, el comportamiento estará condicionado por las rigideces de las pilas, transversalmente, y la vinculación que se haga entre el tablero y los estribos.

En estos casos, normalmente, se vinculan el tablero y los estribos con apoyos elastoméricos. Cuando el fuste es único el comportamiento puede ser similar longitudinal y transversalmente, si no hay topes transversales en los estribos.

Si las pilas tienen mayor rigidez trasversal la acción sísmica inducida será mayor. En cualquier caso, debido a la mayor resistencia trasversal de las pilas, muy probablemente, el comportamiento será elástico porque no podrá activarse un comportamiento dúctil.

Si las pilas trasversalmente, solo por la armadura longitudinal dispuesta, tienen una capacidad resistente próxima a la que corresponde a los esfuerzos que produce el sismo elástico, sin disminución alguna por comportamiento dúctil, no se podrá nunca activar este mecanismo.

En algunos casos, de puentes semi-integrales, en los estribos se colocan topes sísmicos, esta situación transforma un puente semi-integral, a los efectos del sismo, en un puente con un comportamiento trasversal similar al de un puente integral, solo que en este caso el tablero no está empotrado en el estribo, solo está articulado. Esta situación hace menos rígido el tablero transversalmente, pero, aun así, difícilmente podrá activar mucho la participación de las pilas en la resistencia trasversal de las acciones debidas al sismo.

Para puentes largos el comportamiento trasversal es siempre diferente al longitudinal. Normalmente, debido a la longitud, el tablero transversalmente estará soportado por las pilas, sin ninguna colaboración de los estribos. En un puente muy largo el tablero es muy deformable transversalmente y, por lo tanto, las pilas se activan por las fuerzas debidas a la parte del tablero que soportan. Además, como las pilas transversalmente tienen mayores dimensiones, rigidez y capacidad resistente, muy probablemente no podrán activar un comportamiento dúctil y tendrán un comportamiento de ductilidad limitada o, muchas veces, elástico.

4.4 Consideraciones finales

A modo de resumen, en la [Tabla 18](#) se muestran las ventajas y desventajas de algunas decisiones tipológicas que se explican en los apartados anteriores.

Tabla 18 Ventajas y desventajas de algunas decisiones tipológicas

Decisión tipológica	Cuándo debe considerarse	VENTAJAS			DESVENTAJAS		
		Comportamiento en situación de servicio	Comportamiento en situación sísmica	Construcción	Comportamiento en situación de servicio	Comportamiento en situación sísmica	Construcción
Uso de acero estructural	<p>En grandes estructuras en las que la masa es crítica:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tableros mixtos o metálicos - Pilonos de puentes atirantados o colgantes metálicos 		<p>La menor masa reduce los esfuerzos sísmicos</p>		<p>El acero requiere más operaciones de mantenimiento</p>		<ul style="list-style-type: none"> - El coste del acero encarece la obra - Mayor necesidad de control
Continuidad del tablero	<ul style="list-style-type: none"> - Frecuentemente en tableros <i>in situ</i> - Menos frecuentemente en tableros prefabricados 	<p>Aumento de la fiabilidad estructural</p>	<p>Reducción casi a cero del riesgo de caída del tablero</p>				<p>Difícil de materializar en soluciones prefabricadas</p>
Monolitismo pila-tablero	<ul style="list-style-type: none"> - Puentes cortos - Tableros <i>in situ</i> y menos frecuentemente tableros prefabricados - Estructuras semi-integrales 	<ul style="list-style-type: none"> - Reducción de esfuerzos en la subestructura - Reducción de efectos de 2º orden - Reducción de costes de mantenimiento y mejora de la durabilidad 	<p>Eliminación del riesgo de pérdida de apoyo</p>	<p>No se requieren topes sísmicos</p>	<p>Aumento de la armadura mínima para controlar la fisuración por deformaciones impuestas. Esta solución no es viable en estructuras muy largas</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Posibilidad de activar el comportamiento dúctil - Aumento de la acción sísmica - Daños estructurales tras el sismo 	<ul style="list-style-type: none"> - Difícil de materializar en soluciones prefabricadas y procesos constructivos por empuje - Necesidad de disponer armadura de confinamiento

Tabla 18 Ventajas y desventajas de algunas decisiones tipológicas (continuación)

Decisión tipológica	Cuándo debe considerarse	VENTAJAS			DESVENTAJAS		
		Comportamiento en situación de servicio	Comportamiento en situación sísmica	Construcción	Comportamiento en situación de servicio	Comportamiento en situación sísmica	Construcción
Monolitismo tablero-estribos	<ul style="list-style-type: none"> - Puentes cortos - Tableros <i>in situ</i> y menos frecuentemente tableros prefabricados - Estructuras semi-integrales 	Reducción de costes de mantenimiento y mejora de la durabilidad	<ul style="list-style-type: none"> - Reducción de la acción sísmica - El puente se apoya en el terreno 	Fácil de materializar	Estudio de la desconsolidación del terreno tras el estribo	<ul style="list-style-type: none"> - Posibilidad de activar en comportamiento dúctil - Aumento de la acción sísmica - Daños estructurales tras el sismo 	<ul style="list-style-type: none"> - Difícil de materializar en soluciones prefabricadas y procesos constructivos por empuje - Necesidad de disponer armadura de confinamiento
Aislamiento mediante apoyos elastoméricos (LDRB, HDRB)	<ul style="list-style-type: none"> - Puentes largos - Puentes prefabricados o puentes <i>in situ</i> 		<ul style="list-style-type: none"> - Reducción de la acción sísmica - Limitación del daño tras un sismo - La magnitud de los desplazamientos puede requerir, además, la disposición de amortiguadores en puentes largos 		<ul style="list-style-type: none"> - Mayores esfuerzos en servicio - Mayores efectos de segundo orden - Mayor coste de mantenimiento 	<ul style="list-style-type: none"> - Riesgo de pérdida de apoyo - Riesgo de caída del tablero 	<ul style="list-style-type: none"> - Necesidad de disponer topes sísmicos - Necesidad de longitudes de entrega mayores
Juntas intermedias	<ul style="list-style-type: none"> - Puentes muy largos - Puentes que atraviesan fallas - Puentes apoyados en terrenos heterogéneos 					<ul style="list-style-type: none"> - Necesidad de evitar fenómenos de golpeo - Necesidad de garantizar el mantenimiento del apoyo 	<ul style="list-style-type: none"> - Introducción de topes sísmicos - Longitudes de entrega importantes - Introducción de juntas costosas

5

EJEMPLOS

5.1 Consideraciones iniciales

A continuación se plantea una serie de ejemplos que permiten ilustrar los conceptos desarrollados en los capítulos 1 a 4 de esta *guía*.

El primer ejemplo plantea el análisis de un puente losa, simétrico, de tres vanos. Partiendo de una solución base de pilas monofuste circulares empotradas, se estudian alternativas, variando la geometría de las pilas y el monolitismo, considerando soluciones monolíticas de doble fuste y fuste apantallado y finalmente una solución aislada mediante neoprenos convencionales. Este ejemplo permite cuantificar las necesidades de armado de cada opción y plantea una metodología sencilla, extrapolable a otros casos, que permite estudiar cuál puede ser la mejor tipología de pilas para una determinada estructura.

El segundo ejemplo analiza el proyecto sísmico de un puente de vigas isostático esviado, que permite ilustrar la necesidad de tener en cuenta una excentricidad entre centro de masas y centro de rigideces, de acuerdo con el apartado [3.6.3](#).

El tercer ejemplo es un marco de hormigón armado con una cobertura de tierras mayor que la mitad de la luz y en él se ilustra el cálculo mediante el método cinemático descrito en los apartados [2.4](#) y [3.6.8](#).

En el cuarto ejemplo se analiza un puente con pilas de distinta altura y de mayor longitud, apoyado sobre neoprenos. Inicialmente se plantea la posibilidad de utilizar un sistema aislado para llegar a la conclusión de que, debido a la superposición de los efectos sísmicos y las deformaciones longitudinales debidas al pretensado, la fluencia y la temperatura, resulta necesario plantear un sistema de amortiguamiento longitudinal. El análisis para esta situación se lleva a cabo de acuerdo con lo expuesto en el apartado [2.3.4](#).

Finalmente, se plantea un quinto ejemplo correspondiente a un muro que se resuelve mediante el método del empuje pseudo-estático, utilizando las expresiones de Mononobe-Okabe, descrito en el apartado 3.6.8.

Para el planteamiento y resolución de todos los ejemplos se aplican los Eurocódigos y en particular el Eurocódigo 0, el Eurocódigo 1, el Eurocódigo 2, el Eurocódigo 7 y el Eurocódigo 8. De acuerdo con el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1, se adoptan los siguientes coeficientes parciales:

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

En todos los ejemplos la acción sísmica es la misma. Se supone que el puente se sitúa en la localidad de San Javier en Murcia. La aceleración máxima para un suelo tipo A, a_{gR} , se determina a partir del Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1. Para la localidad de San Javier en Murcia, donde se encuentra situada la estructura, se tienen las siguientes coordenadas:

- Latitud: 37° 48' N: 37,8°
- Longitud: 0° 46' O: 0,77°

Interpolando (por longitud): a_{gR} estaría entre 0,146g y 0,150g, es decir 0,148g. Se adopta, por tanto:

$$a_{gR} = 0,15g$$

Para obtener la aceleración de cálculo a_g hay que aplicar la expresión (75). Los puentes de estos ejemplos se consideran de clase II, por lo que el factor de importancia es $\gamma_I = 1,0$ y, con ello, la aceleración de cálculo se mantiene igual a la aceleración máxima del suelo.

$$a_g = \gamma_I a_{gR} = 1,0 \cdot 0,15g = 0,15g$$

Además, se supone que la estructura está cimentada en un suelo tipo D, constituido por una arena de compacidad media con un SPT inferior a 15 golpes por cada 30 cm. Ello supone aplicar a la aceleración anterior un coeficiente de suelo $S = 1,35$. De este modo, la aceleración en el emplazamiento para este tipo de suelo adopta el siguiente valor:

$$a_g S = 0,15g \cdot 1,35 = 0,20g$$

Con esto, el espectro de respuesta elástico de tipo 1 de acuerdo con UNE-EN 1998-1, correspondiente a un amortiguamiento del 5% (subestructura de hormigón armado) es el que se muestra en la Figura 101. En la misma figura se muestra el espectro de tipo 2 para el mismo tipo de suelo. Se observa que, a partir de un periodo de 0,45 segundos, el espectro de tipo 1 es más desfavorable. El periodo propio que limita la meseta del espectro de aceleraciones por el lado de los periodos más altos (T_L) es de 0,3 segundos para el espectro de tipo 2 y 0,8 segundos para el espectro de tipo 1.

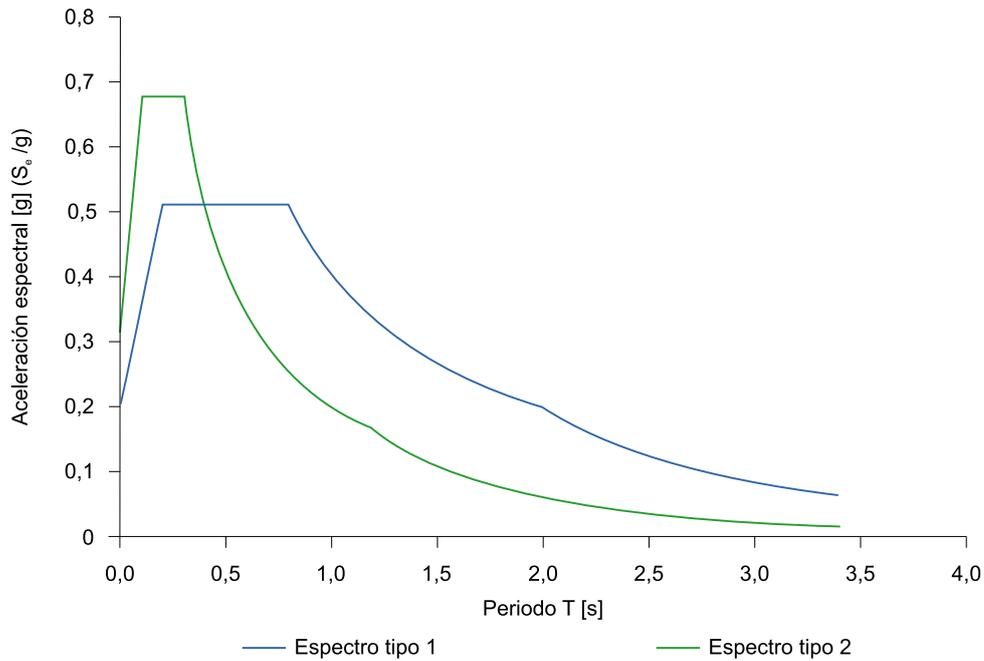


Figura 101 Espectros de respuesta tipo 1 y tipo 2 adoptados para el ejemplo ilustrativo ($a_g = 0,15g$, suelo tipo D y amortiguamiento del 5%)

En la resolución de los ejemplos que siguen, se adopta el criterio de considerar los esfuerzos transmitidos a las pilas en ejes locales de pila, tomándose como eje local x el longitudinal de la misma, en sentido descendente. Los ejes locales y , z están en el plano perpendicular al eje de la pila. En el caso de pilas no esviadas, el eje y es perpendicular al eje longitudinal del tablero y el eje z paralelo al mismo, formando los tres ejes un triedro dextrógiro (Figura 102)²⁹.

De acuerdo con este criterio, los esfuerzos en pila se denominan:

- N Axil (según el eje x)
- V_y Cortante según el eje y
- V_z Cortante según el eje z
- $M_{y,p}$ Momento según el eje y
- $M_{z,p}$ Momento según el eje z

²⁹ Se hace notar que éstos son los ejes locales de la pila a los que se refieren los esfuerzos. En UNE EN 1998 se definen ejes globales a los que se refiere la acción sísmica. Estos son:

- x e y : horizontales
- x : eje longitudinal
- y : eje ortogonal al longitudinal
- z : eje vertical

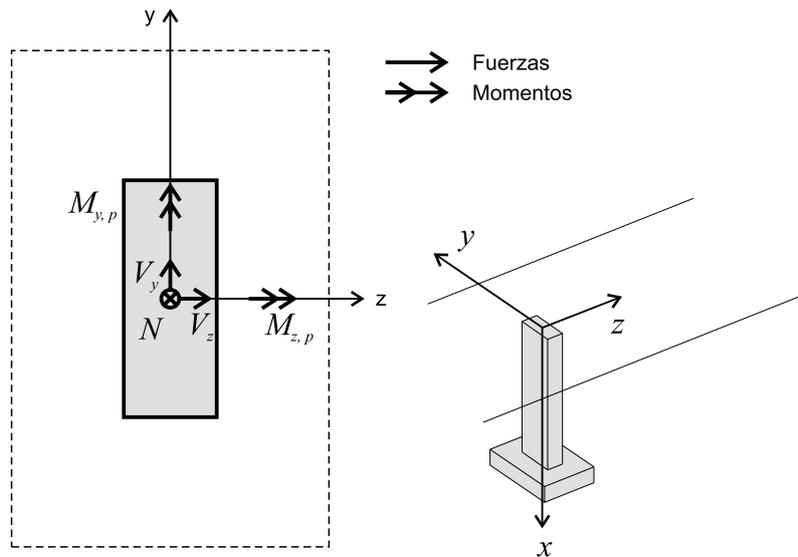


Figura 102 Notación para esfuerzos en pila

5.2 Puente losa de 3 vanos: solución base y variantes

5.2.1 Enunciado del problema

En este ejemplo se considera un puente losa de tres vanos con una distribución de luces de 20-25-20 m y 12 m de ancho (coincidente con el adoptado en el apartado 2.2). Las pilas son fustes circulares únicos de 1,20 m de diámetro y 7 m de altura. Los fustes están empotrados en el tablero. En los estribos, la estructura está apoyada sobre dos neoprenos antideslizantes de 400x500x100(66) mm que proporcionan una rigidez de 5 454 kN/m en cada estribo en situación persistente y de 6 545 kN/m en situación sísmica.

En la [Figura 103](#) y [Figura 104](#) se representan el alzado y la sección transversal del tablero, respectivamente, de esta estructura.

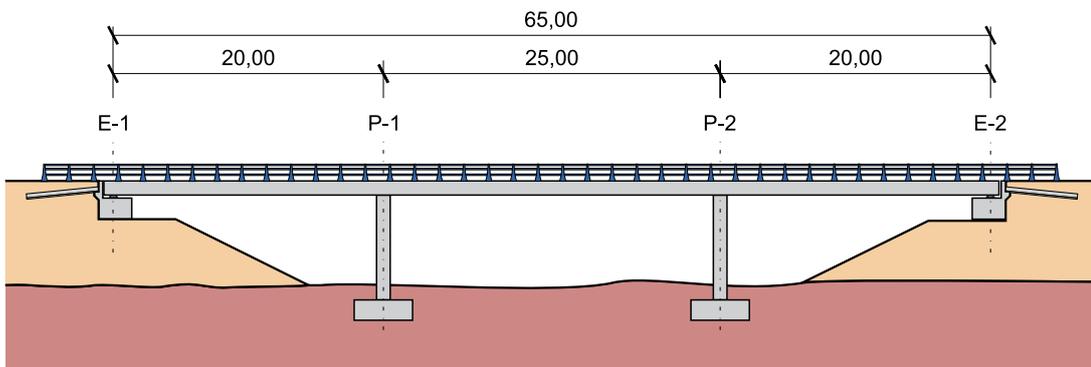


Figura 103 Alzado del puente considerado

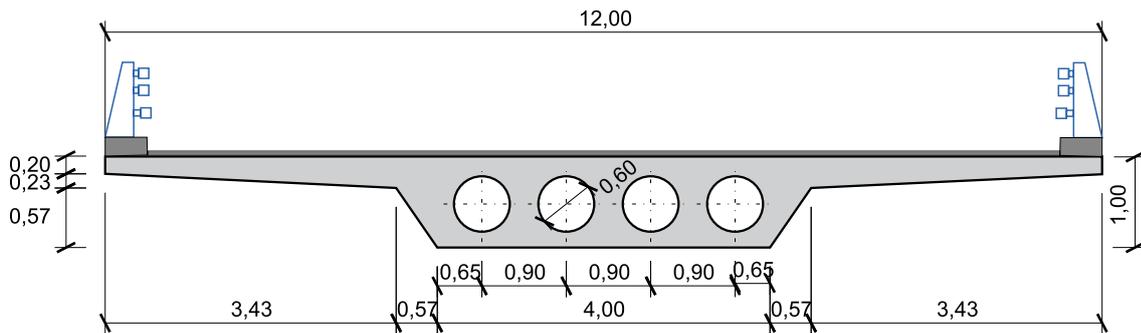


Figura 104 Sección transversal del puente considerado

El hormigón de las pilas es de clase C30/37³⁰, el hormigón del tablero de clase C35/45 y el acero de 500 MPa de límite elástico y clase de ductilidad C. La rigidez a torsión de la sección bruta del tablero es de 1,01 m⁴.

Se plantea, en primer lugar, la determinación de las armaduras de las pilas teniendo en cuenta tanto la situación persistente como la situación sísmica para esta solución. Se adoptará como criterio de comportamiento un comportamiento dúctil.

Posteriormente, para contribuir a esclarecer cuál es la mejor solución conceptual, se considerarán otras tres variantes para este ejemplo, modificando la tipología de las pilas o las condiciones de vinculación pila-tablero de acuerdo con las siguientes soluciones (ver [Figura 105](#)):

- Doble fuste circular de 0,80 m de diámetro empotrado al tablero
- Fuste único apantallado de 0,70 m de canto empotrado al tablero
- Apoyo en pilas (de la solución base) mediante aparatos de neopreno. A estos efectos se adoptará un desplazamiento longitudinal, debido al pretensado, a las deformaciones reológicas y a la temperatura casi-permanente, de 34 mm en estribos y de 13 mm en pilas

³⁰ La denominación del hormigón está especificada, conforme a los Eurocódigos, de acuerdo con la tabla 3.1 de UNE-EN 1992-1-1.

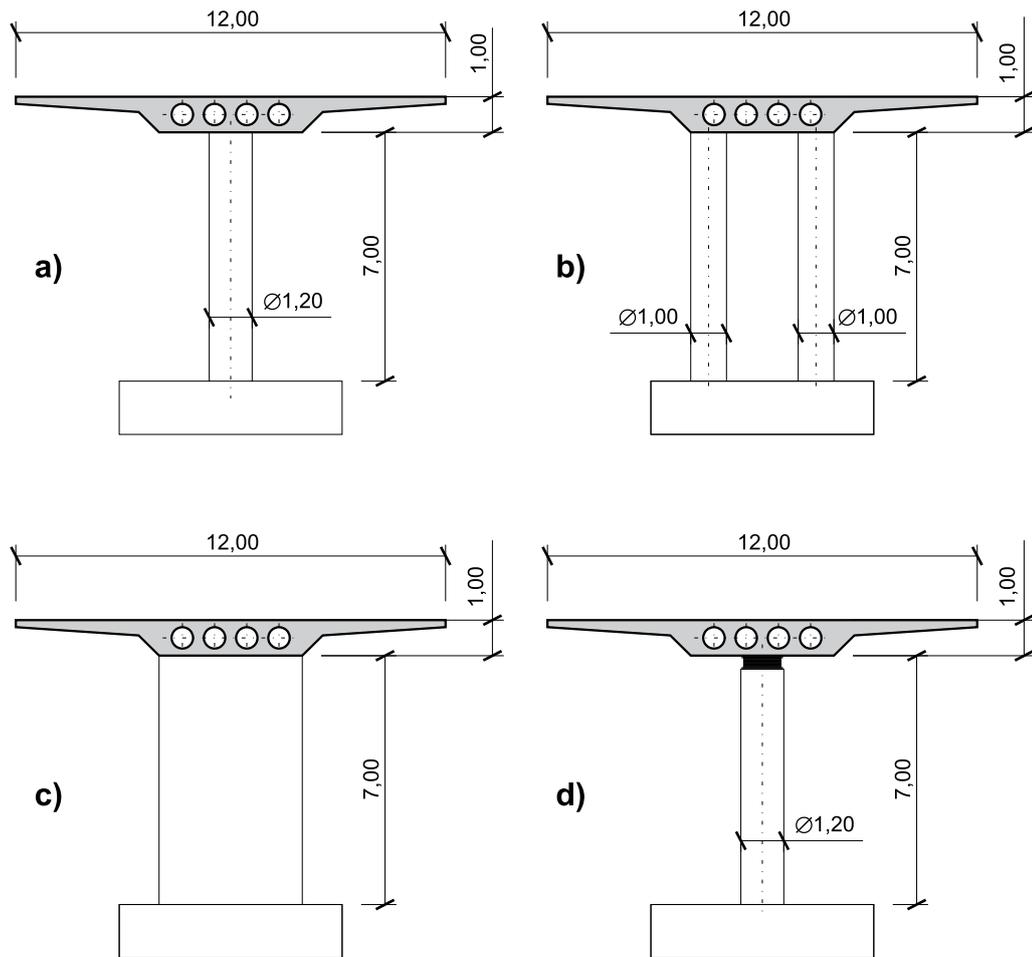


Figura 105 Alternativas consideradas: a) solución base con fuste circular único empotrado b) doble fuste circular empotrado c) pila apuntallada empotrada y d) solución base contablero apoyado sobre neoprenos (aislamiento sísmico)

5.2.2 Resolución: solución base

5.2.2.1 Esquema de desarrollo

Para la comprobación de la situación sísmica, resulta necesario disponer de un armado de las pilas con objeto de poder estimar la rigidez efectiva de éstas (ver apartado 3.6.1.3). Por ello se parte de una estimación del armado en situación persistente. Conocida la armadura y dadas las características de la estructura, se determina la rigidez efectiva de pilas. La rigidez torsional que se considera para el tablero es igual a la mitad de la rigidez a torsión de la sección bruta de la sección transversal, al tratarse de un tablero pretensado (ver 2.3.6.1(4) de UNE-EN 1998-2).

La situación sísmica se analiza mediante el método del modo fundamental. Este análisis supone:

- la determinación de los periodos propios en dirección longitudinal y transversal
- la determinación del factor de comportamiento
- la determinación de los esfuerzos sísmicos
- la comprobación de las armaduras a flexión
- la determinación del armado de las pilas aplicando el cálculo por capacidad

El cálculo de los periodos propios mediante el método del modo fundamental (método del tablero rígido) se contrasta con un cálculo con el método multimodal, donde se comprobará que el modo fundamental moviliza más del 90% de la masa de la estructura.

Finalmente, se detalla el armado de los fustes.

5.2.2.2 Dimensionamiento en situación persistente

En la [Tabla 19](#) y la [Tabla 20](#) se muestra un resumen de los esfuerzos generados por las hipótesis individuales en la sección superior y la sección inferior de la pila³¹. En estas tablas se incluyen también los coeficientes parciales correspondientes a la situación de cálculo persistente y los factores de simultaneidad ψ_0 . Tanto para el pretensado como para la carga muerta se incluye un valor superior y un valor inferior de la acción³². A partir de estos valores se han generado las envolventes correspondientes a la situación persistente, sin efectos de segundo orden, que se muestran en la [Tabla 21](#).

31 Estos esfuerzos se han generado a partir de un modelo estructural con secciones brutas, no fisuradas, porque esto es lo habitual en el caso para el análisis de la situación casi-permanente. Aunque para el análisis de las acciones de sismo, posteriormente se consideran rigideces fisuradas, no se recalculan los esfuerzos anteriores. Esto queda del lado de la seguridad para el dimensionamiento de las pilas en este ejemplo.

32 Los valores superior e inferior de la acción correspondientes a la carga muerta están de acuerdo con el Anejo Nacional de UNE-EN 1991-1-1 que modifica el valor recomendado del apartado 5.2.3(3), que plantea una variación del espesor de pavimento de $\pm 20\%$. En su lugar, el valor inferior se toma igual al valor nominal y el superior se obtiene incrementando el espesor del pavimento en un 50%.

Tabla 19 Esfuerzos debidos a hipótesis individuales en sección superior de la pila

Hipótesis			N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	γ_{inf}	γ_{sup}	ψ_0	
G	Peso propio		-3669	0	-13	0	61	0	1,00	1,35	-	
	Pretensado a $t=0$ ($P_{t=0}$)		353	0	-23	0	193	0	1,00	1,00	-	
	Pretensado a $t=\infty$ ($P_{t=\infty}$)		300	0	-20	0	164	0	1,00	1,00	-	
	Carga muerta inferior		-769	0	-3	0	13	0	1,00	1,35	-	
	Carga muerta superior		-1019	0	-4	0	17	0	1,00	1,35	-	
Q	N_{max}	UDL	65	10	35	-8	-137	33	0,00	1,35	0,40	
		TS	124	15	67	-13	-261	51	0,00	1,35	0,75	
	N_{min}	UDL	-1242	-58	-39	7	157	672	0,00	1,35	0,40	
		TS	-1184	-89	26	21	-140	798	0,00	1,35	0,75	
	$M_{y,max}$	UDL	-655	-27	-80	-1	375	392	0,00	1,35	0,40	
		TS	-702	-33	-122	-1	570	482	0,00	1,35	0,75	
	$M_{y,min}$	UDL	-522	-22	76	-1	-356	313	0,00	1,35	0,40	
		TS	-823	-48	78	12	-414	432	0,00	1,35	0,75	
	M_z	UDL	-833	-72	-3	-2	14	1047	0,00	1,35	0,40	
		TS	-985	-103	-24	24	125	953	0,00	1,35	0,75	
	Frenado			-24	0	-237	0	806	0	0,00	1,35	0,00
	Viento transversal			-237	-97	0	0	5	-20	0,00	1,50	0,60
	Viento longitudinal			-7	0	-65	0	220	0	0,00	1,50	0,60

Tabla 20 Esfuerzos debidos a hipótesis individuales en sección inferior de la pila

Hipótesis		N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	γ_{inf}	γ_{sup}	ψ_0	
G	Peso propio	-3867	0	-13	0	-31	0	1,00	1,35	-	
	Pretensado a $t=0$ ($P_{t=0}$)	353	0	-23	0	32	0	1,00	1,00	-	
	Pretensado a $t=\infty$ ($P_{t=\infty}$)	300	0	-20	0	27	0	1,00	1,00	-	
	Carga muerta inferior	-769	0	-3	0	-6	0	1,00	1,35	-	
	Carga muerta superior	-1019	0	-4	0	-8	0	1,00	1,35	-	
Q	N_{max}	UDL	65	10	35	-8	109	100	0,00	1,35	0,40
		TS	124	15	67	-13	207	154	0,00	1,35	0,75
	N_{min}	UDL	-1242	-58	-39	7	-119	264	0,00	1,35	0,40
		TS	-1184	-89	26	21	43	175	0,00	1,35	0,75
	$M_{y,max}$	UDL	-522	-22	76	-1	177	162	0,00	1,35	0,40
		TS	124	15	67	-13	207	154	0,00	1,35	0,75
	$M_{y,min}$	UDL	-655	-27	-80	-1	-187	202	0,00	1,35	0,40
		TS	-702	-33	-122	-1	-284	249	0,00	1,35	0,75
	M_z	UDL	-833	-72	-3	-2	-7	540	0,00	1,35	0,40
		TS	-68	23	-28	-25	-83	348	0,00	1,35	0,75
	Frenado		-24	0	-237	0	-849	0	0,00	1,35	0,00
	Viento transversal		-237	-97	-3	0	-8	-699	0,00	1,50	0,60
	Viento longitudinal		-7	0	-65	0	-232	0	0,00	1,50	0,60

Tabla 21 **Envoltentes para el dimensionamiento de la pila en situación persistente, sin efectos de segundo orden**

SECCIÓN SUPERIOR						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-3622	166	51	-18	-109	100
$N_{Ed,min}$	-9532	-286	-60	39	298	1967
$M_{Ed,y,max}$	-7152	-48	-622	-1	2457	700
$M_{Ed,y,min}$	-5212	-60	497	11	-1781	607
$M_{Ed,z}$	-8286	-150	-79	29	453	2719
SECCIÓN INFERIOR						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-3820	166	57	-18	270	1259
$N_{Ed,min}$	-9799	-286	-63	39	-135	-37
$M_{Ed,y,max}$	-4450	3	486	-13	1778	243
$M_{Ed,y,min}$	-7419	-48	-622	-1	-1897	361
$M_{Ed,z}$	-7315	20	-81	-37	-140	1829

Se ha llevado a cabo un dimensionamiento para la situación persistente, teniendo en cuenta los esfuerzos de segundo orden, que se han determinado aplicando el método de la curvatura nominal descrito en el apartado 5.8.8 de UNE-EN 1992-1-1. Simplificadamente, se ha considerado cada pila como elemento aislado traslacional. Los esfuerzos de dimensionamiento en situación persistente se presentan en la [Tabla 22](#) donde se detallan los momentos adicionales a considerar por la imperfección geométrica, M_{imp} (de acuerdo con el apartado 5.2 de UNE-EN 1992-1-1) y los momentos adicionales por efectos de segundo orden, M_2

En la [Figura 106](#) se muestra la comprobación de las secciones críticas de la pila en Estado Límite Último para la situación persistente suponiendo un armado de 30Ø25 que se considera adecuado.

Tabla 22 Esfuerzos envolventes para el dimensionamiento de la pila en situación persistente, con efectos de segundo orden

SECCIÓN SUPERIOR							
Envolvente	N [kN]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$\sqrt{M_y^2 + M_z^2}$	M_{imp} [kNm]	M_2 [kNm]	M_{Ed} [kNm]
$N_{Ed, max}$	-3622	-109	100	148	41	169	359
$N_{Ed, min}$	-9532	298	1967	1989	109	274	2373
$M_{Ed, y, max}$	-7152	2457	700	2555	82	203	2840
$M_{Ed, y, min}$	-5212	-1781	607	1882	60	155	2097
$M_{Ed, z}$	-8286	453	2719	2756	95	232	3084
SECCIÓN INFERIOR							
Envolvente	N [kN]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$\sqrt{M_y^2 + M_z^2}$	M_{imp} [kNm]	M_2 [kNm]	M_{Ed} [kNm]
$N_{Ed, max}$	-3820	270	1259	1288	44	102	1433
$N_{Ed, min}$	-9799	-135	-37	140	112	437	689
$M_{Ed, y, max}$	-4450	1778	243	1795	51	116	1961
$M_{Ed, y, min}$	-7419	-1897	361	1931	85	192	2208
$M_{Ed, z}$	-7315	-140	1829	1834	84	190	2108

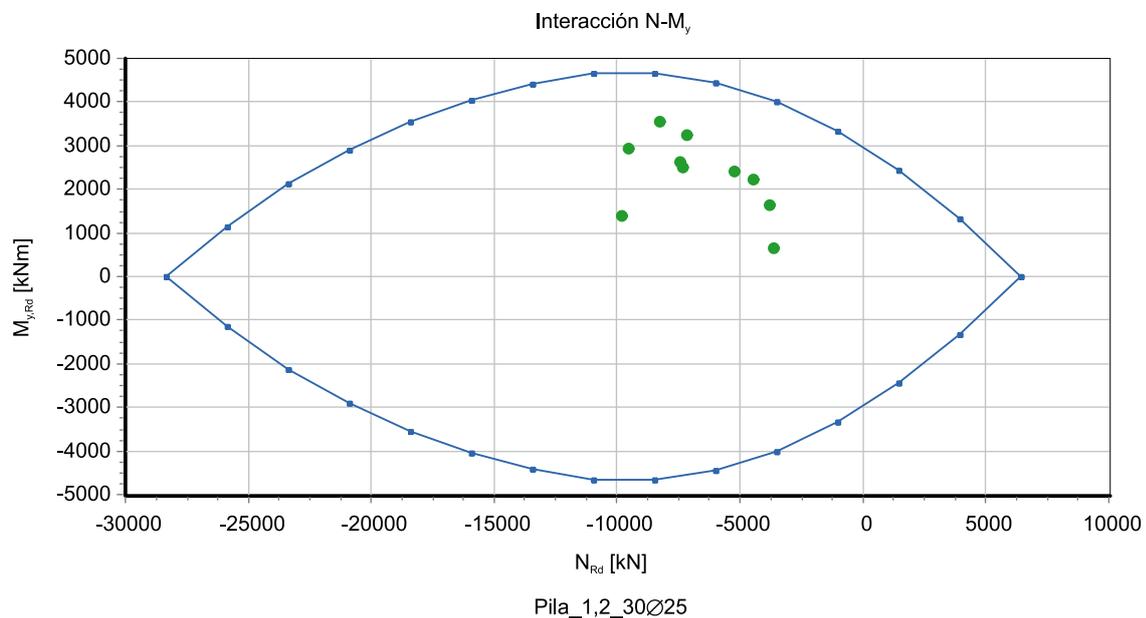


Figura 106 Comprobación del armado propuesto para situación persistente

A continuación se lleva a cabo la verificación de la estructura para la situación sísmica.

5.2.2.3 Cálculo según el método del modo fundamental

5.2.2.3.1 Determinación de la rigidez efectiva secante

Como se indica en el apartado 2.3.6.1 de UNE-EN 1998-2, la rigidez a considerar en pilas de hormigón armado en un análisis sísmico lineal corresponde a la rigidez secante del punto de plastificación, que UNE-EN 1998-2 denomina *rigidez eficaz*. Esta rigidez se puede determinar a partir de la formulación del anejo C de UNE-EN 1998-2. En lo que sigue se adopta la formulación del método 1.

De acuerdo con esta formulación la rigidez efectiva se obtiene sumando a la rigidez correspondiente al punto de plastificación el 8% de la rigidez bruta, para tener en cuenta que hay una zona de la pila que no se fisura y que incluso en la zona fisurada hay una contribución del hormigón traccionado a la rigidez.

La rigidez efectiva se determina para el nivel de axil máximo en situación sísmica, a partir de la curvatura para la cual se plastifica la primera barra. La rigidez efectiva depende del nivel de axil. A efectos de estimar los esfuerzos del sismo será más crítica una rigidez mayor por lo que aquí se considera la posición de las cargas que, en situación sísmica, da lugar al axil máximo. El valor de este axil es de -4846 kN, como se observa en la [Tabla 23](#). Para este valor de axil el momento que corresponde al plano de plastificación de la armadura, obtenido a partir del diagrama momento-curvatura de la sección para este nivel de axil y considerando f_{yd} , es de 3567 kNm. El plano de deformación, que se representa en la [Figura 107](#), queda definido por una curvatura $1/r = 3,544 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ y una profundidad de la fibra neutra de $53,1$ cm.

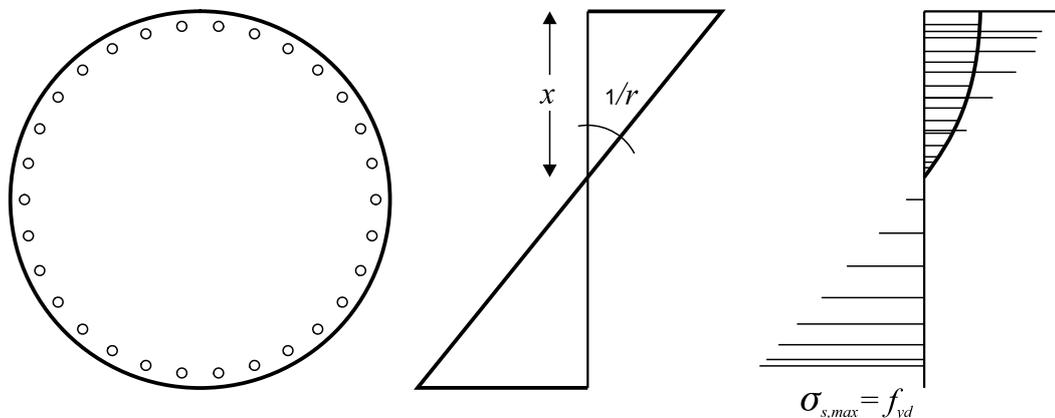


Figura 107 Plano de deformación y diagrama de tensiones para el momento de plastificación con un axil de -4846 kN

De acuerdo con la expresión (C.1) de UNE-EN 1998-2, la rigidez efectiva será igual a:

$$E_c = 22 \left(f_{cm} / 10 \right)^{0,3} = 22 \left(38 / 10 \right)^{0,3} = 32,84 \text{ GPa}$$

$$J_{eff} = 0,08 J_{un} + J_{cr}$$

$$J_{cr} = M_y / \left(E_c \Phi_y \right)$$

$$E_c J_{eff} = 0,08 E_c \pi \frac{\phi^4}{64} + \frac{M_y}{\Phi_y} = 0,08 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \pi \frac{1,2^4}{64} + \frac{3567}{3544 \cdot 10^{-3}} =$$

$$267416 + 1006490 = 1273906 \text{ kNm}^2$$

Dada la geometría y simetría de la estructura ésta cumple las condiciones del apartado 4.2.2.2 de UNE-EN 1998-2 que definen el campo de aplicación del método del modo fundamental. Dentro de estos métodos el que mejor se adapta a este caso, tanto en dirección longitudinal como en dirección transversal, es el método del tablero rígido.

Este método es aplicable siempre en dirección longitudinal en puentes de geometría recta y en dirección transversal si la relación entre la diferencia máxima de desplazamiento transversal entre dos puntos del tablero y el desplazamiento transversal medio del mismo, para la acción sísmica o una carga estática proporcional a las masas es inferior a 0,20 (ver apartado 4.2.2.3(1) de UNE-EN 1998-2). En este caso, según el modelo de cálculo, esta relación es de 0,01, por lo que la condición anterior se cumple muy holgadamente.

5.2.2.3.2 Determinación de los periodos propios

El periodo propio fundamental de la estructura se determina a partir de la masa y de la rigidez efectiva. La masa a considerar es la correspondiente al peso propio del tablero, la carga muerta, la sobrecarga casi-permanente y una fracción de la masa de las pilas. El peso del tablero se determina a partir del área de la sección transversal, que es de 5,84 m² y la longitud total del puente, que, teniendo en cuenta la zona de apoyo en estribos, es de 0,5+20+25+20+0,5 = 66 m. Por tanto, la masa del tablero es de 5,84·66·2,5 = 964 t. Además, debe incluirse el 50% de la masa de las pilas, lo cual supone una masa adicional de 1,13·7·2,5 = 20 t.

Como carga muerta, se adopta el valor superior, dado que se trata de la situación más desfavorable. Esta carga muerta consiste en un pavimento de 8,0 cm de espesor nominal y 24 kN/m³ de densidad, que se incrementa en un 50% (de acuerdo con lo especificado en el Anejo Nacional respecto del apartado 5.3.2 (3) de UNE-EN 1991-1), extendido a 11 m de ancho entre pretilas. Por tanto, el valor superior de la masa correspondiente al pavimento es de 1,50·0,08·2,4·11·66 = 209 t. Además, se disponen dos pretilas cuyo peso es de 4,8 kN/m cada uno, por lo que la masa correspondiente es de 2·0,48·66 = 64 t.

También hay que considerar el valor casi-permanente de la sobrecarga que, en situación sísmica (ver apartado 3.6.1.1), es del 20% de la sobrecarga uniforme (UDL) característica, siendo nulo el valor casi-permanente correspondiente a los vehículos pesados (TS). La UDL casi-permanente, de acuerdo con las cargas de tráfico en puentes de carretera establecidas en

UNE-EN 1991-2 y su Anejo Nacional, con la aplicación del factor de simultaneidad $\psi_{2,1}$, supone una masa, extendida al ancho de 11 m de plataforma, de:

$$\psi_{2,1 \text{ UDL}} = 0,20 \left(0,9 \cdot 3 + (11 - 3) 0,25 \right) 66 = 62,0 \text{ t}$$

Por tanto, la masa casi-permanente total, de acuerdo con la combinación sísmica que se establece en la expresión (81)³³, y aplicando los valores anteriores será:

$$\sum_{j \geq 1} G_{kj} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} = G_{\text{tablero}} + G_{\text{pilas}} + G_{\text{pav.sup}} + G_{\text{pretilas}} + \psi_{2,1 \text{ UDL}} =$$

$$964 + 20 + 209 + 64 + 62 = 1319 \text{ t}$$

Respecto de la rigidez del sistema, ésta se puede evaluar a partir de la rigidez seccional efectiva del hormigón, calculada anteriormente ($E_c J_{\text{eff}}$), imponiendo en el modelo de cálculo en el que la rigidez de las pilas se determina a partir del valor anterior, fuerzas horizontales proporcionales al peso propio en la dirección longitudinal y en la dirección transversal. La rigidez tendrá una expresión del tipo:

$$K_{\text{global}} = 2k \frac{E_c J_{\text{eff}}}{L^3} + K_{\text{neop-estr}} = 2k \frac{1273906}{7^3} + 2 \cdot 6545 = 7428 k + 13090 \text{ kN/m}$$

El valor de k dependerá del grado de empotramiento de las pilas, siendo:

$k = 12$ aproximadamente, para un empotramiento perfecto (algo menos porque parte de las fuerzas inerciales se aplican como carga distribuida en las pilas)

$k = 3$ si la estructura es un voladizo

Aplicando, en el modelo con rigidez fisurada, una fuerza longitudinal proporcional a la masa de la estructura se obtiene una rigidez de 94964 kN/m, lo cual supone un factor $k = 11,02$, es decir, próximo a un empotramiento perfecto.

En dirección transversal, el grado de empotramiento depende de la rigidez a torsión del tablero, que debe introducirse correctamente. Para el análisis llevado a cabo aquí, se ha estimado la rigidez torsional del tablero mediante fórmula de Bredt, aplicada únicamente al núcleo del tablero, despreciando la contribución de las alas. Además, este valor se ha reducido por un factor de 2, de acuerdo con el apartado 2.3.6.1(4) de UNE-EN 1998-2. En la **Figura 108** se muestran los valores necesarios para el cálculo de la inercia a torsión cuyo detalle se desarrolla a continuación, donde A es el área encerrada por el perímetro medio que resiste la torsión, l_i son la longitud de cada uno de los lados de esta sección media y e_i son los espesores correspondientes:

³³ Aunque la expresión (81) se establece en términos de fuerzas (E_i ; valor de cálculo del efecto de las acciones), se aplica para la determinación de la masa casi-permanente, expresada, por tanto, en unidades de masa.

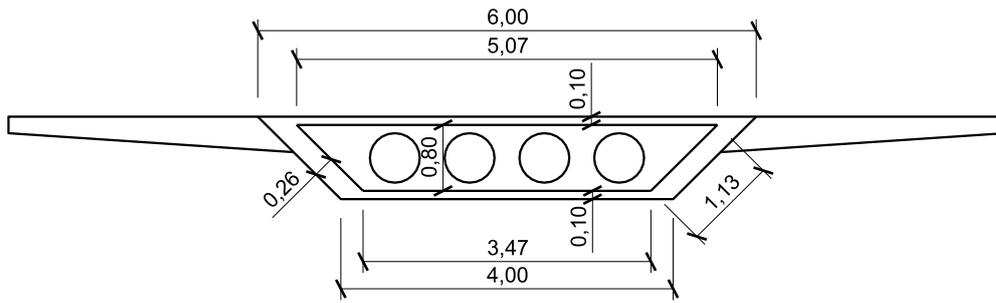


Figura 108 Geometría de la sección transversal del tablero para el cálculo de la inercia a torsión

$$I_x = \frac{4A^2}{\sum \frac{l_i}{e_i}} = \frac{4 \left(\frac{3,47 + 5,07}{2} \times 0,8 \right)^2}{\frac{3,47}{0,20} + \frac{5,07}{0,20} + 2 \frac{1,13}{0,52}} = 0,99 \text{ m}^4 \rightarrow 50\% I_t = 0,496 \text{ m}^4$$

En este caso, con el modelo sometido a fuerzas transversales al eje y proporcionales a la masa de la estructura, se obtiene un desplazamiento prácticamente uniforme que da lugar a una rigidez de 56 213 kN/m, lo cual supone un factor $k = 5,81$, es decir bastante menos que un empotramiento perfecto.

Con estos valores, se pueden determinar los periodos propios fundamentales en la dirección longitudinal T_L y en la dirección transversal T_T ³⁴:

$$T_L = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{1319}{94964}} = 0,74 \text{ s}$$

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1319}{56213}} = 0,96 \text{ s}$$

5.2.2.3.3 Determinación del factor de comportamiento

Para determinar las fuerzas del sismo de cálculo, resulta necesario determinar el factor de comportamiento. El factor de comportamiento se determina a partir de la Tabla 4.1 de UNE-EN 1998-2 (ver la [Tabla 13](#) de esta *guía*). Para un comportamiento dúctil, el factor de comportamiento q es igual a $3,5\lambda(\alpha_s)$, siendo α_s , de acuerdo con la [Tabla 13](#), la esbeltez a cortante de la pila, es decir, la relación entre la distancia de la rótula plástica al punto de momento nulo y el canto de la pila.

En este caso al ser la armadura de la pila constante y suponer la formación de rótulas plásticas en los dos extremos de la pila, α_s es igual a la mitad de la altura de la pila, es decir, 3,5 m. Si este valor se divide por el canto, 1,2 m, se obtiene que el valor de α_s es igual a 2,92 m.

$$\alpha_s = \frac{L_s}{h} = \frac{H_{pila}/2}{h} = \frac{3,5}{1,2} = 2,92 \text{ m}$$

³⁴ En este análisis simplificado se omite el sismo en dirección vertical. Su control se confía a sistemas de topes verticales en estribos y al empotramiento de las pilas en el tablero. En el apartado 5.2.2.4 se comparan los resultados con un análisis multimodal completo que tiene en cuenta la componente vertical.

Por tanto, el factor de comportamiento, dado que $3 > \alpha_s \geq 1,0$, se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\lambda(\alpha_s) = \sqrt{\frac{\alpha_s}{3}} = \sqrt{\frac{2,92}{3}} = 0,987 \rightarrow q = 3,5 \lambda(\alpha_s) = 3,5 \cdot 0,987 = 3,45$$

resultando ligeramente inferior a 3,5.

Por otra parte, debe analizarse si hay que reducir el factor de comportamiento por axil excesivo. Esto solo ocurre si el axil reducido respecto de la capacidad característica de la sección a compresión es mayor de 0,3, de acuerdo con el apartado 4.1.6(5)P de UNE-EN 1998-2. En situación sísmica, como se deduce de la [Tabla 23](#), el axil máximo concomitante con el sismo (despreciando el efecto del propio sismo) es 4846 kN, lo cual da lugar a un axil reducido de:

$$\eta_k = \frac{N_k}{A_c f_{ck}} = \frac{4846}{1,13 \cdot 30000} = 0,14$$

Por tanto, no hay reducción adicional del factor q por este motivo.

Finalmente, tampoco hay que reducir el factor q por irregularidad (ver apartado 4.18 de UNE-EN 1998-2) dada la simetría del problema.

5.2.2.3.4 Determinación de los esfuerzos sísmicos

Envolturas de esfuerzos concomitantes con el sismo

En situación sísmica, las envolturas de esfuerzos en la sección superior e inferior de pila concomitantes con el sismo se recogen en la [Tabla 23](#).

Tabla 23 **Envolturas de esfuerzos en pila concomitantes con la acción sísmica (cargas permanentes más valor casi-permanente de la sobrecarga uniforme de tráfico)**

SECCIÓN SUPERIOR						
Envoltura	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-4125	2	-28	-2	211	7
$N_{Ed,min}$	-4648	-12	-44	1	274	134
$M_{Ed,y,max}$	-4530	-5	-52	0	317	78
$M_{Ed,y,min}$	-4242	-4	-20	0	167	63
$M_{Ed,z}$	-4566	-14	-37	0	245	209
SECCIÓN INFERIOR						
Envoltura	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-4323	2	-28	-2	12	20
$N_{Ed,min}$	-4846	-12	-44	1	-36	53
$M_{Ed,y,max}$	-4440	-4	-20	0	26	32
$M_{Ed,y,min}$	-4728	-5	-52	0	-49	40
$M_{Ed,z}$	-4764	-14	-37	0	-13	108

Esfuerzos sísmicos

La aceleración de cálculo correspondiente a los periodos determinados en el apartado 5.2.2.3.2 se obtiene mediante la segunda y la tercera de las ecuaciones de la expresión (78), utilizando el espectro de tipo 1 (ver Figura 101) que resulta condicionante, dado que los periodos son uno inferior a T_C ($= 0,80$ s) y otro ligeramente superior a este valor.

$$S_d(T_L) = a_g S \frac{2,5}{q} = 0,15 g 1,35 \frac{2,5}{3,45} = 0,15 g$$

$$S_d(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] = 0,15 g 1,35 \frac{2,5}{3,45} \left[\frac{0,8}{0,96} \right] = 0,12 g$$

El efecto estructural del sismo en la dirección longitudinal y transversal se puede determinar aplicando al modelo fuerzas estáticas equivalentes correspondientes a la expresión (4.12) de UNE-EN 1998-2, como sigue:

$$F = MS_d(T) \Rightarrow \begin{cases} \text{Longitudinal: } F_L = 1319 \cdot 0,15 \cdot 9,81 = 1941 \text{ kN} \\ \text{Transversal: } F_T = 1319 \cdot 0,12 \cdot 9,81 = 1553 \text{ kN} \end{cases}$$

Los esfuerzos sísmicos resultantes en pilas se resumen en la Tabla 24, donde también se indica la combinación sísmica de ambos efectos a través de la regla SRSS según el apartado 4.2.1.4 (1) de UNE-EN 1998-2.

Tabla 24 Esfuerzos en pila debidos al sismo longitudinal y al sismo transversal

SECCIÓN SUPERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-86	0	-830	0	2864	0
Sismo Transversal: E _y	0	-703	0	1	0	1650
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	86	703	830	1	2864	1650
SECCIÓN INFERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-86	0	-859	0	-3049	0
Sismo Transversal: E _y	0	-730	0	1	0	-3363
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	86	730	859	1	3049	3363

Efectos de segundo orden

Para la evaluación de los efectos de segundo orden en pilas resulta necesario obtener también el desplazamiento elástico correspondiente al espectro de cálculo que UNE-EN 1998-2 denomina d_{Ee}

De acuerdo con la expresión (3.7) de UNE-EN 1998-1, el desplazamiento espectral d_{Ee} se obtiene multiplicando las aceleraciones espectrales de cada dirección por $(T/2\pi)^2$. Los desplazamientos que se obtienen del cálculo lineal empleando el factor de comportamiento q , en dirección longitudinal y transversal debidos al sismo valen:

$$S_{Dd}(T_L) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,15 \cdot 9,81 \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,45} \left[\frac{0,71}{2\pi} \right]^2 = 0,018 \text{ m}$$

$$S_{Dd}(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_c}{T} \right] \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,14 \cdot 9,81 \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,45} \left[\frac{0,80}{0,96} \right] \left[\frac{0,96}{2\pi} \right]^2 = 0,026 \text{ m}$$

Los esfuerzos de segundo orden en pilas M_{y2} y M_{z2} se determinan con los incrementos de momentos flectores ΔM que se deducen a partir de la expresión (5.3) de UNE-EN 1998-2, que queda recogida en la expresión (88) de esta *guía*.

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ee} N_{Ed} \rightarrow \begin{cases} \Delta M_y = \frac{1+3,45}{2} 0,018 N_{Ed} = 0,04 N_{Ed} \\ \Delta M_z = \frac{1+3,45}{2} 0,026 N_{Ed} = 0,06 N_{Ed} \end{cases}$$

Combinación de esfuerzos en situación sísmica

En la [Tabla 25](#) se resume la combinación de esfuerzos en pilas en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden. Aprovechando que se trata de una sección circular, la flexión es recta y el momento a considerar en la comprobación es la composición de los momentos en Y y Z .

Tabla 25 Combinación de esfuerzos en pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden

SECCION SUPERIOR									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,06N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y2}^2 + M_{z2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-4039	705	802	-1	3074	1657	3236	1899	3752
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-4211	-701	-859	-2	-2653	-1644	2822	1896	3400
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-4562	691	786	2	3138	1785	3320	2058	3906
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-4733	-714	-875	1	-2590	-1516	2779	1800	3311
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-4445	697	778	0	3181	1729	3359	1995	3907
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-4616	-708	-883	-1	-2546	-1572	2731	1849	3298
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-4328	-707	-851	-1	-2697	-1588	2870	1847	3413
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-4157	698	810	0	3031	1713	3197	1962	3751
$M_{Ed,z} + \text{Sismo}$	-4480	688	793	0	3109	1860	3288	2129	3917
$M_{Ed,z} - \text{Sismo}$	-4652	-717	-867	-1	-2619	-1441	2805	1720	3290
SECCION INFERIOR									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,06N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y2}^2 + M_{z2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-4237	731	831	-1	3061	3383	3231	3637	4865
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-4408	-728	-887	-2	-3037	-3343	3214	3607	4831
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-4760	718	815	2	3013	3415	3204	3701	4895
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-4931	-741	-903	1	-3085	-3310	3282	3606	4876
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-4355	725	839	0	3075	3395	3249	3656	4891
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-4526	-734	-879	-1	-3024	-3330	3205	3602	4821
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-4526	-734	-879	-1	-3024	-3330	3205	3602	4821
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-4355	725	839	0	3075	3395	3249	3656	4891
$M_{Ed,z} + \text{Sismo}$	-4355	725	839	0	3075	3395	3249	3656	4891
$M_{Ed,z} - \text{Sismo}$	-4526	-734	-879	-1	-3024	-3330	3205	3602	4821

5.2.2.3.5 Comprobación a flexocompresión

La comprobación a flexocompresión de las pilas para la situación sísmica se presenta en la **Figura 109** utilizando el diagrama de interacción de la sección con la armadura dimensionada para situación persistente, y para la composición de los momentos en Y y Z . Se observa que la situación sísmica es más crítica en este caso que la situación persistente y que resulta, por tanto, necesario aumentar la armadura.

Esto es debido, en parte, a que el Anejo Nacional de UNE-EN 1998-1-1 establece en 5.2.4(3) que, en situación sísmica, deben considerarse los mismos coeficientes parciales de los materiales que en las situaciones persistentes y transitorias. Esta prescripción, tal y como se señalaba en el apartado 3.7.1, contraria a la práctica tradicional española, se justifica por la degradación de la resistencia de los materiales debida a los ciclos de carga a los que se ven sometidos durante un evento sísmico.

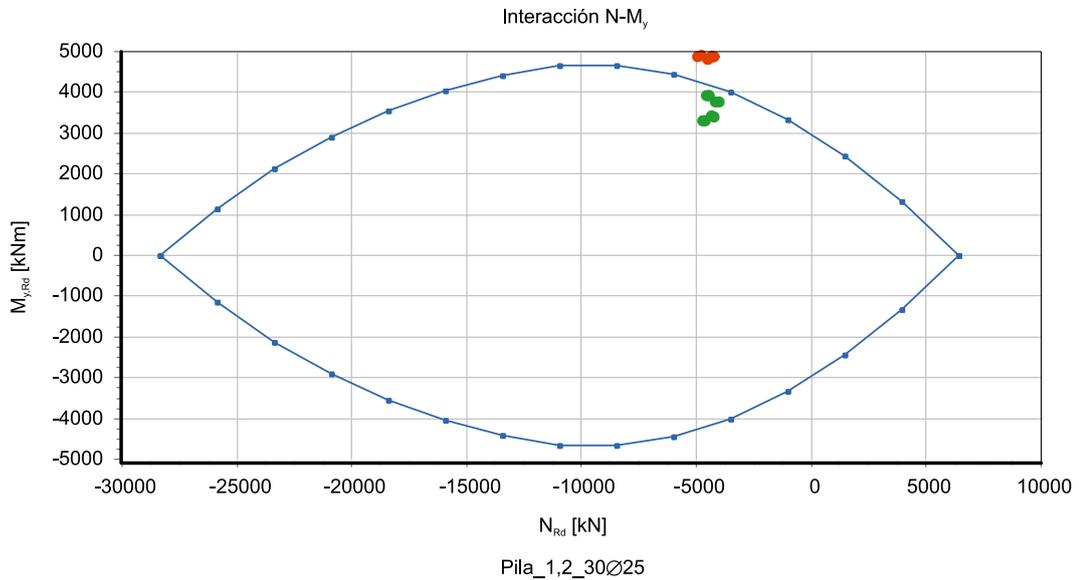


Figura 109 Comprobación de la situación sísmica con la armadura dimensionada en situación persistente (30Ø25)

Sin modificar los esfuerzos, sería suficiente con aumentar la armadura de pila de 30Ø25 a 30Ø32, como se puede observar a través del diagrama de interacción correspondiente a este armado (ver Figura 110).

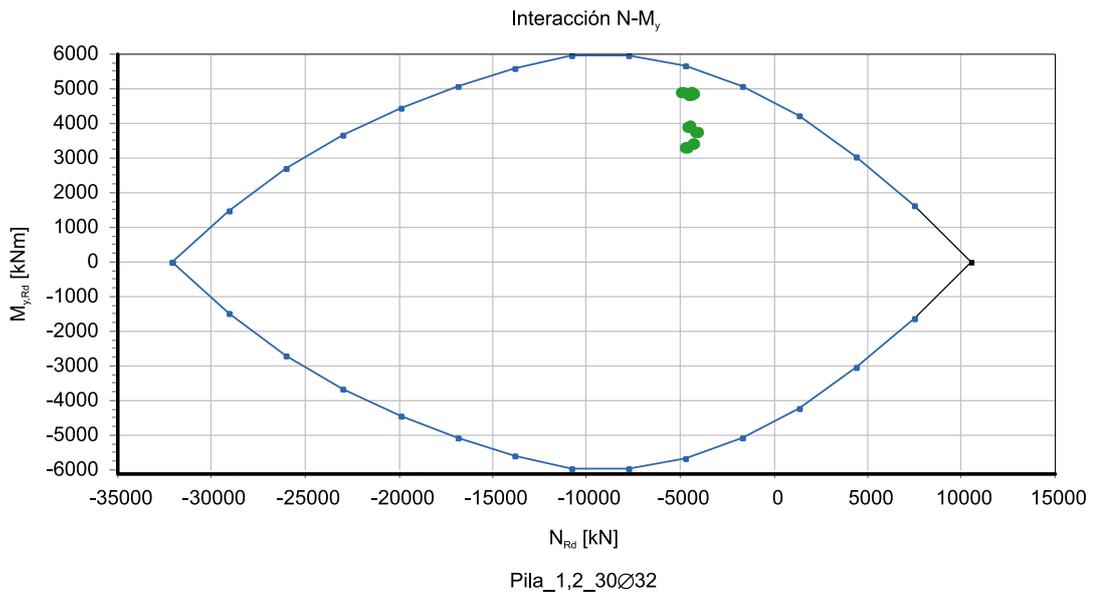


Figura 110 Comprobación de la situación sísmica con 30Ø32

El cambio de armadura, sin embargo, aumentará la rigidez fisurada y modificará la rigidez efectiva y, por tanto, el periodo propio, que se reducirá. No obstante, se prevé que la modificación será pequeña puesto que el periodo longitudinal ya se encuentra en la meseta ($T_L < T_C$) y el periodo transversal está muy próximo.

Para comprobar que la solución es válida se ha llevado a cabo un nuevo cálculo con estas premisas. En este caso, con la nueva armadura, para un axil de $-4\,846$ kN, el momento de plastificación es de $4\,687$ kNm y corresponde a un plano de deformación definido por una curvatura de $3,605 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ y una profundidad de la fibra neutra de $54,14$ cm.

Con ello la rigidez de la sección fisurada se verá modificada según:

$$E_c J_{eff} = 0,08 E_c \pi \frac{\phi^4}{64} + \frac{M_y}{\Phi_y} = 0,08 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \pi \frac{1,2^4}{64} + \frac{4687}{3,605 \cdot 10^{-3}} =$$

$$267\,416 + 1\,300\,139 = 1\,567\,555 \text{ kNm}^2$$

En este caso sólo interesa evaluar la rigidez en dirección transversal, puesto que, al encontrarse el periodo longitudinal en la zona de aceleración máxima, y ser la sección ligeramente más rígida, este hecho no dará lugar a ninguna variación de las acciones sísmicas en dirección longitudinal.

Con la rigidez seccional anterior la rigidez transversal de la estructura es de $65\,538$ kN/m. El periodo transversal, con esta rigidez transversal de la estructura, adopta el siguiente valor:

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1319}{65538}} = 0,89 \text{ s}$$

y, la aceleración sísmica espectral:

$$S_d(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] = 0,15 \text{ g } 1,35 \frac{2,5}{3,45} \left[\frac{0,8}{0,89} \right] = 0,13 \text{ g}$$

Por tanto, este valor, apenas varía un 8% el esfuerzo sísmico en la dirección transversal, y puede darse por válida la solución con $30\text{Ø}32$, que ya contaba una holgura de este mismo orden de magnitud.

5.2.2.3.6 Cálculo por capacidad

A continuación se determina la armadura de cortante necesaria para las pilas del puente aplicando el dimensionamiento por capacidad. El momento resistente varía en función del nivel de axil, que, a su vez, depende de la envolvente de cálculo considerada. Para el nivel de axiles solicitantes en la situación sísmica su efecto es favorable (ver diagrama de interacción de [Figura 110](#)), por lo que el máximo momento resistente corresponderá al máximo axil, que de acuerdo con la [Tabla 25](#), teniendo ya en cuenta el axil debido al sismo, es de $-4\,931$ kNm. El momento último para este nivel de axil, cuando la pila está armada con $30\text{Ø}32$, es de $5\,679$ kNm.

Al ser el axil reducido η_k de 0,15, según se explicita en la siguiente expresión:

$$\eta_k = N_{Ed} / (A_c f_{ck}) = 4931 / \left(\pi \frac{1,2^2}{4} 30000 \right) = 0,15$$

y por tanto superior a 0,10, de acuerdo con el apartado 5.3(4) de UNE-EN 1998-2, hay que incrementar el coeficiente de sobrerresistencia γ_0 por un factor de $1 + 2(\eta_k - 0,1)^2$.

De esta forma, el momento de sobrerresistencia viene dado por:

$$M_o = \gamma_0 M_{Rd} = 1,35 \left[1 + 2(\eta_k - 0,1)^2 \right] M_{Rd} = 1,35 \left[1 + 2(0,15 - 0,1)^2 \right] 5679 = 1,35 \cdot 1,005 \cdot 5679 = 7705 \text{ kNm}$$

El momento por capacidad M_C para el que debe dimensionarse la zona de la pila exterior a la rótula plástica corresponde al momento que existe al final de la rótula plástica. De acuerdo con el apartado 6.2.1.5 de UNE-EN 1998-2, la longitud de la rótula plástica, L_h , se toma igual al mayor valor entre el canto de la sección según la dirección de la flexión y la distancia entre el empotramiento y la sección en la cual el momento de cálculo es igual al 80% del momento máximo.

$$L_h = \max(1,2; (1 - 0,8)3,5) = 1,2 \text{ m}$$

A partir del valor de L_h obtenemos M_C que, como puede comprobarse en la expresión siguiente, es inferior a M_{Rd} , por lo que resulta adecuado limitar la zona confinada a la longitud L_h

$$M_C = 7705 \frac{3,5 - 1,2}{3,5} = 5063 \text{ kNm} \leq M_{Rd} = 5679 \text{ kNm}$$

Por equilibrio y suponiendo que se forman las rótulas plásticas tanto en la sección superior como inferior de la pila (lo cual maximiza el cortante), el cortante que debe resistir la sección será de:

$$V_C = \frac{\gamma_0 M_{Rd}}{\frac{L}{2}} = \frac{7705}{3,5} = 2201 \text{ kN}$$

En la zona de la rótula plástica este cortante debe resistirse calculando la armadura necesaria de acuerdo con el apartado 6.2.3(3) de UNE-EN 1992-1-1, pero suponiendo un ángulo de inclinación de la biela igual a 45°, tal y como prescribe el apartado 5.6.3.4(2)P de UNE-EN 1998-2. Además, para secciones circulares, el apartado 5.6.3.3(2) de UNE-EN 1998-2 proporciona un criterio para definir el canto útil de secciones circulares fuera de la rótula plástica. De acuerdo con esta formulación, el canto útil d puede tomarse igual a d_e , que viene definido por:

$$d_e = r + 2 \frac{r_s}{\pi} \tag{162}$$

donde:

- r radio de la sección
- r_s radio del anillo de armaduras

A falta de un criterio para definir el canto útil de secciones circulares a efectos de dimensionamiento a cortante en la zona de la rótula plástica ($d_{e,rot}$), donde se pierde el recubrimiento,

en este documento se adopta el valor anterior multiplicado por la relación entre el canto confinado y el canto total de la sección.

Los Eurocódigos, tampoco proporcionan ningún criterio para determinar el valor del ancho de cortante b_w . Por ello, aquí se adopta el criterio que establece la EHE-08 [38] que supone dividir el canto útil en cuatro partes y considerar el menor ancho de la sección entre el correspondiente a una distancia igual a $d/4$ desde la cara de la sección más comprimida, o el correspondiente a d (ver Figura 111). Igualmente, en la zona de la rótula se adopta este valor multiplicado por la relación entre el diámetro del núcleo confinado y el diámetro exterior de la sección.

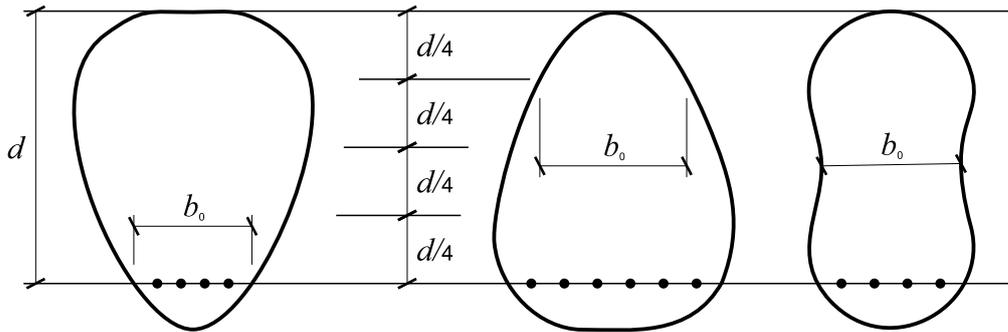


Figura 111 Criterio para la definición del ancho de una sección no rectangular (de acuerdo con EHE-08, donde b_0 corresponde al ancho b_w de acuerdo con la notación en UNE-EN 1992-1-1)

Con estas condiciones, a continuación se procede, por un lado, a comprobar el agotamiento de la biela de compresión en la rótula, y, por otro, a dimensionar la armadura de cortante necesaria en la zona de la rótula (por simplicidad, se adopta $\gamma_{Bd} = \gamma_{Bd1}$, de acuerdo con la alternativa 2 que plantea el apartado 5.6.3.3(1)P de UNE-EN 1998-2):

$$d_e = 0,6 + 2 \frac{0,55}{\pi} = 0,95 \text{ m}$$

$$d_{e,rot} = d_e \frac{\phi_{conf}}{\phi} = 0,95 \frac{1,10}{1,2} = 0,87 \text{ m}$$

$$b_w = \min \left(\begin{array}{l} 2 \sqrt{\left(r^2 - \left(r - \frac{d}{4} \right)^2 \right)} = 2 \sqrt{\left(0,6^2 - \left(0,6 - \frac{0,95}{4} \right)^2 \right)} \\ 2 \sqrt{\left(r^2 - (d-r)^2 \right)} = 2 \sqrt{\left(0,6^2 - (0,95 - 0,6)^2 \right)} \end{array} \right) = 0,96 \text{ m}$$

$$b_{w,rot} = b_w \frac{\phi_{conf}}{\phi} = 0,96 \frac{1,10}{1,2} = 0,88 \text{ m}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{\gamma_{Bd}} \frac{\alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd}}{\cot 45 + \tan 45} = \frac{1}{1,25} \frac{1,00 \cdot 0,88 \cdot 0,9 \cdot 0,87 \cdot 0,6}{2} \left(1 - \frac{30}{250} \right) \frac{30000}{1,5} =$$

$$2910 \text{ kN} \geq V_C = 2201 \text{ KN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \gamma_{Bd} \frac{V_C}{0,9 d_e f_{ywd}} = 1,25 \frac{2201}{0,9 \cdot 0,87 \frac{50}{1,15}} = 80,82 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para materializar esta armadura resulta necesario disponer 1CØ20 a 0,075 m. Antes de dar esta armadura por válida resulta necesario comprobar si es suficiente para confinar el hormigón de la rótula plástica.

La armadura mínima de confinamiento viene dada por la expresión (135), con $\lambda = 0,37$ para un comportamiento dúctil (ver también expresión (6.7) del apartado 6.2.1.4 de UNE-EN 1998.2):

$$\omega_{w,req} = \frac{A_c}{A_{cc}} \lambda \eta_k + 0,13 \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (\rho_L - 0,01) =$$

$$\frac{1,2^2}{1,1^2} 0,37 \cdot 0,145 + 0,13 \frac{500}{30} \frac{1,5}{1,15} (0,0235 - 0,01) = 0,10$$

$$\eta_k = \frac{4932}{1,13 \cdot 300000} = 0,145$$

$$\rho_L = \frac{33 \cdot 8,04}{11300} = 2,35\%$$

$$\omega_{wd,c} \geq \max(1,4 \omega_{w,req}; \omega_{w,min}) = \max(0,14; 0,18) = 0,18$$

De acuerdo con la definición de las expresiones (6.3) y (6.5) de UNE-EN 1998-2 (ver expresiones (131) y (133)), con 1CØ20 a 0,075, la cuantía de armadura dispuesta resulta igual a:

$$\omega_{wd,c} = \frac{4 A_{sp}}{D_{sp} s_L} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{4 \cdot 3,14}{110 \cdot 7,5} \frac{500}{30} \frac{1,50}{1,15} = 0,33 > 0,18$$

Por tanto, la armadura dispuesta para resistir el cortante cumple holgadamente con la condición de armadura mínima de confinamiento.

Por otra parte, en la zona exterior a la rótula plástica, para dimensionar a cortante, se puede adoptar el criterio habitual de admitir un ángulo de la biela igual a $21,8^\circ$ ($\cot \theta = 2,5$).

Igual que anteriormente, se procede a comprobar el agotamiento de la biela de compresión así como a dimensionar la armadura de cortante en esta zona (por simplicidad, igualmente, se adopta $\gamma_{Bd} = \gamma_{Bd1}$):

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{\gamma_{Bd1}} \frac{\alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{1}{1,25} \frac{1,00 \cdot 0,96 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,6}{2,5 + 0,4} \left(1 - \frac{30}{250} \right) \frac{30000}{1,5} =$$

$$2391 \text{ kN} \geq V_C$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \gamma_{Bd1} \frac{V_C}{0,9 d_e f_{ywd}} \tan \theta = 1,25 \frac{2201}{0,9 \cdot 0,95 \frac{50}{1,15}} \frac{1}{2,5} = 29,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se podría, por lo tanto, disponer 1CØ16 a 0,125 fuera de la zona de la rótula plástica.

5.2.2.4 Comparación del método del tablero rígido con el método multimodal e influencia de la componente vertical

El mismo ejemplo anterior se ha desarrollado utilizando un análisis multimodal, con objeto de contrastar la precisión del método del modo fundamental, en su variante de tablero rígido. Se han considerado 40 modos propios, aunque el modo 1 moviliza el 90,4% de la masa en dirección transversal (dirección global Y) y el modo 3, el 98,6% de la masa en dirección longitudinal (dirección global X). Estos modos se representan en la [Figura 112](#) y en la [Figura 113](#). Se observa que los periodos propios de éstos (0,95 s y 0,72 s) coinciden sensiblemente con los estimados anteriormente mediante el método del modo fundamental (0,96 s y 0,74 s).

Modo 1

Frecuencia: 1,05
Periodo: 0,950

Masa activada:

X: 0%
Y: 90,4%
Z: 0%

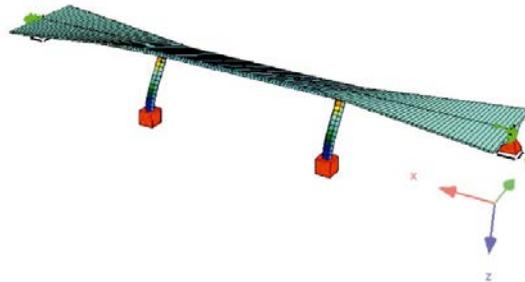


Figura 112 Modo de vibración n°1 que moviliza el 90,4% de la masa en dirección transversal ($T = 0,95$ s)

Modo 3

Frecuencia: 1,39
Periodo: 0,718

Masa activada:

X: 98,6%
Y: 0%
Z: 0

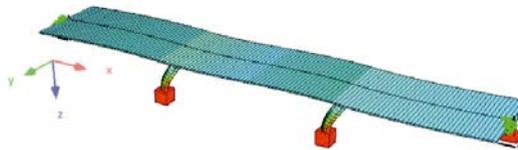


Figura 113 Modo de vibración n°3 que moviliza el 98,6% de la masa en dirección longitudinal ($T = 0,72$ s)

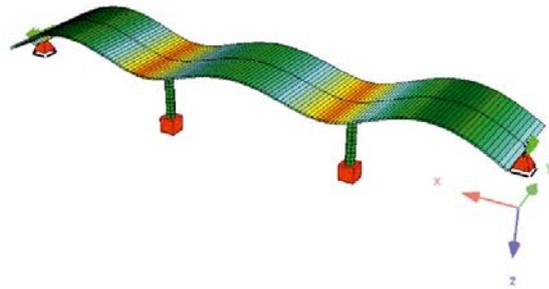
Respecto del sismo vertical, los modos que movilizan masa en esa dirección son el 7 ($T = 0,184$, 78%), el 13 ($T = 0,065$, 3,4%), el 18 ($T = 0,05$, 9,6%) y el modo 24 ($T = 0,032$, 4,3%) (ver [Figura 114](#)). Entre todos ellos, movilizan el 95,3% de la masa total.

Modo 7

Frecuencia: 5,44
 Periodo: 0,184

Masa activada:

X: 0%
 Y: 0%
 Z: 78,2%

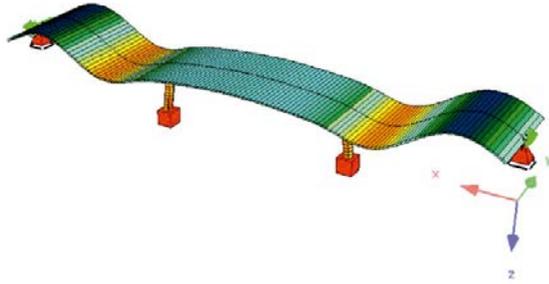


Modo 13

Frecuencia: 15,3
 Periodo: 0,065

Masa activada:

X: 0%
 Y: 0%
 Z: 3,4%

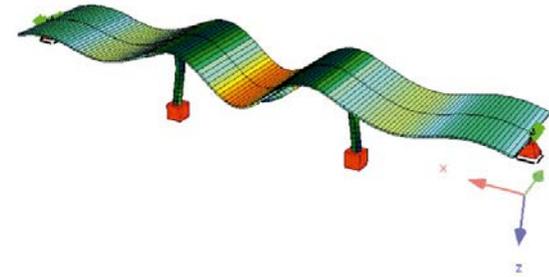


Modo 18

Frecuencia: 20
 Periodo: 0,05

Masa activada:

X: 0%
 Y: 0%
 Z: 9,6%



Modo 24

Frecuencia: 30,9
 Periodo: 0,032

Masa activada:

X: 0%
 Y: 0%
 Z: 4,3%

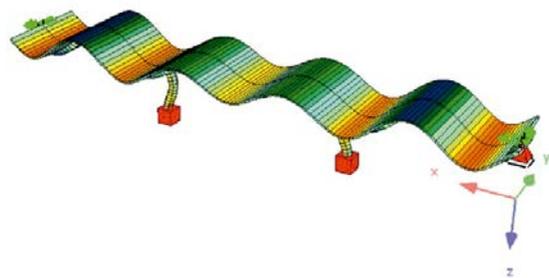


Figura 114 Modos que movilizan masa en la dirección vertical

De acuerdo con el análisis multimodal, el sismo vertical da lugar a los esfuerzos que se muestran en la [Tabla 26](#). Como puede observarse se obtiene fundamentalmente una contribución en términos de axil en la pila.

Tabla 26 Esfuerzos debidos al sismo vertical de acuerdo con el análisis multimodal

SECCIÓN SUPERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
Sismo Vertical: E_z	1265	0	24	0	115	0
SECCIÓN INFERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
Sismo Vertical: E_z	1272	0	26	0	59	0

Si se actualizan los resultados del análisis simplificado teniendo en cuenta la componente vertical del sismo se obtienen los resultados que se muestran en la [Tabla 27](#) y en la [Tabla 28](#).

Tabla 27 Esfuerzos en pila debidos al sismo incluyendo la componente vertical

SECCIÓN SUPERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
Sismo Longitudinal: E_x	-86	0	-830	0	2864	0
Sismo Transversal: E_y	0	-703	0	1	0	1650
Sismo Vertical: E_z	1265	0	24	0	115	0
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$	1268	703	831	1	2866	1650
SECCIÓN INFERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
Sismo Longitudinal: E_x	-86	0	-859	0	-3049	0
Sismo Transversal: E_y	0	-730	0	1	0	-3363
Sismo Vertical: E_z	1272	0	26	0	59	0
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$	1275	730	859	1	3050	3363

Tabla 28 Combinación de esfuerzos en pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden y la componente vertical

SECCION SUPERIOR									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,06N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y,2}^2 + M_{z,2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-2857	705	802	-1	3077	1657	3191	1828	3678
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-5393	-701	-859	-2	-2655	-1644	-2871	-1967	3480
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-3380	691	786	2	3140	1785	3275	1988	3831
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-5916	-714	-875	1	-2592	-1516	-2829	-1871	3392
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-3263	697	778	0	3183	1729	3314	1924	3832
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-5798	-708	-883	-1	-2549	-1572	-2781	-1920	3379
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-5510	-707	-851	-1	-2699	-1588	-2920	-1918	3493
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-2974	698	811	0	3033	1713	3152	1891	3676
$M_{Ed,z} + \text{Sismo}$	-3298	688	794	0	3111	1860	3243	2058	3841
$M_{Ed,z} - \text{Sismo}$	-5834	-717	-868	-1	-2621	-1441	-2854	-1791	3370
SECCION INFERIOR									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,06N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y,2}^2 + M_{z,2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-3048	731	831	-1	3062	3383	3184	3566	4780
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-5598	-728	-888	-2	-3038	-3343	-3262	-3679	4916
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-3571	718	815	2	3014	3415	3157	3630	4810
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-6120	-741	-904	1	-3086	-3310	-3330	-3677	4961
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-3165	725	839	0	3075	3395	3202	3585	4807
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-5715	-734	-880	-1	-3024	-3330	-3253	-3673	4907
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-6003	-734	-880	-1	-3024	-3330	-3264	-3691	4927
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-3453	725	839	0	3075	3395	3214	3602	4827
$M_{Ed,z} + \text{Sismo}$	-3489	725	839	0	3075	3395	3215	3604	4830
$M_{Ed,z} - \text{Sismo}$	-6039	-734	-880	-1	-3024	-3330	-3266	-3693	4930

En la [Figura 115](#) se muestra la verificación de la sección teniendo en cuenta la componente vertical de sismo, que se despreció en el análisis simplificado. Se observa que todos los puntos quedan dentro del dominio resistente.

Es interesante ver cómo el aumento de los momentos máximos debido a los mayores efectos de segundo orden (por el incremento del axil que proporciona la componente vertical del sismo) se ve compensado por la mayor resistencia de la sección con un axil mayor. Esto explica

que no haya problema, a pesar de lo estricto del dimensionamiento efectuado ignorando la componente vertical.

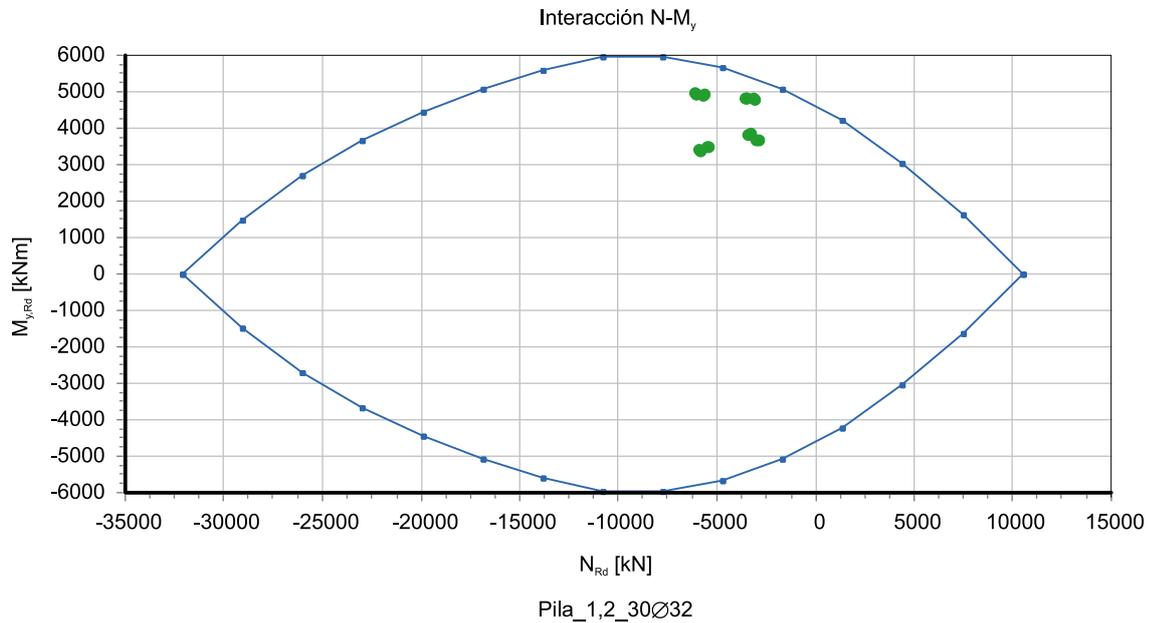


Figura 115 Comprobación de la situación sísmica con 30Ø32, incluyendo la componente vertical

5.2.2.5 Detalle de armado

En la [Figura 116](#) se detalla el armado de la pila a nivel de plano. La armadura longitudinal se mantiene constante en toda la pila e igual a 30Ø32. Para definir la longitud en la que debe disponerse armadura de confinamiento, debe considerarse lo expuesto en el apartado 6.2.1.5(1)P de UNE-EN 1998-2, donde se indica que cuando el axil reducido característico η_k es inferior a 0,3, como es el caso, la armadura de confinamiento debe extenderse a lo largo de la longitud L_h que, en este caso, como se ha obtenido en [5.2.2.3.6](#), es igual a 1,20 m.

Adicionalmente, el apartado 6.2.1.5(4)P de UNE-EN 1998-2, indica que la reducción de la armadura de confinamiento debe ser gradual y que debe disponerse al menos un 50% de la armadura máxima en una distancia igual a L_h al finalizar la rótula plástica. Ello supone disponer, al menos, $80,82/2 = 40,41 \text{ cm}^2/\text{m}$, lo que equivale, aproximadamente a 1CØ16 a 0,10 en una longitud de 1,20 m adicional. En el resto de la pila se puede disponer 1CØ16 a 0,125.

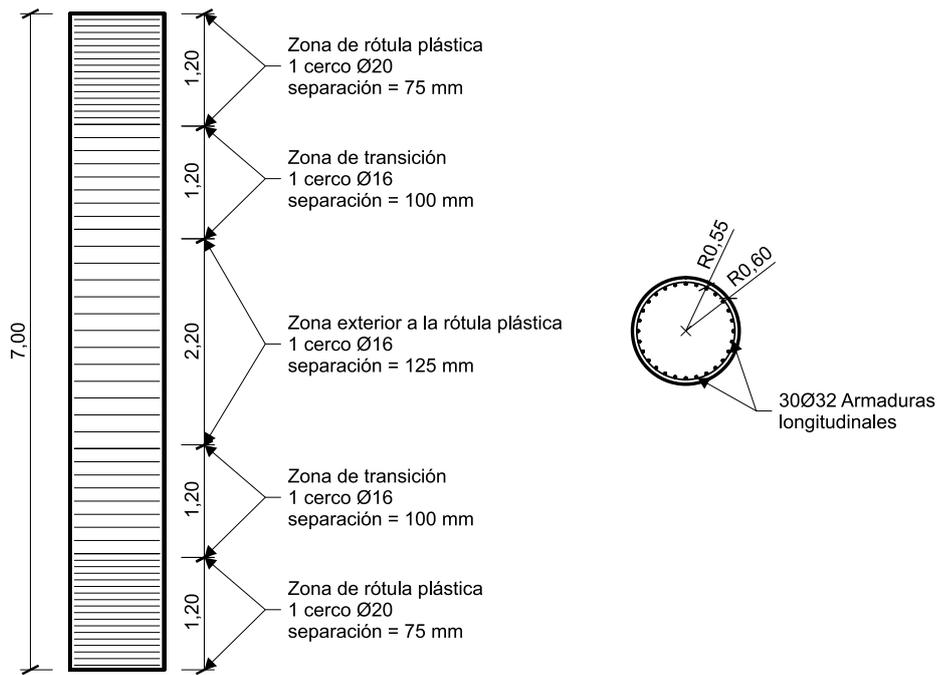


Figura 116 Armado de la pila

5.2.3 Resolución: solución con doble fuste circular

En este apartado se expone una variante en la cual se considera que, en lugar de una pila circular de fuste único, se tiene una pila formada por dos fustes circulares de 1,00 m de diámetro empotrados en el tablero.

Referente a la pila con dos fustes, la rigidez longitudinal es prácticamente la misma puesto que la reducción del canto (de 1,20 m a 1,00 m) se compensa con la duplicación del número de fustes ($1,2^4 = 2,07$). Sin embargo, el funcionamiento como pórtico en dirección transversal contribuye a rigidizar la estructura respecto de la solución con fuste único.

Del dimensionamiento en situación persistente se obtiene una armadura longitudinal en los fustes de $30\text{Ø}25$. Partiendo de esta armadura, a continuación se lleva a cabo la verificación sísmica.

5.2.3.1 Cálculo según el método del modo fundamental

5.2.3.1.1 Determinación de los periodos propios

En **Tabla 29** se muestran los esfuerzos de un fuste correspondientes a las acciones concomitantes con el sismo, donde se puede ver que el axil máximo por fuste es de -2845 kN. Con estos valores se evalúa un valor superior de la rigidez efectiva de las pilas. El momento de plastificación correspondiente, obtenido a partir del diagrama momento-curvatura de la sección para este nivel de axil, es de 2367 kNm y corresponde a un plano de deformación con una curvatura de $4,253 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ y una profundidad de la fibra neutra de $43,50$ cm.

Tabla 29 **Envoltentes de esfuerzos en pilas concomitantes con la acción sísmica (cargas permanentes más valor casi-permanente de la sobrecarga uniforme)**

SECCIÓN SUPERIOR						
Fuste Izquierdo						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-2336	1	-15	0	113	-4
$N_{Ed,min}$	-2845	0	-21	0	137	5
$M_{Ed,y,max}$	-2672	0	-27	0	165	0
$M_{Ed,y,min}$	-2509	0	-10	0	85	0
$M_{Ed,z,max}$	-2711	0	-20	0	130	5
$M_{Ed,z,min}$	-2470	1	-17	0	119	-5
Fuste Derecho						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-2220	-1	-17	0	120	8
$N_{Ed,min}$	-2630	0	-20	0	130	0
$M_{Ed,y,max}$	-2487	-1	-27	0	165	4
$M_{Ed,y,min}$	-2362	0	-10	0	85	3
$M_{Ed,z,max}$	-2358	-1	-20	0	132	9
$M_{Ed,z,min}$	-2491	0	-17	0	117	-1
SECCIÓN INFERIOR						
Fuste Izquierdo						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-2336	1	-15	0	6	1
$N_{Ed,min}$	-2845	0	-21	0	-13	3
$M_{Ed,y,max}$	-2509	0	-10	0	16	2
$M_{Ed,y,min}$	-2672	0	-27	0	-23	2
$M_{Ed,z,max}$	-2844	0	-19	0	-4	4
$M_{Ed,z,min}$	-2845	0	-21	0	-13	3
Fuste Derecho						
Envoltente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]
$N_{Ed,max}$	-2220	-1	-17	0	0	2
$N_{Ed,min}$	-2630	0	-20	0	-7	-2
$M_{Ed,y,max}$	-2362	0	-10	0	16	0
$M_{Ed,y,min}$	-2487	-1	-27	0	-23	0
$M_{Ed,z,max}$	-2220	-1	-18	0	-3	2
$M_{Ed,z,min}$	-2629	0	-18	0	-4	-2

Con esto, la rigidez efectiva por fuste a considerar para el análisis modal es de:

$$E_c J_{eff} = 0,08 E_c \pi \frac{\phi^4}{64} + \frac{M_y}{\Phi_y} = 0,08 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \pi \frac{1,0^4}{64} + \frac{2367}{4253 \cdot 10^{-3}} =$$

$$128962 + 556548 = 685510 \text{ kNm}^2$$

Con esta rigidez de las secciones se ha determinado, mediante el modelo de cálculo, una rigidez longitudinal de 101536 kN/m muy similar a la del caso de fuste único. Sin embargo, en dirección transversal la rigidez aumenta a 104539 kN/m, por lo que, en ambos casos, la aceleración se situará en la meseta del espectro.

La masa varía muy ligeramente por el cambio de la geometría de las pilas y es de 1326 t. Los periodos propios se determinan a continuación. Se observa que en dirección longitudinal la variación es mínima mientras que, como era previsible, disminuye significativamente el periodo en dirección transversal por el efecto pórtico.

$$T_L = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{1326}{101536}} = 0,72 \text{ s}$$

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1326}{104539}} = 0,71 \text{ s}$$

Con el cálculo multimodal se obtiene un periodo fundamental de 0,72 s en dirección longitudinal, correspondiente al modo 3 que moviliza el 98% de la masa y de 0,74 s en dirección transversal, correspondiente al modo 2 que también moviliza el 98% de la masa (ver [Figura 117](#)). Se trata, nuevamente, de valores muy similares, siendo las pequeñas diferencias atribuibles a la modelización y la contribución real de la masa de las pilas.

Modo 2

Frecuencia: 1,35

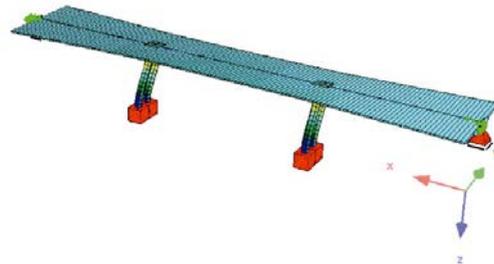
Periodo: 0,74

Masa activada:

X: 0%

Y: 98%

Z: 0%



Modo 3

Frecuencia: 1,38

Periodo: 0,72

Masa activada:

X: 98,3%

Y: 0%

Z: 0%

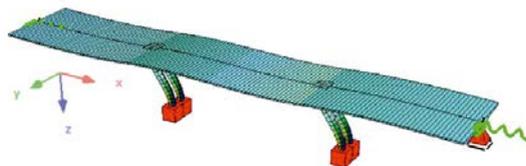


Figura 117 Periodos fundamentales de la solución con doble fuste

5.2.3.1.2 Determinación del factor de comportamiento

El axil reducido para esta solución es de 0,12 por lo que no hay reducción del factor de comportamiento por este efecto:

$$\eta_k = \frac{N_k}{A_c f_{ck}} = \frac{2845}{0,785 \cdot 30000} = 0,12$$

Igualmente, en este caso, al mantenerse la altura de la pila (y por tanto la luz de cortante) y reducirse el canto a 1,00, la esbeltez a cortante α_s es mayor de 3.

$$\alpha_s = \frac{L_s}{h} = \frac{H_{pila}/2}{h} = \frac{3,5}{1,0} = 3,5 \text{ m}$$

por lo que el factor de comportamiento se determina según la siguiente expresión:

$$\lambda(\alpha_s) = 1,0 \rightarrow q = 3,5 \lambda(\alpha_s) = 3,5 \cdot 1,0 = 3,5$$

5.2.3.1.3 Determinación de los esfuerzos sísmicos

Esfuerzos sísmicos

Las aceleraciones correspondientes a los periodos fundamentales en dirección longitudinal y transversal son iguales en este caso, al estar ambos periodos en la zona de la meseta:

$$S_d(T_L) = S_d(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} = 0,15 g \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,5} = 0,14 g$$

Al igual que en la solución de fuste único, para evaluar los efectos de segundo orden, resulta necesario obtener también los desplazamientos elásticos correspondientes al espectro de cálculo. Estos valores se obtienen con las mismas expresiones ya empleadas antes:

$$S_{Da}(T_L) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,14 \cdot 9,81 \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,5} \left[\frac{0,72}{2\pi} \right]^2 = 0,017 \text{ m}$$

$$S_{Da}(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,14 \cdot 9,81 \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,5} \left[\frac{0,71}{2\pi} \right]^2 = 0,017 \text{ m}$$

El efecto estructural del sismo en la dirección longitudinal y transversal se puede determinar aplicando fuerzas estáticas equivalentes correspondientes a la expresión (4.12) de UNE-EN 1998-2, como sigue:

$$F = MS_d(T) \rightarrow F_L = F_T = 1326 \cdot 0,14 \cdot 9,81 = 1821 \text{ kN}$$

A partir de estas fuerzas se obtienen los esfuerzos sísmicos correspondientes mediante el modelo de cálculo. Estos esfuerzos se resumen en la [Tabla 30](#), donde también se indica la combinación sísmica de ambos efectos a través de la regla SRSS según el apartado 4.2.1.4(1) de UNE-EN 1998-2.

Tabla 30 Esfuerzos en fustes de pila debidos al sismo longitudinal y al sismo transversal

SECCIÓN SUPERIOR						
Fuste Izquierdo						
Envolvente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-41	0	-405	0	1378	0
Sismo Transversal: E _y	1348	-405	0	2	-1	1393
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	1349	405	405	2	1378	1393
Fuste Derecho						
Envolvente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-41	0	-405	0	1378	0
Sismo Transversal: E _y	-1348	-405	0	2	1	1393
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	1349	405	405	2	1378	1393
SECCIÓN INFERIOR						
Fuste Izquierdo						
Envolvente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-41	0	-405	0	-1458	0
Sismo Transversal: E _y	1348	-405	0	2	1	-1444
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	1349	405	405	2	1458	1444
Fuste Derecho						
Envolvente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-41	0	-405	0	-1458	0
Sismo Transversal: E _y	-1348	-405	0	2	-1	-1444
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	1349	405	405	2	1458	1444

Efectos de segundo orden

Igual que en 5.2.2.3.4, los esfuerzos de segundo orden M_{y2} y M_{z2} se determinan a partir de la expresión (5.3) de UNE-EN 1998-2:

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ec} N_{Ed} \rightarrow \begin{cases} \Delta M_y = \frac{1+3,5}{2} 0,017 N_{Ed} = 0,04 N_{Ed} \\ \Delta M_z = \frac{1+3,5}{2} 0,017 N_{Ed} = 0,04 N_{Ed} \end{cases}$$

Combinación de esfuerzos en situación sísmica

En la [Tabla 31](#) y en la [Tabla 32](#) se resumen los esfuerzos de comprobación para la situación sísmica para la sección superior de las pilas (fustes izquierdo y derecho) y la sección inferior (fustes izquierdo y derecho), respectivamente.

Tabla 31 Combinación de esfuerzos en fustes de pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden (sección superior)

SECCION SUPERIOR									
Fuste Izquierdo									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04 N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,04 N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y2}^2 + M_{z2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-987	406	390	2	1491	1389	1531	1428	2094
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-3685	-405	-421	-2	-1266	-1398	-1413	-1545	2094
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-1496	405	384	2	1515	1398	1575	1458	2146
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-4194	-406	-427	-2	-1242	-1389	-1409	-1556	2100
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-1323	406	378	2	1543	1394	1596	1447	2154
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-4020	-405	-432	-2	-1214	-1393	-1375	-1554	2075
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-1160	406	395	2	1463	1394	1510	1440	2086
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-3858	-405	-415	-2	-1293	-1393	-1448	-1548	2119
$M_{Ed,z,max} + \text{Sismo}$	-1362	405	385	2	1509	1399	1563	1453	2134
$M_{Ed,z,max} - \text{Sismo}$	-4060	-406	-425	-1	-1248	-1388	-1410	-1551	2096
$M_{Ed,z,min} + \text{Sismo}$	-1121	406	388	1	1497	1389	1542	1433	2106
$M_{Ed,z,min} - \text{Sismo}$	-3819	-404	-422	-2	-1259	-1398	-1412	-1551	2098
Fuste Derecho									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04 N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,04 N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y2}^2 + M_{z2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-871	404	388	2	1498	1401	1533	1436	2101
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-3568	-406	-422	-2	-1259	-1386	-1401	-1528	2073
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-1281	405	386	2	1508	1393	1559	1444	2125
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-3978	-405	-425	-2	-1249	-1394	-1408	-1553	2096
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-1138	405	378	2	1543	1397	1588	1443	2146
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-3836	-406	-432	-2	-1214	-1389	-1367	-1543	2061
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-1013	405	395	2	1463	1397	1504	1437	2080
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-3711	-406	-415	-2	-1293	-1390	-1442	-1538	2108
$M_{Ed,z,max} + \text{Sismo}$	-1010	404	385	2	1510	1402	1551	1443	2118
$M_{Ed,z,max} - \text{Sismo}$	-3707	-406	-425	-1	-1246	-1385	-1395	-1533	2072
$M_{Ed,z,min} + \text{Sismo}$	-1142	405	389	1	1496	1392	1541	1438	2108
$M_{Ed,z,min} - \text{Sismo}$	-3840	-405	-422	-2	-1261	-1395	-1415	-1548	2097

Tabla 32 Combinación de esfuerzos en fustes de pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden (sección inferior)

SECCION INFERIOR									
Fuste Izquierdo									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,04N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y,2}^2 + M_{z,2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-987	406	390	2	1464	1444	1503	1484	2113
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-3685	-405	-421	-2	-1453	-1443	-1600	-1590	2256
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-1496	405	384	2	1446	1447	1506	1507	2130
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-4194	-406	-427	-2	-1471	-1441	-1639	-1608	2296
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-1160	406	395	2	1475	1445	1521	1492	2131
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-3858	-405	-415	-2	-1442	-1442	-1596	-1596	2258
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-1323	406	378	2	1435	1446	1488	1499	2112
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-4020	-405	-432	-2	-1482	-1442	-1643	-1602	2295
$M_{Ed,z,max} + \text{Sismo}$	-1495	405	387	2	1454	1448	1514	1508	2137
$M_{Ed,z,max} - \text{Sismo}$	-4192	-405	-424	-2	-1463	-1440	-1630	-1607	2289
$M_{Ed,z,min} + \text{Sismo}$	-1496	405	384	2	1446	1447	1506	1507	2130
$M_{Ed,z,min} - \text{Sismo}$	-4194	-406	-427	-2	-1471	-1441	-1639	-1608	2296
Fuste Derecho									
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,04N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,04N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y,2}^2 + M_{z,2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-871	404	388	2	1459	1446	1493	1480	2103
$N_{Ed,max} - \text{Sismo}$	-3568	-406	-422	-2	-1458	-1442	-1601	-1584	2252
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-1281	405	386	2	1451	1442	1502	1493	2118
$N_{Ed,min} - \text{Sismo}$	-3978	-405	-425	-2	-1466	-1445	-1625	-1604	2284
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-1013	405	395	2	1475	1444	1515	1484	2121
$M_{Ed,y,max} - \text{Sismo}$	-3711	-406	-415	-2	-1442	-1444	-1591	-1592	2250
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-1138	405	378	2	1435	1444	1481	1489	2100
$M_{Ed,y,min} - \text{Sismo}$	-3836	-406	-432	-2	-1482	-1443	-1635	-1597	2286
$M_{Ed,z,max} + \text{Sismo}$	-871	405	387	2	1455	1446	1490	1481	2101
$M_{Ed,z,max} - \text{Sismo}$	-3569	-406	-423	-2	-1462	-1441	-1604	-1584	2255
$M_{Ed,z,min} + \text{Sismo}$	-1280	405	387	2	1455	1442	1506	1493	2120
$M_{Ed,z,min} - \text{Sismo}$	-3978	-406	-424	-2	-1462	-1446	-1621	-1605	2281

5.2.3.1.4 Comprobación a flexocompresión

En la **Figura 118** se resume la comprobación de las secciones de los fustes en situación sísmica. Se observa que, en este caso, la armadura dispuesta al dimensionar en situación persistente es suficiente.

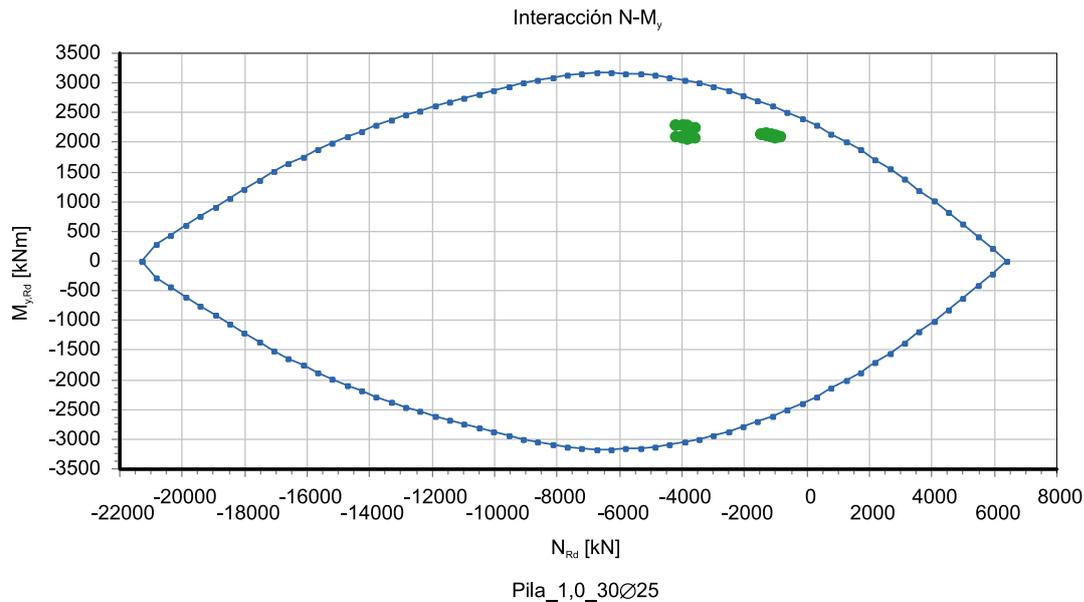


Figura 118 Comprobación de la situación sísmica con la armadura dimensionada en situación persistente (30Ø25)

5.2.3.1.5 Cálculo por capacidad

Finalmente, se completa esta variante del ejemplo con el cálculo de la armadura necesaria por cortante y confinamiento. El momento último de la sección para el nivel de axil máximo de -4194 kN (que además de las cargas concomitantes con el sismo, tiene en cuenta el efecto pórtico que se genera en dirección transversal por la existencia de doble fuste –ver [Tabla 31](#)–) es, en este caso, de 3074 kNm.

Considerando el efecto del sismo, que en este caso es importante a efectos del axil de la pila, el axil reducido correspondiente a cada fuste es de $0,18$.

$$\eta_k = \frac{N_k}{A_c f_{ck}} = \frac{4194}{0,795 \cdot 30000} = 0,18$$

y por tanto superior a $0,10$, por lo que de acuerdo con el apartado 5.3(4) de UNE-EN 1998-1, hay que incrementar el coeficiente de sobrerresistencia por un factor de $1 + 2(\eta_k - 0,1)^2$. Por lo tanto, el momento de sobrerresistencia viene dado por:

$$M_o = \gamma_o M_{Rd} = 1,35 \left[1 + 2(\eta_k - 0,1)^2 \right] M_{Rd} = 1,35 \left[1 + 2(0,18 - 0,1)^2 \right] 3074 = 1,35 \cdot 1,013 \cdot 3074 = 4204 \text{ kNm}$$

En este caso la longitud de la rótula plástica y el momento por capacidad M_c que debe resistir la zona exterior a la rótula plástica son:

$$L_h = \max(1,0; (1 - 0,8)3,5) = 1,0 \text{ m}$$

$$M_c = 4204 \frac{3,5 - 1,0}{3,5} = 3002 \text{ kNm}$$

Al ser M_C inferior a la resistencia de la sección con 30Ø25, no resulta necesario extender la zona con armadura de confinamiento más allá de la longitud L_h

Respecto del cortante por capacidad, éste viene dado por:

$$V_C = \frac{\gamma_o M_{Rd}}{\frac{L}{2}} = \frac{4204}{3,5} = 1201 \text{ kN}$$

El canto útil y el ancho a considerar para la comprobación a cortante, en este caso son iguales a 0,71 m y 0,72 m respectivamente, y la armadura necesaria en la rótula plástica es de 54,03 cm²/m (por simplicidad, se adopta $\gamma_{Bd} = \gamma_{Bd1}$):

$$d_e = 0,5 + 2 \frac{0,45}{\pi} = 0,79 \text{ m}$$

$$d_{e,rot} = d_e \frac{\phi_{conf}}{\phi} = 0,79 \frac{0,90}{1,00} = \underline{0,71 \text{ m}}$$

$$b_w = \min \left(\begin{array}{l} 2 \sqrt{\left(r^2 - \left(r - \frac{d}{4} \right)^2 \right)} = 2 \sqrt{\left(0,5^2 - \left(0,5 - \frac{0,79}{4} \right)^2 \right)} \\ 2 \sqrt{\left(r^2 - (d-r)^2 \right)} = 2 \sqrt{\left(0,5^2 - (0,79 - 0,5)^2 \right)} \end{array} \right) = 0,80 \text{ m}$$

$$b_{w,rot} = b_w \frac{\phi_{conf}}{\phi} = 0,80 \frac{0,90}{1,00} = \underline{0,72 \text{ m}}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{\gamma_{Bd}} \frac{\alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd}}{\cot 45 + \tan 45} = \frac{1}{1,25} \frac{1,00 \cdot 0,72 \cdot 0,9 \cdot 0,71 \cdot 0,6}{2} \left(1 - \frac{30}{250} \right) \frac{30000}{1,5} =$$

1943 kN

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \gamma_{Bd} \frac{V_C}{0,9 d_e f_{ywd}} = 1,25 \frac{1201}{0,9 \cdot 0,71 \frac{50}{1,15}} = \underline{54,03 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

Esta cuantía de armado se puede obtener disponiendo 1CØ16 a 0,07. Por otra parte, la armadura transversal necesaria para confinar la sección viene dada por:

$$\omega_{w,req} = \frac{A_c}{A_{cc}} \lambda \eta_k + 0,13 \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (\rho_L - 0,01) =$$

$$\frac{0,9^2}{1,0^2} 0,37 \cdot 0,18 + 0,13 \frac{500}{30} \frac{1,5}{1,15} (0,0188 - 0,01) = 0,079$$

$$\eta_k = \frac{4194}{0,785 \cdot 30000} = 0,18$$

$$\rho_L = \frac{30 \cdot 4,91}{7850} = 1,88\%$$

$$\omega_{wd,c} \geq \max(1,4 \omega_{w,req}; \omega_{w,min}) = \max(0,11; 0,18) = 0,18$$

La armadura dispuesta por la resistencia a cortante resulta suficiente para confinar la sección, tal y como se comprueba a continuación:

$$\omega_{wd,c} = \frac{4A_{sp}}{D_{sp}s_L} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{4 \cdot 2,01 \cdot 500}{90 \cdot 7} \frac{1,5}{30 \cdot 1,15} = 0,28 > 0,18$$

Finalmente, la comprobación de la biela y el dimensionamiento de la armadura de cortante en la zona intermedia entre rótulas plásticas se efectúan a continuación:

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{\gamma_{Bd1}} \frac{\alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{1}{1,25} \frac{1,00 \cdot 0,80 \cdot 0,9 \cdot 0,79 \cdot 0,6}{2,5 + 0,4} \left(1 - \frac{30}{250}\right) \frac{30000}{1,5} =$$

1657 kN

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \gamma_{Bd1} \frac{V_c}{0,9 d_e f_{ywd}} \tan \theta = 1,25 \frac{1201}{0,9 \cdot 0,79 \cdot \frac{50}{1,15}} \frac{1}{2,5} = 19,43 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Por tanto, entre rótulas se puede disponer 1CØ16 a 0,20.

5.2.3.2 Detalle de armado

En la [Figura 119](#) se detalla el armado de las pilas a nivel de plano. Para definir la longitud en la que debe disponerse armadura de confinamiento, debe considerarse lo expuesto en el apartado 6.2.1.5(1)P de UNE-EN 1998-2, donde se indica que cuando el axil reducido característico η_k es inferior a 0,3, como es el caso, la armadura de confinamiento debe extenderse a lo largo de la longitud L_h que, en este caso, como se ha obtenido en [5.2.3.1.5](#), es igual a 1,00 m. Adicionalmente, el apartado 6.2.1.5(4)P indica que la reducción de la armadura de confinamiento debe ser gradual y que debe disponerse al menos un 50% de la armadura máxima en una distancia igual a L_h al finalizar la rótula plástica. Ello supone disponer, al menos, $54,03/2 = 27,01 \text{ cm}^2/\text{m}$, lo cual equivale a 1CØ16 a 0,15 en una longitud de 1,00 m adicional. En el resto de las pilas se puede disponer 1CØ16 a 0,20.

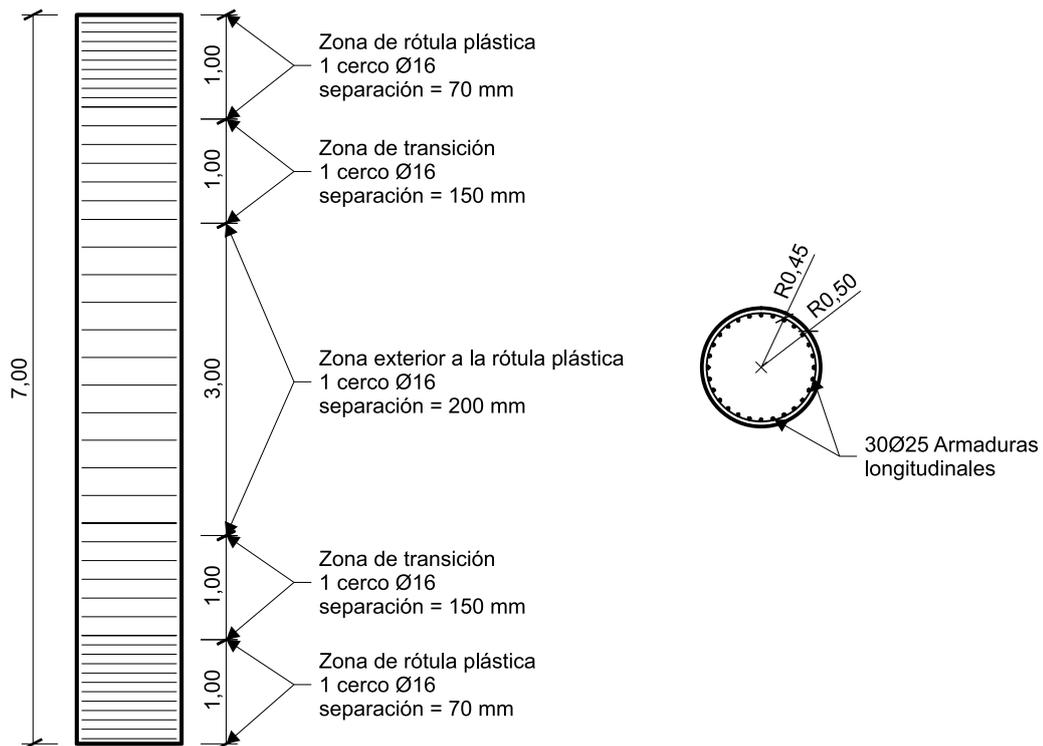


Figura 119 Armado propuesto para la pila

5.2.4 Resolución: solución con fuste apantallado

Se considera en esta variante un fuste apantallado de 4 m de ancho y 0,70 m de canto, también empotrado en el tablero. El dimensionamiento en situación persistente da lugar a un armado con 25Ø25 en las caras de 4 m y 3Ø25 adicionales en las caras de 0,70 m, es decir, 56Ø25 en total.

5.2.4.1 Cálculo según el método del modo fundamental

5.2.4.1.1 Determinación de los periodos propios

De la [Tabla 33](#) se obtiene un axil máximo concomitante con el sismo de -5130 kN. Dicho valor proporciona el valor superior de la rigidez efectiva de las pilas. El momento de plastificación de la armadura para este valor de axil en la dirección longitudinal del puente es de 4630 kNm y a este valor le corresponde una curvatura de $5,144 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ y una profundidad de la fibra neutra de 22,80 cm.

En dirección transversal, el momento que plastifica la armadura para el axil anterior es de 20050 kNm, con una curvatura de $8,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ y una profundidad de la fibra neutra de 131,98 cm.

Tabla 33 **Envoltentes de esfuerzos en pilas concomitantes con la acción sísmica**
(cargas permanentes más valor casi-permanente de la sobrecarga uniforme)

SECCIÓN SUPERIOR						
Envoltente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
N _{Ed,max}	-4120	1	-38	-1	250	6
N _{Ed,min}	-4640	-3	-54	1	314	321
M _{Ed,y,max}	-4524	-1	-61	0	355	182
M _{Ed,y,min}	-4236	-1	-30	0	208	145
M _{Ed,z,max}	-4559	-2	-47	0	287	486
M _{Ed,z,min}	-4200	1	-45	0	277	-159
SECCIÓN INFERIOR						
Envoltente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
N _{Ed,max}	-4610	1	-38	-1	-14	16
N _{Ed,min}	-5130	-3	-54	1	-61	303
M _{Ed,y,max}	-4726	-1	-30	0	-1	142
M _{Ed,y,min}	-5014	-1	-61	0	-74	177
M _{Ed,z,max}	-5049	-2	-47	0	-40	473
M _{Ed,z,min}	-4690	1	-45	0	-35	-155

Con estos valores se obtiene la siguiente rigidez efectiva en cada una de las direcciones:

$$E_c J_{y,eff} = 0,08 E_c \frac{bh^3}{12} + \frac{M_y}{\Phi_y} = 0,08 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \frac{4 \cdot 0,7^3}{12} + \frac{4630}{5144 \cdot 10^{-3}} =$$

$$300377 + 900078 = 1200455 \text{ kNm}^2$$

$$E_c J_{z,eff} = 0,08 E_c \frac{hb^3}{12} + \frac{M_z}{\Phi_z} = 0,08 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \frac{0,7 \cdot 4^3}{12} + \frac{20050}{8,26 \cdot 10^{-4}} =$$

$$9808213 + 24273608 = 34081821 \text{ kNm}^2$$

Dadas estas propiedades de la sección de la pila, se obtiene, a partir del modelo de cálculo, una rigidez longitudinal del sistema de 92 764 kN/m y una rigidez transversal de 674 520 kN/m. Se ve que la rigidez transversal aumenta muy considerablemente al utilizar fustes apantallados.

La masa varía ligeramente por el cambio de la geometría de las pilas y es de 1348 t. Los periodos propios se determinan a continuación. El descenso tan pronunciado en el periodo en dirección transversal se explica debido al gran aumento de la rigidez de la estructura en este sentido, por la tipología de pilas apantalladas.

$$T_L = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{1348}{92764}} = 0,76 \text{ s}$$

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1348}{674520}} = 0,28 \text{ s}$$

5.2.4.1.2 Determinación del factor de comportamiento

El axil reducido para esta solución, tal y como se explicita más abajo, es de 0,06, por lo que no hay reducción del factor de comportamiento por este efecto:

$$\eta_k = \frac{N_k}{A_c f_{ck}} = \frac{5130}{0,7 \cdot 4 \cdot 30000} = 0,06$$

Para el factor de comportamiento se obtendrán dos valores distintos según las dos direcciones, longitudinal y transversal. La esbeltez a cortante de la pila α_s adopta los siguientes valores en cada dirección:

$$\text{Longitudinalmente} \rightarrow \alpha_s = 3,5 / 0,7 = 5$$

$$\text{Transversalmente} \rightarrow \alpha_s = 3,5 / 4 = 0,875$$

con lo que para el factor de comportamiento se obtienen los valores:

$$\text{Longitudinalmente} \rightarrow \alpha_s > 3 \rightarrow \lambda(\alpha_s) = 1 \rightarrow q = 3,5 \lambda(\alpha_s) = 3,5$$

$$\text{Transversalmente} \rightarrow \alpha_s < 1 \rightarrow q = 1,5 (\text{ductilidad limitada})$$

5.2.4.1.3 Determinación de los esfuerzos sísmicos

Esfuerzos sísmicos

La aceleración correspondiente en dirección longitudinal corresponde a la zona de la meseta del espectro tipo 1 (sismos de campo lejano).

$$S_d(T_L) = a_g S \frac{2,5}{q} = 0,15 g \cdot 1,35 \frac{2,5}{3,5} = 0,145 g$$

No obstante, cuando se trata de la aceleración en dirección transversal, se aprecia que resulta más desfavorable el espectro tipo 2 (sismos de campo cercano) como se comprueba a continuación. Esto se debe al valor tan reducido del periodo que se sitúa en la zona de la meseta para ambos tipos de sismo:

$$\text{Espectro}_1 \rightarrow S_d(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} = 0,15 g \cdot 1,35 \frac{2,5}{1,5} = 0,34 g$$

$$\text{Espectro}_2 \rightarrow S_d(T_T) = a_g S \frac{2,5}{q} = 0,15 g \cdot 1,8 \frac{2,5}{1,5} = 0,45 g$$

Aunque no sean concomitantes, en el desarrollo que sigue, por simplicidad, se considera el valor de aceleración del espectro 1 en dirección longitudinal y del espectro 2 en dirección transversal, lo cual queda del lado de la seguridad. En caso de querer afinar el dimensionamiento habría que llevar a cabo dos cálculos, uno con cada espectro, aplicado en las dos direcciones.

Al igual que antes, para evaluar los efectos de segundo orden, resulta necesario determinar también los desplazamientos elásticos correspondientes al espectro de cálculo. Estos valo-

res se obtienen con las mismas expresiones utilizadas para el ejemplo inicial de la solución base (ver apartado 5.2.2.3.4):

$$S_{dd}(T_L) = S_d(T_L) \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,145g \left[\frac{0,77}{2\pi} \right]^2 = 0,021 \text{ m}$$

$$S_{dd}(T_T) = S_d(T_T) \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,45g \left[\frac{0,28}{2\pi} \right]^2 = 0,009 \text{ m}$$

El efecto estructural del sismo en la dirección longitudinal y transversal se puede determinar aplicando fuerzas estáticas equivalentes correspondientes a la expresión (4.12) de UNE-EN 1998-2, como sigue:

$$F_L = MS_d(T_L) \rightarrow F_L = 1348 \cdot 0,145 \cdot 9,81 = 1917 \text{ kN}$$

$$F_T = MS_d(T_T) \rightarrow F_T = 1348 \cdot 0,45 \cdot 9,81 = 5951 \text{ kN}$$

A partir de estas fuerzas se obtienen los esfuerzos sísmicos correspondientes mediante el modelo de cálculo. Estos esfuerzos se resumen en la [Tabla 34](#), donde también se indica la combinación sísmica de ambos efectos a través de la regla SRSS según el apartado 4.2.1.4(1) de UNE-EN 1998-2.

Tabla 34 Esfuerzos en pila debidos al sismo longitudinal y al sismo transversal

SECCIÓN SUPERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-84	0	-842	0	2873	0
Sismo Transversal: E _y	0	-2909	0	30	0	693
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	84	2909	842	30	2873	693
SECCIÓN INFERIOR						
Env. Sismo	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	-84	0	-842	0	-3018	0
Sismo Transversal: E _y	0	-2909	0	30	0	-19668
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	84	2909	842	30	3018	19668

Efectos de segundo orden

Como en los casos anteriores, los esfuerzos de segundo orden, M_{y2} y M_{z2} , se determinan con los incrementos de momentos flectores ΔM que se deducen a partir de la expresión (5.3) de UNE-EN 1998-2:

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ed} N_{Ed} \rightarrow \begin{cases} \Delta M_y = \frac{1+3,5}{2} 0,021 N_{Ed} = 0,05 N_{Ed} \\ \Delta M_z = \frac{1+1,5}{2} 0,009 N_{Ed} = 0,011 N_{Ed} \end{cases}$$

Combinación de esfuerzos en situación sísmica

En la **Tabla 35** se resumen los esfuerzos de comprobación para la situación sísmica para la sección superior e inferior de las pilas.

Tabla 35 **Combinación de esfuerzos en pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden**

SECCIÓN SUPERIOR								
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,05 N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,011 N$ [kNm]
$N_{Ed,max} + Sismo$	-4035	2910	804	28	3123	700	3324	744
$N_{Ed,max} - Sismo$	-4204	-2907	-879	-31	-2623	-687	2833	733
$N_{Ed,min} + Sismo$	-4556	2906	788	30	3187	1014	3414	1064
$N_{Ed,min} - Sismo$	-4724	-2911	-895	-29	-2559	-372	2795	424
$M_{Ed,y,max} + Sismo$	-4439	2908	780	29	3228	875	3450	924
$M_{Ed,y,max} - Sismo$	-4608	-2910	-903	-30	-2518	-511	2748	562
$M_{Ed,y,min} + Sismo$	-4320	-2909	-871	-30	-2664	-548	2880	595
$M_{Ed,y,min} - Sismo$	-4151	2908	812	29	3081	839	3289	884
$M_{Ed,z,max} + Sismo$	-4475	2907	795	29	3159	1179	3383	1228
$M_{Ed,z,max} - Sismo$	-4644	-2911	-888	-30	-2586	-207	2818	258
$M_{Ed,z,min} + Sismo$	-4116	2909	797	30	3150	535	3356	580
$M_{Ed,z,min} - Sismo$	-4285	-2908	-886	-29	-2596	-852	2810	899
SECCIÓN INFERIOR								
Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,05 N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,011 N$ [kNm]
$N_{Ed,max} + Sismo$	-4525	2910	804	28	3004	19684	3230	19734
$N_{Ed,max} - Sismo$	-4694	-2907	-879	-31	-3031	-19653	3266	19704
$N_{Ed,min} + Sismo$	-5046	2906	788	30	2956	19972	3208	20027
$N_{Ed,min} - Sismo$	-5214	-2911	-895	-29	-3079	-19365	3340	19423
$M_{Ed,y,max} + Sismo$	-4641	2908	812	29	3017	19810	3249	19861
$M_{Ed,y,max} - Sismo$	-4810	-2909	-871	-30	-3019	-19527	3259	19580
$M_{Ed,y,min} + Sismo$	-5098	-2909	-871	-30	-3019	-19527	3274	19583
$M_{Ed,y,min} - Sismo$	-4929	2908	812	29	3017	19810	3263	19864
$M_{Ed,z,max} + Sismo$	-4965	2908	812	29	3017	19810	3265	19865
$M_{Ed,z,max} - Sismo$	-5134	-2909	-871	-30	-3019	-19527	3275	19583
$M_{Ed,z,min} + Sismo$	-4606	2909	797	30	2982	19514	3213	19565
$M_{Ed,z,min} - Sismo$	-4775	-2908	-886	-29	-3053	-19823	3292	19876

5.2.4.1.4 Comprobación a flexocompresión

En la **Figura 120** se presenta la comprobación de la resistencia de los fustes frente a tensiones normales. Al ser el nivel de axil pequeño, queda del lado de la seguridad hacer la comprobación mediante un diagrama de interacción M_y-M_z para el axil mínimo de $-4\,035$ kN. En este caso algunos puntos quedan fuera del diagrama, fundamentalmente por falta de capacidad en la dirección transversal, y un cálculo más afinado no permite corregir la situación. Por ello se propone incrementar la armadura de las caras laterales hasta $5\varnothing 32$.

En la **Figura 121**, se observa que, una vez incrementada, la armadura dispuesta es suficiente para resistir los esfuerzos en situación sísmica, y aunque se modificará algo la rigidez fisurada, se considera que ello no tendrá una influencia significativa en los resultados debido a la gran rigidez transversal de la pila.

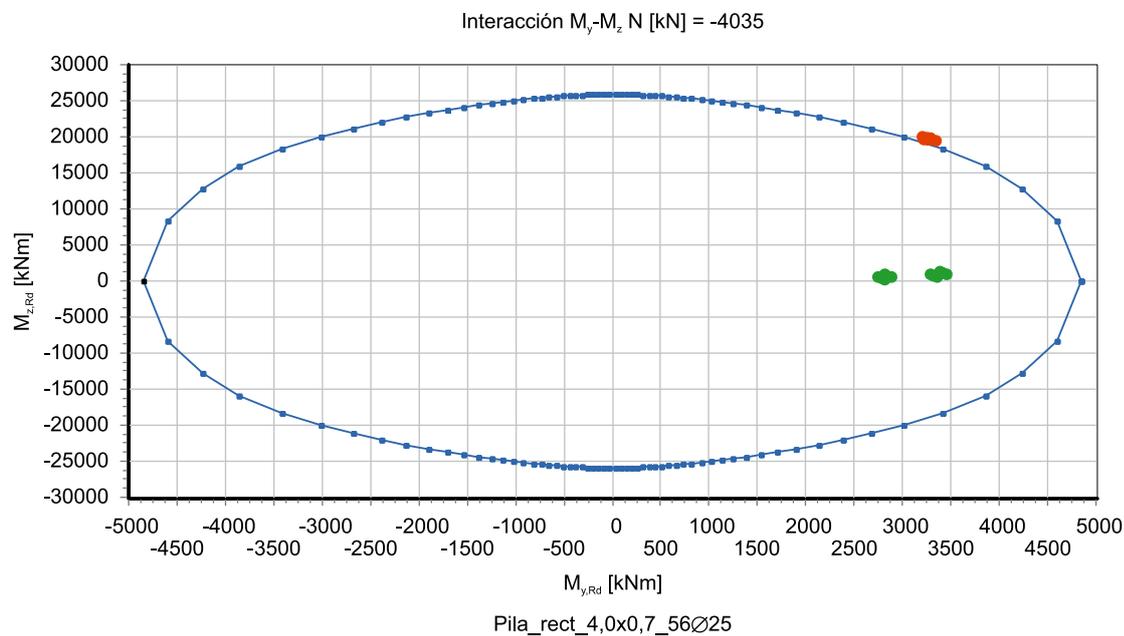


Figura 120 Comprobación de la situación sísmica con la armadura dimensionada en situación persistente ((25+25+3+3)Ø25)

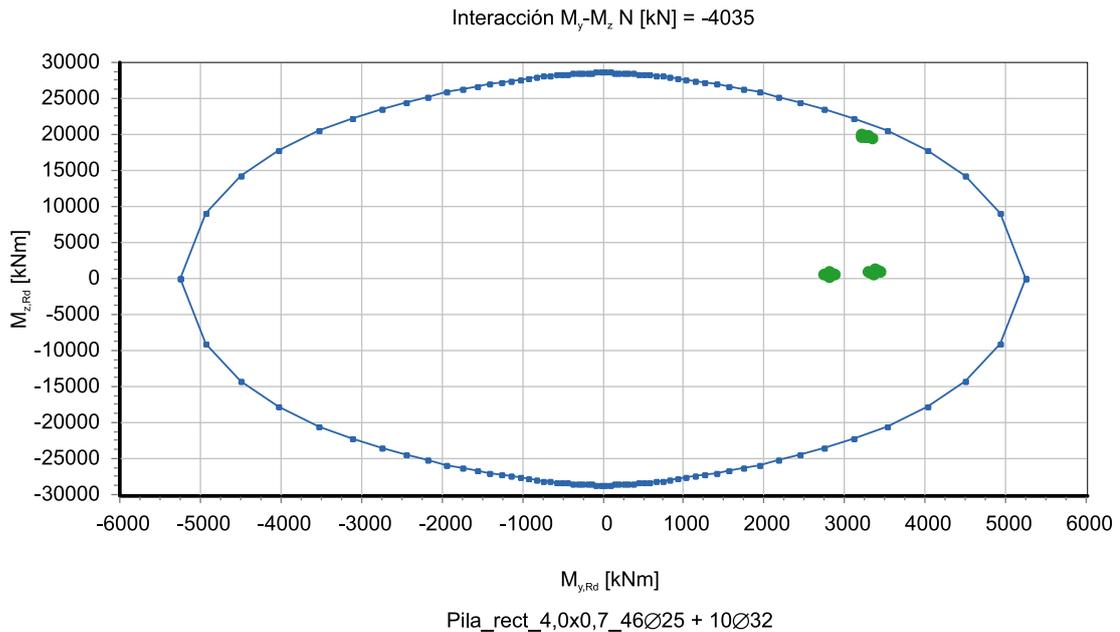


Figura 121 Comprobación de la situación sísmica con la armadura dimensionada en situación persistente (23+23)Ø25 + (5+5)Ø32

5.2.4.15 Cálculo por capacidad

Por último, se completa esta variante del ejemplo con el cálculo de la armadura necesaria por cortante y confinamiento, puesto que se ha proyectado el puente con comportamiento dúctil en lo que se refiere a la formación de rótulas plásticas de eje transversal al tablero. El momento último de la sección de pila apantallada en el eje perpendicular al tablero, para el nivel de axil máximo de -5214 kN es en este caso de 5899 kNm. Por lo tanto, el momento de sobrerresistencia viene dado por:

$$M_o = \gamma_o M_{Rd} = 1,35 \cdot 5899 = 7964 \text{ kNm}$$

En este caso la longitud de la rótula plástica y el momento por capacidad M_c que debe resistir la zona exterior a la rótula plástica es de:

$$L_h = \max(0,7; (1 - 0,8) 3,5) = 0,7 \text{ m}$$

$$M_c = 7964 \frac{3,5 - 0,7}{3,5} = 6371 \text{ kNm}$$

Al ser M_c superior a la resistencia de la sección, hay que prolongar la longitud de la zona confinada, de acuerdo con:

$$7964 \frac{3,5 - L_{h,conf}}{3,5} \leq 5899 \text{ kNm} \rightarrow L_{h,conf} \geq 3,5 \left(1 - \frac{5899}{7964} \right) = 0,91 \text{ m}$$

De esta forma se propone confinar una longitud igual a $1,00$ m.

Respecto del cortante por capacidad, éste viene dado por:

$$V_C = \frac{\gamma_o M_{Rd}}{\frac{L}{2}} = \frac{7964}{3,5} = 2275 \text{ kN}$$

El canto útil y el ancho a considerar para la comprobación a cortante, en este caso de fuste apantallado de 0,70 m de canto por 4 m de anchura, son iguales a 0,60 m y 3,90 m respectivamente y la armadura necesaria en la rótula plástica es de 96,90 cm²/m, tal y como se explicita a continuación:

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z V_1 f_{cd}}{\cot 45 + \tan 45} = \frac{1,00 \cdot 3,90 \cdot 0,9 \cdot 0,60 \cdot 0,6 \left(1 - \frac{30}{250}\right) 30000}{2 \cdot 1,5} = 11120 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_C}{0,9 d_e f_{ywd}} = \frac{2275}{0,9 \cdot 0,60 \cdot \frac{50}{1,15}} = 96,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Esta cuantía de armado se puede obtener disponiendo 23 horquillas Ø8 a 0,10. Por otra parte, la armadura transversal necesaria para confinar la sección viene dada por:

$$\omega_{w,req} = \frac{A_c}{A_{cc}} \lambda \eta_k + 0,13 \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (\rho_L - 0,01) =$$

$$\frac{0,7 \cdot 4}{0,6 \cdot 3,90} 0,37 \cdot 0,06 + 0,13 \frac{500}{30} \frac{1,5}{1,15} (0,0121 - 0,01) = 0,032$$

$$\eta_k = \frac{5214}{4 \cdot 0,7 \cdot 30000} = 0,06$$

$$\rho_L = \frac{23 \cdot 2 \cdot 4,91 + 7 \cdot 2 \cdot 8,04}{70 \cdot 400} = 1,21\%$$

$$\omega_{wd,r} \geq \max \left(\omega_{w,req}; \frac{2}{3} \omega_{\min} \right) = \max \left(0,032; \frac{2}{3} 0,18 \right) = 0,12$$

En este caso, la armadura dispuesta por la resistencia a cortante resulta insuficiente para confinar la sección, como se comprueba a continuación, por lo que la armadura de la zona de la rótula se aumenta a 23 horquillas Ø12 a 0,10 para poder verificar la condición de confinamiento.

$$23H\phi 8 \text{ a } 0,10 \rightarrow \omega_{wd,r} = \frac{A_{sp} f_{yd}}{b s_L f_{cd}} = \frac{23 \cdot 0,503 \cdot 500}{400 \cdot 10} \frac{1,5}{30 \cdot 1,15} = 0,063 < 0,12$$

$$\underline{23H\phi 12 \text{ a } 0,10} \rightarrow \omega_{wd,r} = \frac{A_{sp} f_{yd}}{b s_L f_{cd}} = \frac{23 \cdot 1,13 \cdot 500}{400 \cdot 10} \frac{1,5}{30 \cdot 1,15} = 0,14 > 0,12$$

Por otra parte, el apartado 6.2.1.2 de UNE-EN 1998-2 establece valores máximos para la separación entre cercos en la dirección longitudinal s_L , y en la dirección transversal s_T .

La separación s_L debe ser menor que 6 veces el diámetro de la barra longitudinal, es decir, 15 cm. Sin embargo el apartado 6.2.2 de UNE-EN 1998-2 establece un criterio más restrictivo definiendo esta separación máxima como δ veces el diámetro de la barra longitudinal, siendo dicho parámetro, acorde con la expresión (134) y de valor mínimo igual a 5,13, por lo que la separación s_L debería ser menor a 12,8 cm.

En cuanto a la separación transversal entre ramas de cercos, se limita a 1/3 de la dimensión mínima del cerco, es decir a $60/3 = 20$ cm.

Por lo tanto, el armado propuesto de 23 horquillas $\varnothing 12$ a 0,10 es adecuado.

Finalmente, la comprobación de la biela y el dimensionamiento de la armadura de cortante en la zona intermedia entre rótulas plásticas se efectúan a continuación:

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{\gamma_{Bd}} \frac{\alpha_{cw} b_w z V_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{1}{1,25} \frac{1,00 \cdot 4 \cdot 0,9 \cdot 0,65 \cdot 0,6}{2,5 + 0,4} \left(1 - \frac{30}{250} \right) \frac{30000}{1,5} = 6817 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \gamma_{Bd} \frac{V_C}{0,9 d_e f_{ywd}} \tan \theta = 1,25 \frac{2275}{0,9 \cdot 0,65 \frac{50}{1,15}} \frac{1}{2,5} = 44,72 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Por tanto, entre rótulas se puede disponer 12 horquillas $\varnothing 10$ a 0,20.

5.2.4.2 Detalle de armado

En la [Figura 122](#) se detalla el armado de la pila a nivel de plano. La armadura longitudinal se mantiene constante en toda la pila e igual a $46\varnothing 25 + 10\varnothing 32$. Para definir la longitud en la que debe disponerse armadura de confinamiento, consistente en 23 horquillas $\varnothing 12$ a 0,10, debe considerarse lo expuesto en el apartado 6.2.1.5(1)P de UNE-EN 1998-2, donde se indica que cuando el axil reducido característico η_k es inferior a 0,3, como es el caso, la armadura de confinamiento debe extenderse a lo largo de la longitud L_h que, en este caso, como se ha justificado en [5.2.4.1.5](#), se toma igual a 1,00 m.

Adicionalmente, el apartado 6.2.1.5(4)P de UNE-EN 1998-2, indica que la reducción de la armadura de confinamiento debe ser gradual y que debe disponerse al menos un 50% de la armadura máxima en una distancia igual a L_h al finalizar la rótula plástica. Ello supone disponer, al menos, la mitad de la armadura anterior por lo que se disponen a 12 horquillas $\varnothing 12$ a 0,10 en una longitud de 1,00 m adicional. En el resto de la pila se pueden disponer 12 horquillas $\varnothing 10$ a 0,20.

Además para controlar la fisuración en los paramentos de la pila se dispone un cerco perimetral de $\varnothing 12$ con una separación igual a la separación entre horquillas. Esta separación se justifica para facilitar la construcción por vía de la homogeneización en la separación de la armadura transversal.

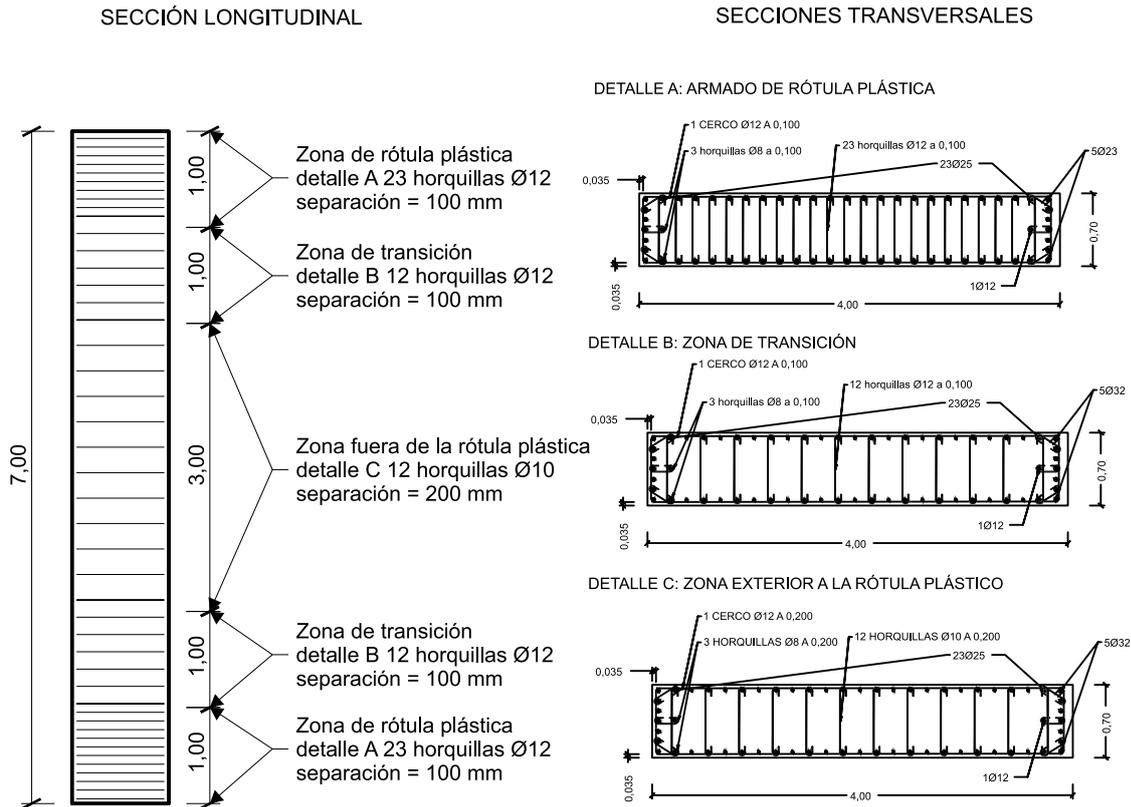


Figura 122 Armado propuesto para la pila

5.2.5 Resolución: solución aislada sobre neoprenos

En este apartado se estudia la modificación de la solución base con fuste único eliminando el empotramiento entre pila y tablero y apoyando el tablero en las pilas mediante neoprenos convencionales de bajo amortiguamiento (LDRB) con un módulo de cizalla convencional de $G_b = 0,90$ MPa. En estas condiciones, en un cálculo lineal, la estructura y la subestructura que hay por encima y por debajo del sistema de aislamiento deben proyectarse para ductilidad limitada, adoptando un factor de comportamiento como máximo de 1,5 (7.3(2)P de UNE-EN 1998-2).

Para el cálculo del sistema de aislamiento sin embargo, hay que emplear el espectro elástico de respuesta (7.4.1(1)P de UNE-EN 1998-2), y no el espectro de respuesta de cálculo en donde interviene el factor q , con el valor del coeficiente η adecuado al nivel de amortiguamiento que tenga el sistema de aislamiento.

Multiplicando la aceleración espectral que proporciona el espectro elástico por la masa y dividiendo por el límite inferior de la rigidez lateral del sistema de aislamiento, se obtiene el desplazamiento lateral del mismo en el centro de rigidez de la estructura. Este desplazamiento puede ser necesario amplificarlo por efectos de torsión, como se verá en el ejemplo siguiente, por efecto del esviaje, pero no en el caso actual, que analiza un puente completamente recto.

Si la estructura situada por encima del sistema de aislamiento se considera como infinitamente rígida, la subestructura que hay por debajo del sistema de aislamiento debe proyectarse para que soporte una fuerza cortante igual a la masa superior por la aceleración absoluta que proporciona el espectro elástico de respuesta dividido por un factor q que debe estar entre 1 y 1,5 (apartado 7.3(2)P de UNE-EN 1998-2), utilizando el límite superior de la rigidez del sistema de aislamiento. Conviene señalar que, para el aislamiento sísmico de edificios, UNE-EN 1998-1 es más restrictiva y para la subestructura no permite emplear valores de q superiores a 1 (apartados 10.7(1)P y 10.10(5) de UNE-EN 1998-1).

El proyecto de una solución aislada sobre neoprenos supone un cálculo iterativo, dado que, por un lado, los neoprenos deben tener suficiente altura para permitir los desplazamientos sísmicos, y por otro, estos desplazamientos serán función de la altura de los neoprenos puesto que éste es un parámetro fundamental para determinar el periodo propio de la estructura. Por tanto, el proyecto debe iniciarse por la determinación de las propiedades de los aparatos de apoyo y el esquema de resolución difiere un poco del adoptado para los ejemplos anteriores.

Se supondrá que se disponen anclajes sísmicos verticales (ver [Figura 99](#)) tanto en estribos como en pilas por lo que la componente vertical del sismo no se considera en el análisis de estos elementos.

5.2.5.1 Esquema de desarrollo

El esquema de desarrollo que se va a seguir para resolver este ejemplo es el siguiente:

- Determinación de las propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo
- Predimensionamiento de los aparatos de apoyo para la situación persistente
- Comportamiento sísmico con los aparatos de apoyo predimensionados:
 - Determinación de rigideces en situación sísmica
 - Determinación del periodo propio
 - Determinación de la aceleración y el desplazamiento de cálculo
- Los resultados de esta comprobación darán lugar a una modificación de las dimensiones iniciales
- Comportamiento sísmico para las nuevas dimensiones de los apoyos
- Determinación de los esfuerzos sísmicos en la pila
- Detalle de armado

5.2.5.2 Propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo en situación sísmica

Un aspecto de gran importancia es la consideración de propiedades de cálculo límite inferiores (LBDP) y propiedades de cálculo límite superiores (UBDP) (ver apartado [3.9.1.2](#)).

Los neoprenos considerados en este ejemplo tienen un módulo de cizalla convencional aparente $G_g = 0,90$ MPa. En situación sísmica, el valor nominal de cálculo se obtiene multiplicando G_g por un factor α comprendido entre 1,1 y 1,4, que tiene en cuenta el carácter dinámico del sismo y cuyo valor debe determinarse mediante ensayos. Para este ejemplo, se adopta un valor $\alpha = 1,2$, por lo que el valor nominal del módulo de cizalla será de $G_b = 1,2 \cdot 0,9 = 1,08$ MPa.

De acuerdo con el apartado 7.5.2.4(6) de UNE-EN 1998-2, el valor inferior del módulo de cizalla (LBDP) $G_{b,\min}$ se puede tomar igual al valor nominal, y por tanto será igual a 1,08 MPa. Este valor es el que debe utilizarse a efectos de comprobar los desplazamientos de la estructura.

Respecto del valor superior del módulo de cizalla (UBDP) $G_{b,\max}$, depende de la temperatura mínima del aislador $T_{\min,b}$ cuya expresión viene dada en el apartado J.1(2) de UNE-EN 1998-2. De acuerdo con la Agencia Estatal de Meteorología (www.aemet.es) la temperatura mínima absoluta en San Javier (Murcia) se registró en febrero de 1956 y fue de 1,9°C.

En cualquier caso, no es necesario operar esta ecuación para ver que $T_{\min,b}$ es mayor que cero y que, $G_{b,\max}$ puede tomarse, nuevamente de acuerdo con el apartado 7.5.2.4(6) de UNE-EN 1998-2, igual a $1,20 G_b = 1,296$ MPa. Este valor debe utilizarse para evaluar los esfuerzos en la subestructura.

En la [Tabla 36](#) se resumen las propiedades de cálculo de los neoprenos de la estructura, dependiendo de la comprobación que se esté llevando a cabo.

Tabla 36 **Propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo**

Propiedades		Valor [MPa]	Utilización
LBDP	$G_{b,\min}$	1,080	Comprobación de desplazamientos
UBDP	$G_{b,\max}$	1,296	Evaluación de esfuerzos

5.2.5.3 Predimensionamiento de los aparatos de apoyo para la situación persistente

En este caso se parte de un predimensionamiento de los aparatos de apoyo a partir de la situación persistente, con unas dimensiones en planta para éstos de 450x500 mm² en estribos, en donde se disponen dos aparatos de apoyo separados 6,00 m, y un apoyo $\varnothing 800$ mm en pilas.

En la [Tabla 37](#) se resume este predimensionamiento, hecho con criterios tradicionales, aunque la comprobación final se haga posteriormente con la UNE-EN 1337. Las columnas (5) y (6) proporcionan los esfuerzos correspondientes a la combinación característica, que permiten calcular la fuerza axial máxima y mínima en los neoprenos que se muestran en las columnas (7) y (8), respectivamente. Las columnas (9) y (10) permiten comprobar que, con las dimensiones elegidas para los apoyos, las tensiones están son inferiores al límite usual para neoprenos zunchados de 15 MPa. Sin embargo, para la segunda hipótesis se obtiene una tensión muy baja de 0,2 MPa, lo cual obligaría al uso de aparatos de apoyo anclados. En la columna (11) se proporciona el desplazamiento debido al pretensado, a las deformaciones reológicas y la temperatura y en la columna (12) se proporciona la altura mínima de neopreno necesaria para

que la distorsión sea inferior al 70% de la altura de neopreno (altura neta). En la columna (13) se proporciona el valor de altura neta correspondiente a un neopreno comercial.

Tabla 37 **Predimensionamiento de los aparatos de apoyo para la situación persistente (con propiedades LBDP)**

	Nº neop (n)	Distancia neop [m]	Área neop (A _n) [cm ²] (3)	Envol.	N [kN] (5)	M _y [kNm] (6)	N _{max} [kN] (7)	N _{min} [kN] (8)	σ _{max} [MPa] (9)	σ _{min} [MPa] (10)	d _x [mm] (11)	T _{q,min} [mm] (12)	T _q [mm] (13)
Estribo	2	6,00	2250	V _{Ed,z,max}	3395	4244	2405	990	10,7	4,4	39	56	66
				V _{Ed,z,min}	1247	3414	1193	55	5,3	0,2			
				M _{Ed,x,max}	3027	7481	2760	267	12,3	1,2			
Pila	1	-	5027	N _{Ed,max}	7059	-	7059	-	14,0	-	15	21	66
				N _{Ed,min}	3297	-	3297	-	6,6	-			

Con este predimensionamiento se verifica a continuación el comportamiento sísmico.

5.2.5.4 Comportamiento sísmico con los neoprenos resultantes del predimensionamiento

5.2.5.4.1 Determinación de rigideces en situación sísmica

En situación sísmica, la rigidez de los neoprenos de los estribos se determina utilizando el módulo de cizalla nominal y las propiedades de rigidez inferiores a efectos de determinar los desplazamientos. De esta forma, y teniendo en cuenta que se disponen dos aparatos de neoprenos en estribos, se tiene:

$$K_{neop_estribos} = 2 G_{b,min} \frac{A_b}{T_q} = 2 \cdot 1080 \frac{0,45 \cdot 0,50}{0,066} = 7364 \text{ kN/m}$$

La rigidez de la pila se estima a partir de su rigidez bruta, puesto que la rigidez del conjunto estará dominada por la rigidez del neopreno y no se ganará mucho considerando la rigidez efectiva. De esta forma se tiene que:

$$K_{pila} = 3 \frac{EI}{L^3} = 3 \frac{32,84 \cdot 10^6 \frac{1}{64} \pi 1,2^4}{7^3} = 29236 \text{ kN/m}$$

$$K_{neop_pila} = G_{b,min} \frac{A_b}{T_q} = 1080 \frac{\pi \frac{0,8^2}{4}}{0,066} = 8225 \text{ kN/m}$$

$$K_{neop+pila} = \frac{1}{\frac{1}{K_{pila}} + \frac{1}{K_{neop_pila}}} = \frac{1}{\frac{1}{29236} + \frac{1}{8225}} = 6419 \text{ kN/m}$$

Los estribos se consideran infinitamente rígidos en ambas direcciones, por lo que su rigidez es la correspondiente a la pareja de neoprenos sobre ellos.

La rigidez global del sistema correspondiente a las propiedades LBDP para este predimensionamiento es, por tanto:

$$K_{global} = 2 K_{estribo} + 2 K_{neop+pila} = 2 \cdot 7364 + 2 \cdot 6419 = 27566 \text{ kN/m}$$

Determinación del periodo propio:

La masa relevante en este caso no incluye ninguna masa de las pilas, por lo que ésta se reduce ligeramente respecto de la considerada en la solución base. En este caso el peso correspondiente a la combinación casi-permanente será de 1299 t. Con esta masa, el periodo propio del modo fundamental es de:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{1299}{27566}} = 1,36 \text{ s}$$

5.2.5.4.2 Determinación de la aceleración y el desplazamiento de cálculo

Este periodo está comprendido entre los periodos $T_c = 0,80 \text{ s}$ y $T_d = 2,0 \text{ s}$. Adoptando el espectro elástico para el dimensionamiento del sistema de aislamiento (ver apartado 7.4.1(1)P de UNE-EN 1998-2), y un índice de amortiguamiento del 5%, la aceleración espectral de cálculo correspondiente a este periodo resulta ser de:

$$S_e(T) = a_g S_{\eta} 2,5 \left[\frac{T_c}{T} \right] = 0,15 g \cdot 1,35 \cdot 1,00 \cdot 2,5 \left[\frac{0,8}{1,36} \right] = 0,29 g$$

El desplazamiento del espectro elástico resulta igual a:

$$S_{De}(T) = a_g S_{\eta} 2,5 \left[\frac{T_c}{T} \right] \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 = 0,29 g \left[\frac{1,36}{2\pi} \right]^2 = 0,13 \text{ m}$$

Se observa que el desplazamiento sísmico (que además debe amplificarse por el factor $\gamma_{IS} = 1,5$ a efectos de verificar la deformación por cizalla), sin añadir todavía el desplazamiento debido a las acciones casi-permanentes, es mayor que el desplazamiento que permiten los apoyos en situación sísmica, que, en el límite, sería igual al doble de la altura neta del neopreno. Además, sería necesario considerar en la dirección perpendicular un desplazamiento adicional del 30% de S_{De} , por la concomitancia del sismo longitudinal con el sismo transversal, aplicando, en este caso, dado que la regla SRSS sería excesivamente conservadora, la regla de combinación del apartado 4.3.3.5.1(3) de UNE-EN 1998-1. Resulta, por tanto, necesario aumentar la altura de los neoprenos. Esta operación en general requiere un aumento de las dimensiones en planta del neopreno para evitar que el mismo se vuelva inestable. Iterando mediante los cálculos anteriores se llega a la solución de disponer en estribos neoprenos anclados de 700x800x355(210) y en pilas neoprenos de Ø800x351(216).

5.2.5.5 Comportamiento sísmico para las nuevas dimensiones de los apoyos

En la **Tabla 38** se muestra la comprobación de estos aparatos de apoyo para la situación persistente, donde se observa que las tensiones mínimas son inferiores a 2 MPa (ver columna (10)), lo cual da lugar a la necesidad de considerar apoyos anclados en estribos.

Tabla 38 Comprobación de los aparatos de apoyo para la situación persistente (con propiedades LBDP)

	Nº neop (n)	Distancia neop [m]	Área neop (A _e) [cm ²] (3)	Envol.	N [kN] (5)	M _y [kNm] (6)	N _{max} [kN] (7)	N _{min} [kN] (8)	σ _{max} [MPa] (9)	σ _{min} [MPa] (10)	d _x [mm] (11)	T _{q,min} [mm] (12)	T _q [mm] (13)
Estribo	2	6,00	4200	V _{Ed,z,max}	3395	4244	2405	990	5,7	2,4	39,0	56	210
				V _{Ed,z,min}	1247	3414	1193	55	2,8	0,1			
				M _{Ed,x,max}	3027	7481	2760	267	6,6	0,6			
Pila	1	-	5027	N _{Ed,max}	7059	-	7059	-	14,0	-	15	21	216
				N _{Ed,min}	3297	-	3297	-	6,6	-			

A continuación, se repiten los cálculos anteriores en situación sísmica con las nuevas dimensiones de los neoprenos.

La rigidez del conjunto pila-neopreno es ahora de:

$$K_{pila} = 29236 \text{ kN/m}$$

$$K_{neop_pila} = G_{b,min} \frac{A}{T_q} = 1080 \frac{\pi \frac{0,8^2}{4}}{0,216} = 2513 \text{ kN/m}$$

$$K_{neop+pila} = \frac{1}{\frac{1}{K_{pila}} + \frac{1}{K_{neop_pila}}} = \frac{1}{\frac{1}{29236} + \frac{1}{2513}} = 2314 \text{ kN/m}$$

Por tanto, la rigidez global es de 2·5760 + 2·2314 = 16148 kN/m.

A continuación, se determinan, para las nuevas dimensiones de apoyos, el periodo propio, la aceleración y el desplazamiento de cálculo. Como se trata de la comprobación de apoyos, recordemos que hay que emplear el espectro elástico.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1299}{16148}} = 1,78 \text{ s}$$

$$S_e(T) = a_g S 2,5 \left[\frac{T_c}{T} \right] = 0,15 g 1,35 \cdot 2,5 \left[\frac{0,8}{1,78} \right] = 0,23 g$$

$$S_{De}(T) = S_e(T) \frac{M}{K} = 0,23 \cdot 9,81 \frac{1299}{16148} = 0,181 \text{ m}$$

A este desplazamiento habría que sumarle el desplazamiento debido a las acciones casi-permanentes³⁵, que, en estribos es de 34 mm, y el efecto del sismo en dirección transversal, por lo que el desplazamiento total es de:

$$\sqrt{(1,5 \cdot 181 + 34)^2 + (0,3 \cdot 1,5 \cdot 181)^2} = 322 \text{ mm}$$

Se obtiene, por tanto, un desplazamiento total inferior a doble de la altura neta del neopreno ($2 \cdot 210 = 420 \text{ mm}$) que resulta válido.

5.2.5.6 Determinación de los esfuerzos sísmicos en la pila

Los esfuerzos debidos al sismo en la pila serán iguales en ambas direcciones y se pueden calcular a partir de los valores anteriores, pero considerando esta vez la rigidez superior de los neoprenos (UBDP) para estimar los esfuerzos sísmicos.

Se adopta, además, un factor de comportamiento $q = 1,5$, ya que, en puentes con sistema de aislamiento, como se indicaba más arriba, el apartado 7.3(2)P de UNE-EN 1998-2 permite suponer un comportamiento de ductilidad limitada ($q \leq 1,5$) para la subestructura.

A continuación se resumen los cálculos necesarios para la obtención de dichos esfuerzos.

$$K_{neop+pila} = \frac{1}{\frac{1}{K_{pila}} + \frac{1}{K_{neop_pila}}} = \frac{1}{\frac{1}{29236} + \frac{1}{1,2 \cdot 2513}} = 2734 \text{ kN/m}$$

$$K_{global} = 2(1,2 \cdot 5760 + 2734) = 19292 \text{ kN/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{1299}{19292}} = 1,63 \text{ s}$$

$$S_d(T) = a_g S \left[\frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] \right] = 0,15 g \cdot 1,35 \frac{2,5}{1,5} \left[\frac{0,8}{1,63} \right] = 0,17 g$$

$$V_z = V_y = S_d(T) M \frac{K_{neop+pila}}{K_{total}} = 0,17 \cdot 9,81 \cdot 1299 \frac{3221}{19292} = 362 \text{ kN}$$

$$M_y = M_z = 362 \cdot 7 = 2532 \text{ kNm}$$

Combinando los momentos según la regla SRSS, se tendría un momento de cálculo de:

$$M_{Ed} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 2532\sqrt{2} = 3581 \text{ kNm}$$

³⁵ De acuerdo con 5.5(2)P y 5.5(3)P de UNE-EN 1998-2 no es preciso combinar los efectos de la acción sísmica con las acciones debidas a deformaciones impuestas, a excepción de los puentes en los que la acción sísmica se resiste mediante apoyos elastoméricos laminados, como es este el caso.

Comparando estos valores con los obtenidos para la solución de pila empotrada (ver [Tabla 24](#)) se observa una reducción significativa de los esfuerzos de sismo. Esta reducción es debida a que los estribos absorben una mayor parte de la fuerza sísmica total por la pérdida de rigidez del sistema pila-neopreno respecto del sistema de pila empotrada. También serán menores los esfuerzos debidos a las cargas concomitantes con el sismo.

En la [Tabla 39](#) se recogen los esfuerzos correspondientes a la combinación casi-permanente.

Tabla 39 Envoltentes de esfuerzos concomitantes con la acción sísmica en sección de empotramiento de pilas (cargas permanentes más valor casi-permanente de la sobrecarga uniforme)

Envoltente	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
N _{max}	-4207	0	2	0	14	0
N _{min}	-4749	0	2	0	11	-2
M _{y,max}	-4307	0	2	0	14	-1
M _{y,min}	-4650	0	2	0	10	-1
M _{z,max}	-4529	0	2	0	14	1
M _{z,min}	-4427	0	2	0	11	-2

Por otra parte, en la [Tabla 40](#) se recogen los esfuerzos debidos al sismo de acuerdo con los valores estimados anteriormente.

Tabla 40 Esfuerzos en pila debidos al sismo longitudinal y al sismo transversal en la sección de empotramiento de la pila

Env. Sismo	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sismo Longitudinal: E _x	0	0	362	0	2532	0
Sismo Transversal: E _y	0	362	0	0	0	2532
$\sqrt{E_x^2 + E_y^2}$	0	362	362	0	2532	2532

Teniendo en cuenta que el axil máximo es 4749 kN (ver [Tabla 39](#)), los efectos de segundo orden se determinan a partir de la expresión (5.3) de UNE-EN 1998-2, donde el desplazamiento sísmico del espectro de cálculo es igual al desplazamiento real del neopreno dividido por el factor de comportamiento $q = 1,5$, lo que da como resultado un incremento de momento de 712 kNm, similar al efecto de segundo orden que se obtiene con pila empotrada y comportamiento dúctil.

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ee} N_{Ed} = \frac{1+q}{2} \frac{S_{Se}}{1,5} N_{Ed} \rightarrow \Delta M_y = \Delta M_z = \underbrace{\frac{(1+1,5)}{2} \cdot \frac{0,18}{1,5}}_{0,15} \cdot 4749 = 712 \text{ kNm}$$

Sumando a los esfuerzos de la combinación casi-permanente, los esfuerzos debidos al sismo y los esfuerzos debidos al segundo orden se obtienen los esfuerzos para la comprobación de la pila en situación sísmica, que se recogen en la [Tabla 41](#).

Tabla 41 Combinación de esfuerzos en pila en situación sísmica incluyendo efectos de segundo orden

Envolvente	N [kN]	V_y [kN]	V_z [kN]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	M_z [kNm]	$M_{y2} = M_y + 0,15 N$ [kNm]	$M_{z2} = M_z + 0,15 N$ [kNm]	$\sqrt{M_{y,2}^2 + M_{z,2}^2}$ [kNm]
$N_{Ed,max} + \text{Sismo}$	-4207	362	364	0	2546	2532	3177	3163	4483
$N_{Ed,min} + \text{Sismo}$	-4749	362	364	0	2543	2530	3255	3243	4595
$M_{Ed,y,max} + \text{Sismo}$	-4307	362	364	0	2546	2531	3192	3177	4504
$M_{Ed,y,min} + \text{Sismo}$	-4650	362	364	0	2542	2531	3240	3229	4574
$M_{Ed,z,max} + \text{Sismo}$	-4529	362	364	0	2546	2533	3225	3212	4552
$M_{Ed,z,min} + \text{Sismo}$	-4427	362	364	0	2543	2530	3207	3194	4526

5.2.5.7 Comprobación a flexocompresión

La comprobación a flexocompresión de las pilas para la situación sísmica se presenta en la [Figura 123](#) utilizando el diagrama de interacción de la sección considerando una armadura de 35Ø25. Esta armadura, necesaria para resistir el sismo es claramente superior que la necesaria en situación persistente, que, aunque no se detallan aquí los cálculos, sería de solo 25Ø16.

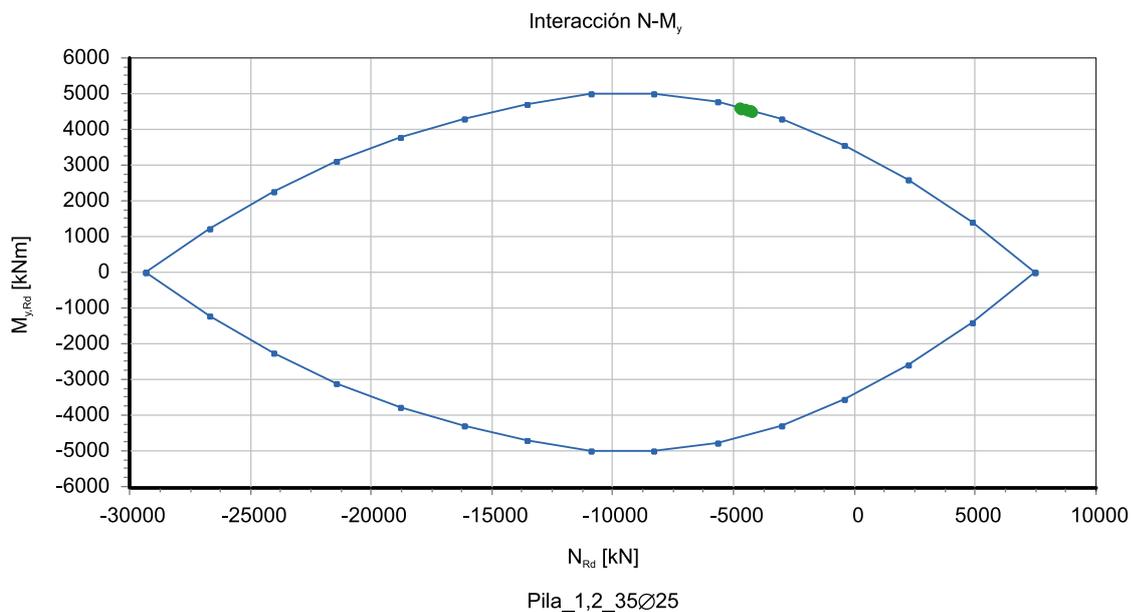


Figura 123 Comprobación de la situación sísmica con la armadura necesaria (35Ø25), claramente superior a la necesaria en situación persistente

La armadura resulta en todo caso menor que en la solución empotrada y además los daños serán mínimos, al considerarse un comportamiento esencialmente elástico.

Tampoco resulta necesario disponer armadura de confinamiento.

Parece, por tanto, que esta solución es mejor desde un punto de vista sísmico, aunque obliga a disponer topes sísmicos en dirección transversal, como medida de seguridad adicional, pero con espacio suficiente para permitir los desplazamientos sísmicos, y respetar valores de entrega mínimos en estribos para eliminar el riesgo de pérdida de apoyo. Igualmente, deben colocarse anclajes verticales para controlar el sismo vertical, que, como se indicó en el enunciado, no se ha considerado en este análisis. En el otro lado de la balanza se deben colocar los mayores costes de mantenimiento y la mayor complejidad constructiva que se deriva del replanteo y colocación de los aparatos de apoyo.

El dimensionamiento a cortante, de acuerdo con el apartado 5.6.2 de UNE-EN 1998-2, debe realizarse para un cortante incrementado por el factor de comportamiento q utilizado, y considerando además un factor parcial adicional para el cálculo de la resistencia a cortante igual a γ_{Bd1} , cuyo valor recomendado, adoptado también por el Anejo Nacional, es de 1,25.

A continuación se resume el dimensionamiento a cortante:

$$V_{Ed} = \sqrt{362^2 + 364^2} = 513 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \gamma_{Bd1} \frac{V_{Ed}}{0,9d_e f_{ywd}} \tan \theta = 1,25 \frac{513}{0,9 \cdot 0,95 \cdot \frac{50}{1,15}} \frac{1}{2,5} = 6,9 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow C\phi 12 \text{ a } 0,30$$

5.2.5.8 Detalle de armado

En la [Figura 124](#) se detalla el armado de la pila a nivel de plano. La armadura longitudinal se mantiene constante en toda la pila e igual a 35Ø25 mientras que la armadura de cortante es de Ø12 a 0,30. No resulta necesario, en este caso, disponer armadura de confinamiento.

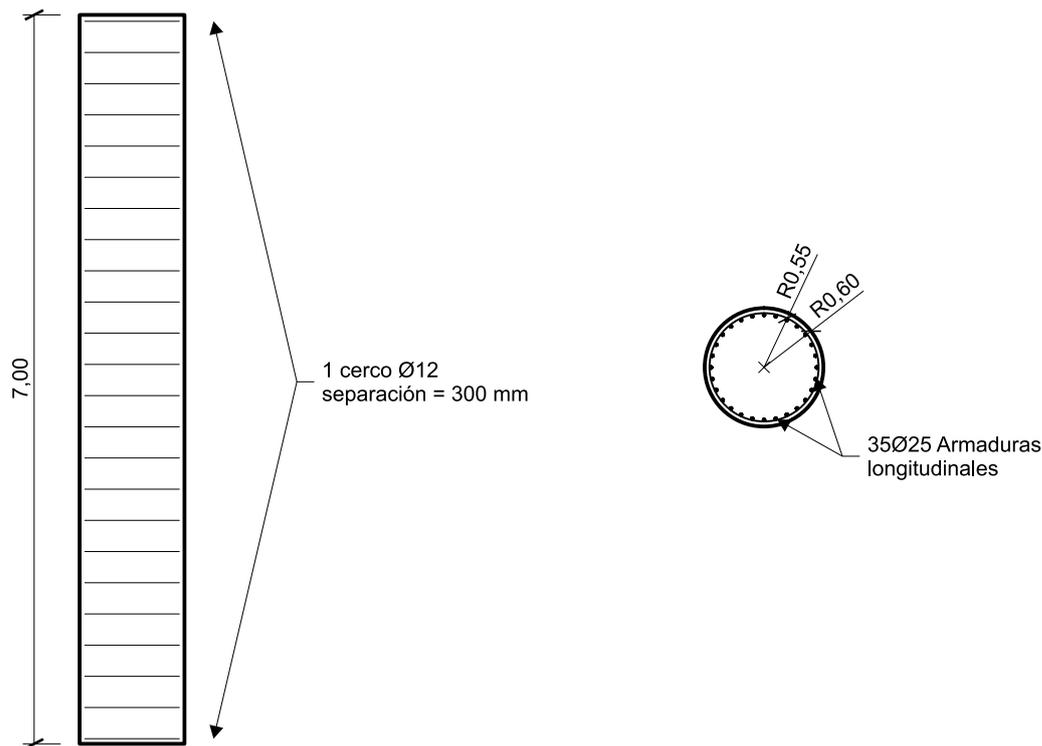


Figura 124 Armado propuesto para la pila

5.2.6 Conclusiones

En la [Tabla 42](#) se resume el armado necesario para cada una de las alternativas consideradas, proporcionando además las mediciones del hormigón y del acero, la cuantía de armadura en kg/m^3 (que resulta un indicador de la facilidad constructiva) y una estimación económica basada las mediciones anteriores suponiendo un precio para el hormigón HA-30 (C30/37) en alzado de pilas de $100,87 \text{ €/m}^3$, un precio para el acero B-500 SD de $1,17 \text{ €/m}^3$, y un precio para el dm^3 de neopreno zunchado de $27,69 \text{ €/dm}^3$ con objeto de obtener un orden de magnitud del coste de una pila. Todos estos precios están tomados de la Base de precios de referencia de la Dirección General de Carreteras [\[44\]](#).

Lo más evidente de la tabla es que la solución aislada de lugar al mayor coste, debido al aparato de apoyo que representa 4873 € . Desde un punto de vista constructivo las soluciones 3 y 4 resultan más fáciles debido a que dan lugar a cuantías de armado significativamente menores. Sin embargo, esta ventaja en la solución aislada se verá contrarrestada por la necesidad de disponer aparatos de apoyo, que suponen operaciones adicionales de replanteo y preparación de superficies.

Desde un punto de vista funcional, la solución aislada requerirá mayores costes de mantenimiento, pero en caso de sismo, evitaría la generación de daños significativos en la estructura, lo cual supone una ventaja no menor que podría resultar suficiente para contrarrestar todos los inconvenientes anteriores.

Respecto de las tres soluciones con pila empotrada, la más barata resulta ser la de fuste circular único (solución 1), aunque su elevada cuantía complicará las tareas de ferrallado.

No resulta por tanto evidente cuál es la mejor solución y deben valorarse ventajas e inconvenientes a nivel de cada proyecto con sus circunstancias y sensibilidades. No obstante, el análisis presentado aquí permite obtener una idea de cuáles son los puntos fuertes y débiles de cada una de las alternativas estudiadas.

Tabla 42 Resumen de las alternativas consideradas para pilas

Solución	Descripción	Armado Longitudinal		Armado Transversal			armadura [kg]	hormigón [m³]	neop [dm³]	Cuantía [kg/m³]	Coste [€]
		Armado	cm²	Long. [m]	Armado	cm²/m					
1	Pila circular Ø1,20 empotrada en tablero	30Ø32	241,2	2,40	1CØ20a0,075	83,7	2181	7,92	-	276	3351
				2,40	1CØ16a0,10	40,2					
				2,20	1CØ16a0,125	32,2					
2	Doble fuste circular Ø1,00 empotrados en tablero	30Ø25	147,3	2,00	1CØ16a0,07	57,4	2563	11,00	-	233	4108
				2,00	1CØ16a0,15	26,8					
				3,00	1CØ16a0,20	20,1					
3	Fuste apantallado 4,00x0,70 empotrado en tablero	2x(23Ø25+5Ø32)+2Ø12 (aux)	308,5	2,00	1CØ12a0,10+23HØ12a0,10+2H _{aux} Ø8a0,10	259,9	3187	19,60	-	163	5706
				2,00	1CØ12a0,10+12HØ12a0,10+2H _{aux} Ø8a0,10	135,6					
				3,00	1CØ12a0,20+12HØ10a0,20+2H _{aux} Ø8a0,20	471					
4	Pila circular Ø1,20 conectada al tablero mediante neoprenos	35Ø25	171,9	7,00	1CØ12a0,30	7,5	1250	7,92	176	158	7147

5.3 Puente isostático esviado

5.3.1 Enunciado del problema

En este ejemplo se considera un puente de vigas de un único vano de 22 m cuyo alzado y sección transversal se muestran en la [Figura 125](#) y en la [Figura 126](#), respectivamente. En los estribos, el tablero se apoya en ocho neoprenos convencionales (LDRB) de 400x500x175(121). El módulo de cizalla convencional aparente de los neoprenos G_g , (ver UNE-EN 1337-3), es igual a 1,0 MPa. La perpendicular al eje del tablero del puente tiene un ángulo de esviaje de 30° con la línea de apoyos de los estribos (ver [Figura 127](#)). Se disponen anclajes verticales (ver [Figura 99](#)) en ambos estribos por lo que no será necesario considerar el efecto del sismo vertical.

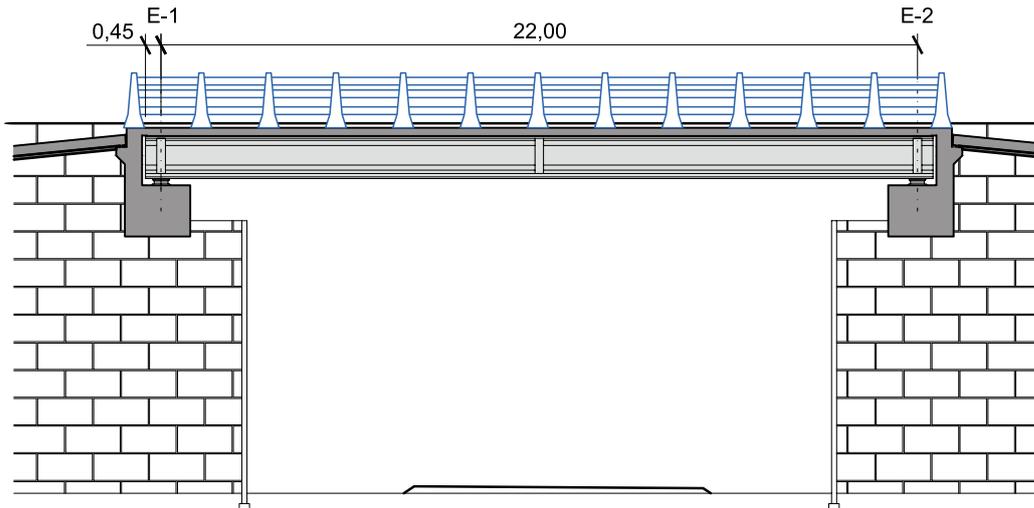


Figura 125 Alzado del puente considerado

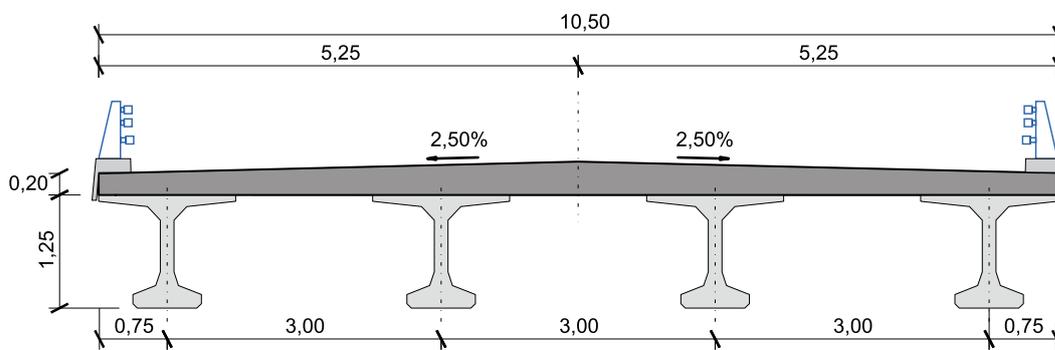


Figura 126 Sección transversal del puente considerado

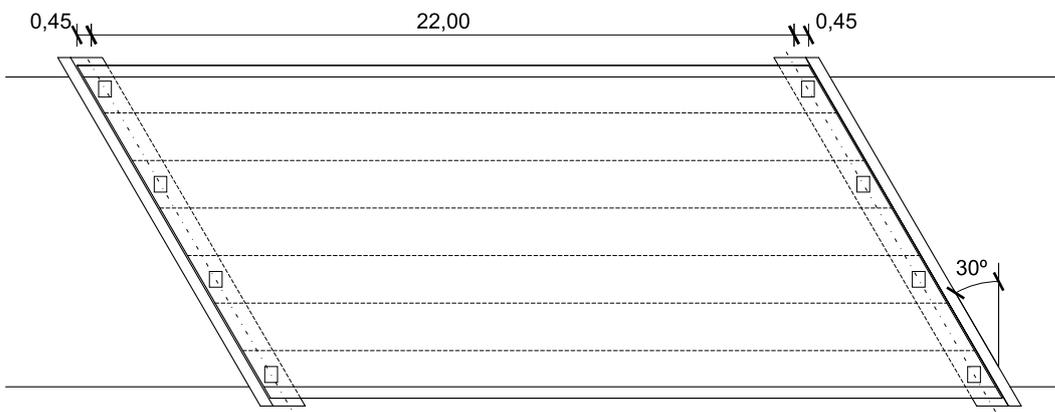


Figura 127 Planta del puente considerado

La distancia entre el eje de apoyo y el borde del tablero es de 0,45 m y la entrega del tablero en el apoyo, l_{ov} , es de 1 m.

Utilizando neoprenos convencionales de bajo amortiguamiento (LDRB) de acuerdo con el apartado 7.5.2.4(5) de UNE-EN 1998-2, el valor de ξ_{eff} puede tomarse igual al 5% sin necesidad de validación especial.

A efectos de evaluar el desplazamiento en los apoyos debido al pretensado y a las deformaciones impuestas, se indica que:

- La tensión media en el tablero debida al pretensado es de 6,5 MPa
- El pretensado se efectúa a los 7 días. A esta edad de carga el coeficiente de fluencia es de 2,1
- A los 7 días el módulo de elasticidad es del 94% del valor que corresponde a los 28 días
- La deformación de retracción es de 0,41 mm/m
- La temperatura mínima del aire en el emplazamiento de la estructura T_{\min} es de 2°C y la temperatura inicial T_0 se toma igual a 15°C

A partir de estos datos y de la figura 6.1 de UNE-EN 1991-1-5 se determina que el valor mínimo de la componente uniforme de la temperatura del tablero es:

$$T_{e,\min} = T_{\min} + \Delta T_{e,\min} = 2 + 8 = 10^{\circ}\text{C}$$

y el valor característico de la máxima variación de la componente uniforme de temperatura en contracción es:

$$\Delta T_{N,\text{con}} = T_0 - T_{e,\min} = 15 - 8 = 7^{\circ}\text{C}$$

5.3.2 Resolución

5.3.2.1 Esquema de desarrollo

Debido a las características del problema (tablero rígido en su plano sobre apoyos de neopreno) se aplica el método del modo fundamental con el modelo de tablero rígido.

El esquema de desarrollo de este problema es el siguiente:

- Determinación de las propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo
- Aplicación del método del modo fundamental y verificación de las condiciones de tablero rígido de UNE-EN 1998-2
- Verificación de los desplazamientos en los neoprenos. Para la verificación de los desplazamientos hay que utilizar el valor inferior de la rigidez de los neoprenos (LBDP) y el espectro elástico de respuesta, con el valor del coeficiente η adecuado al nivel de amortiguamiento que tenga el sistema de aislamiento.

Además, al ser el esviaje de la estructura mayor de 20° se tiene en cuenta una excentricidad accidental entre el centro de masas y el centro de rigideces más una excentricidad adicional por el efecto dinámico de la vibración traslacional y torsional simultáneas (ver 3.6.3). Estas excentricidades aumentan los desplazamientos máximos en los neoprenos

Los desplazamientos sísmicos (amplificados por γ_{ls} , para la verificación de la deformación por cizalla) deben superponerse con los desplazamientos debidos al pretensado, la fluencia, la retracción y la temperatura casi-permanente a efectos de comprobar la validez de las dimensiones del neopreno (distorsión total en situación sísmica inferior a 2,00).

- Determinación de las fuerzas para el cálculo de los estribos. Para la determinación de las fuerzas pésimas en estribos se utiliza el valor superior de la rigidez de los neoprenos (UBDP) y el espectro de cálculo, dividido por un factor q que debe estar entre 1 y 1,5.
- Verificación de la entrega del puente. Finalmente se verifica, que la entrega del puente en los estribos es suficiente para evitar riegos de pérdida de apoyo durante un terremoto, aplicando los criterios establecidos en 3.8.5.1.

5.3.2.2 Propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo

El módulo de cizalla G_b , se obtiene multiplicando el módulo de cizalla convencional aparente del neopreno G_g , que para este ejemplo se toma igual a 1,0 MPa, por un factor α comprendido entre 1,1 y 1,4 que tiene en cuenta el efecto dinámico del sismo y cuyo valor debe determinarse mediante ensayos. En este caso se adopta un valor $\alpha = 1,3$ por lo que el valor nominal del módulo de cizalla será de $G_b = 1,3 \cdot 1 = 1,3$ MPa.

De acuerdo con el apartado 7.5.2.4 de UNE-EN 1998-2, la variabilidad de las propiedades del material en el caso de neoprenos convencionales se tiene en cuenta considerando dos valores para el módulo de cizalla: un valor inferior (LBDP) $G_{b,\min}$ que corresponde al valor nominal del módulo de cizalla; y un valor superior (UBDP) $G_{b,\max}$ que se toma igual al anterior incrementado en un 20%, ya que $T_{\min,b} \geq 0^\circ\text{C}$.

Aplicando las reglas anteriores para este ejemplo, las propiedades de cálculo de los aparatos de apoyo serán:

(LBDP) $G_{b,\min} = G_b = 1,3$ MPa para la verificación de los desplazamientos

(UBDP) $G_{b,\max} = 1,20 G_{b,\min} = 1,56$ MPa para la evaluación de esfuerzos en la subestructura

5.3.2.3 Aplicación del método fundamental

Como ya se ha indicado, se realiza un análisis del problema mediante el método del modo fundamental, estudiando el tablero como rígido.

Dada la geometría de la estructura ésta cumple las condiciones del apartado 4.2.2.2 de UNE-EN 1998-2, que definen el campo de aplicación del método del modo fundamental.

Dentro de los modelos posibles a aplicar, el que mejor se adapta a este caso tanto en dirección longitudinal como en dirección transversal es el método del tablero rígido. Este método

es aplicable siempre en dirección longitudinal en puentes de geometría recta y en dirección transversal si la relación entre la longitud del tablero y su anchura es menor que 4,0 (ver apartado 4.2.2.3(1) de UNE-EN 1998-2). En este caso esta relación es de 2,1, por lo que la condición anterior se cumple con mucha holgura.

5.3.2.4 Verificación de los desplazamientos

El comportamiento de un neopreno se puede asimilar, a efectos de análisis, a un comportamiento lineal con la rigidez que se indica en la expresión (153).

La rigidez efectiva del sistema para la verificación de los desplazamientos se calcula con las propiedades límite inferiores (LBDP) de los neoprenos. A partir, por tanto, del valor $G_{b,\min}$ y de la geometría de los neoprenos, ocho neoprenos convencionales (LDRB), uno en cada extremo de viga, de 400x500x175(121), se obtiene el siguiente valor:

$$K_{neop} = \frac{G_{b,\min} A_b}{T_q} = \frac{1300 \cdot 0,4 \cdot 0,5}{0,121} = 2148,8 \text{ kN/m}$$

$$K_{eff} = 8 \cdot 2148,8 = 17190 \text{ kN/m}$$

El periodo propio fundamental de la estructura se determina a partir de la masa y de la rigidez efectiva. La masa a considerar incluye el peso propio del tablero, la carga muerta y la sobrecarga casi-permanente. El peso del tablero se determina a partir del área de la sección transversal, que está formada por una losa de 2,80 m² y cuatro vigas de 0,48 m². La longitud total del puente es la suma del vano de 22 m y las entregas de los extremos del tablero que suman 0,9 m. Por tanto, la masa del tablero es de (2,80+0,48·4) 2,5·22,9 = 270,2 t.

Como carga muerta, se adopta el valor superior, dado que se trata de la situación más desfavorable. Esta carga muerta consiste en un pavimento de 7 cm de espesor nominal, que se incrementa en un 50%, de 2,4 t/m³ de peso específico, extendido a 9,50 m de ancho entre pretilos. Por tanto, la masa incrementada correspondiente al pavimento es de 1,50·0,07·2,4·9,50·22,9 = 54,8 t. Además, se disponen dos pretilos cuyo peso es de 0,5 kN/m por barrera, por lo que la masa correspondiente es de 2·0,5·22,9 = 22,9 t.

Es necesario considerar el valor casi-permanente de la sobrecarga uniforme, que, en situación sísmica es del 20% de la sobrecarga uniforme (UDL) característica, de acuerdo con el apartado 4.1.2(4)P de UNE-EN 1998-2 (ver también apartado 3.6.1.1 de esta guía). La UDL casi-permanente, de acuerdo con las cargas de tráfico en puentes de carretera establecidas en UNE-EN 1991-2 y su Anejo Nacional, con la aplicación del factor de simultaneidad $\psi_{2,1}$, supone una masa, extendida al ancho de 9,50 m de plataforma, de:

$$\psi_{2,1 \text{ UDL}} = 0,20 \left(0,9 \cdot 3 + (9,50 - 3) 0,25 \right) 22,9 = 19,8 \text{ t}$$

Por tanto, la masa casi-permanente total, de acuerdo con la combinación sísmica que se establece en la expresión (81), aplicando los valores anteriores será:

$$270,2 + 54,8 + 22,9 + 19,8 = 367,7 \text{ t}$$

El periodo propio del sistema, obtenido a partir de la masa y la rigidez efectiva calculadas más arriba, es el siguiente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{367,7}{17190}} = 0,92 \text{ s}$$

La aceleración de cálculo correspondiente al periodo anterior se obtiene mediante la expresión (74), que corresponde al espectro elástico (sin consideración del factor de comportamiento, q , puesto que aquí se trata de obtener los desplazamientos de los neoprenos). Dado que el periodo es superior a $T_C = 0,80$ s y menor a $T_D = 2$ s, la aceleración espectral corresponde a la rama descendente tras la meseta.

$$S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right] = 0,15 g 1,35 \cdot 1 \cdot 2,5 \left[\frac{0,8}{0,92} \right] = 4,31 \text{ m/s}^2$$

El desplazamiento del espectro elástico en una dirección resulta igual a:

$$S_{De} = S_d \frac{T^2}{4\pi^2} = 4,31 \frac{0,92^2}{4\pi^2} = 92 \text{ mm}$$

En términos de desplazamientos (se recuerda nuevamente que se están aplicando las propiedades LBDP del sistema de aislamiento), el efecto estructural del sismo en la dirección longitudinal y transversal se puede determinar aplicando al modelo fuerzas estáticas equivalentes correspondientes a la expresión (4.12) de UNE-EN 1998-2, como sigue:

$$F = MS_d(T) = 367,7 \cdot 4,31 = 1585 \text{ kN}$$

Al tratarse de un total de ocho apoyos, uno en cada extremo de viga, el cortante que recibe cada neopreno es:

$$V_1 = \frac{1585}{8} = 198 \text{ kN}$$

Adicionalmente, de acuerdo con el apartado 4.1.5 de UNE-EN 1998-2, cuando el puente tiene un esviaje mayor a 20° , se debe considerar una excentricidad accidental e_a de la masa respecto al eje de giro del 3% del ancho en la dirección transversal (para cuando se considere el sismo en la dirección longitudinal) y del 3% de la longitud en la dirección longitudinal (para el sismo en la dirección transversal). También se contempla una excentricidad adicional que refleja el efecto dinámico del acoplamiento entre traslación y torsión e_d

Teniendo en cuenta ambas excentricidades, la excentricidad a considerar para el sismo aplicado en la dirección longitudinal vienen dada por la expresión (89).

$$e = e_a + e_d = 0,03B + 0,05B = 0,08 \frac{10,5}{\cos 30^\circ} = 0,97 \text{ m}$$

Esta excentricidad produce un momento estático equivalente de acuerdo con el apartado 4.1.5(3)P de UNE-EN 1998-2 cuyo valor es:

$$M_t = MS_d(T)e = 367,7 \cdot 4,31 \cdot 0,97 = 1537 \text{ kNm}$$

El momento así obtenido, resultado de la excentricidad de la masa respecto al eje de giro, es resistido por los neoprenos, que contribuyen con fuerzas que son proporcionales a la distancia del eje de giro vertical a los apoyos, al considerar que el tablero es rígido y no se deforma. Repartiendo los esfuerzos como se representa en la [Figura 128](#), el tablero gira como sólido rígido.

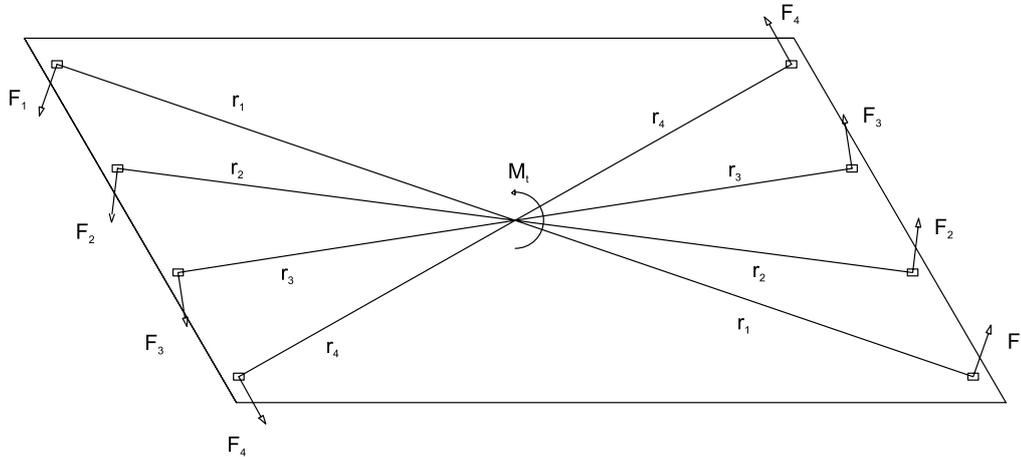


Figura 128 Reparto de esfuerzos en los neoprenos de apoyo, debidos al momento torsor estático equivalente de eje vertical aplicado en el centro de gravedad del tablero

En la [Tabla 43](#) se muestra la fuerza resultante en cada neopreno, de acuerdo a la distancia que lo separa del centro de giro, para el momento dado de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\begin{cases} F_i = F_1 \frac{r_i}{r_1} \\ M_t = 2 \sum_{i=1}^4 F_i r_i \end{cases}$$

Tabla 43 Resultantes sobre los neoprenos generadas por el momento torsor estático equivalente de eje vertical en el estudio del sismo longitudinal

Distancia al centro [m]		Fuerza [KN]	
r_1	13,85	F_1	22,25
r_2	11,46	F_2	17,58
r_3	9,75	F_3	14,96
r_4	9,09	F_4	13,95

$$M_t = 2 \sum_{i=1}^4 F_i r_i = 1537 \text{ kN/m}$$

El máximo cortante corresponde a los neoprenos de las esquinas agudas del tablero, para el cual se determinan los desplazamientos. El cortante total que recibe este neopreno es suma vectorial del cortante calculado mediante el modo fundamental en dirección longitudinal, más el cortante debido a la excentricidad de masa. La fuerza radial debida a la excentricidad

de la masa forma un ángulo de 71° con el eje longitudinal del tablero. El cálculo de los desplazamientos se detalla a continuación:

$$V_L = 198 + 22,2 \cos 71^\circ = 205,2 \text{ kN}$$

$$V_T = 22,2 \sin 71^\circ = 21,0 \text{ kN}$$

$$K_{neop} = 2149 \text{ kN/m}$$

$$d_L = \frac{V_L}{K_{neop}} = \frac{205,2}{2149} = 95 \text{ mm}$$

$$d_T = \frac{V_T}{K_{neop}} = \frac{21,0}{2149} = 9,8 \text{ mm}$$

Por otra parte, al estudiar el sismo en la dirección transversal al puente, se tiene el mismo cortante en el neopreno, calculado con el modo fundamental, al que se le añade el cortante debido a la excentricidad de la masa del tablero. La excentricidad en este caso varía, siendo el 3% de la longitud del tablero L para la excentricidad accidental y el 5% de L para la excentricidad que refleja el efecto dinámico del acoplamiento entre traslación y torsión.

$$e = e_a + e_d = 0,03L + 0,05L = 0,08 \cdot 22 = 1,76 \text{ m}$$

$$M_t = M S_d(T) e = 367,7 \cdot 4,31 \cdot 1,76 = 2784 \text{ kNm}$$

El reparto de cortantes sobre los apoyos para equilibrar M_t es igual que en el caso del sismo longitudinal. En la [Tabla 44](#) se muestran los cortantes en los distintos neoprenos de uno de los extremos del tablero.

Tabla 44 Resultantes sobre los neoprenos generadas por el momento torsor estático equivalente de eje vertical en el estudio del sismo transversal

Distancia al centro [m]		Fuerza [kN]	
r_1	13,85	F_1	38,49
r_2	11,46	F_2	31,85
r_3	9,75	F_3	27,10
r_4	9,09	F_4	25,26

$$M_T = 2 \sum_{i=1}^4 F_i r_i = 2784 \text{ kN/m}$$

El máximo cortante corresponde nuevamente a los neoprenos de las esquinas agudas del tablero, al ser las más alejadas del centro de giro. Los cortantes totales y desplazamientos se separan en las direcciones longitudinal y transversal.

$$V_L = 38,5 \cos 71^\circ = 13 \text{ kN}$$

$$V_T = 198 + 38,5 \sin 71^\circ = 234 \text{ kN}$$

$$K_{neop} = 2149 \text{ kN/m}$$

$$d_L = \frac{V_L}{K_{neop}} = \frac{13}{2149} = 6 \text{ mm}$$

$$d_T = \frac{V_T}{K_{neop}} = \frac{234}{2149} = 109 \text{ mm}$$

Obtenidos los desplazamientos posibles estudiando los sismos longitudinal y transversal, se aprecia que el desplazamiento resulta más desfavorable en el caso del sismo en la dirección transversal al tablero.

Para efectuar la comprobación del desplazamiento de los apoyos resulta necesario tener en cuenta, además, los desplazamientos debidos a la combinación casi-permanente, que se determinan como la suma del desplazamiento debido al pretensado y a las deformaciones reológicas (d_c) y el debido al valor casi-permanente de la temperatura ($\psi_2 d_T$).

El desplazamiento debido a las acciones permanentes y a la temperatura casi-permanente tiene dirección longitudinal, detallándose su cálculo a continuación:

$$d_{G, \text{longitudinal}} = \left(\sigma_p \left[\frac{1}{E_c(7)} + \frac{\varphi(t,7)}{E_{c,28}} \right] + \varepsilon_{cs} + \psi_2 \alpha_T \Delta T_{N,con} \right) \frac{L}{2} =$$

$$\left(6,5 \left[\frac{1}{0,94 \cdot 32,84} + \frac{2,1}{32,84} \right] + 0,41 + 0,5 \cdot 10^{-5} \cdot 7 \cdot 1000 \right) \frac{22}{2} = 11,8 \text{ mm}$$

$$d_{G, \text{transversal}} = (\varepsilon_{cs} + \psi_2 \alpha_T \Delta T_{N,con}) \frac{B_{recto}}{2} = (0,41 + 0,5 \cdot 10^{-5} \cdot 7 \cdot 1000) \frac{10,5}{2} = 2,3 \text{ mm}$$

Los desplazamientos en los neoprenos por las deformaciones impuestas debidas al tablero, sumados a los desplazamientos del neopreno para las propiedades de cálculo límite inferiores (LBDP), proporcionan los desplazamientos totales. A efectos de comprobar la deformación de cizalla de los neoprenos por efecto del desplazamiento horizontal se debe aumentar los desplazamientos debidos al sismo multiplicándolos por el factor de amplificación γ_{IS} , cuyo valor de acuerdo con el Anejo Nacional español es de 1,5 (ver apartado 7.6.2(1) de UNE-EN 1998-2). Los valores resultantes son los siguientes:

$$\text{LBDP} \begin{cases} \text{Sismo}_{\text{longitudinal}} \rightarrow \begin{cases} d_L = 1,5 \cdot 9,5 + 11,8 = 155 \text{ mm} \\ d_T = 1,5 \cdot 9,8 + 2,3 = 17 \text{ mm} \end{cases} \\ \text{Sismo}_{\text{transversal}} \rightarrow \begin{cases} d_L = 1,5 \cdot 6 + 11,8 = 21 \text{ mm} \\ d_T = 1,5 \cdot 109 + 2,3 = 166 \text{ mm} \end{cases} \end{cases}$$

Los desplazamientos máximos se producen cuando se considera que actúa el sismo en la dirección transversal. Este desplazamiento cumple con el límite de deformación de cizalla de

acuerdo con UNE-EN-1337-3, que fija el valor máximo en 1, pero que se aumenta en situación sísmica de acuerdo con el apartado 7.6.2(6) de UNE-EN 1998-2 a 2.

De acuerdo con el apartado 4.2.1.4(2) de UNE-EN 1998-2, deben combinarse las componentes del sismo longitudinal y transversal de acuerdo con la regla de las expresiones 4.18 a 4.19 de UNE-EN 1998-1, que supone considerar el 100% del sismo en una dirección y el 30% del sismo en la dirección transversal.

$$E_{Edx} + 0,30E_{Edy} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d_L = 155 + 0,3 \cdot 1,5 \cdot 6 = 158 \text{ mm} \\ d_T = 17 + 0,3 \cdot 1,5 \cdot 109 = 66 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow d = \sqrt{158^2 + 66^2} = 171 \text{ mm}$$

$$0,30E_{Edx} + E_{Edy} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d_L = 0,3 \cdot 1,5 \cdot 95 + 21 = 64 \text{ mm} \\ d_T = 0,3 \cdot 1,5 \cdot 9,8 + 166 = 170 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow d = \sqrt{64^2 + 166^2} = 178 \text{ mm}$$

Esta regla da lugar a un desplazamiento compuesto de 178 mm, inferior al doble de la altura neta ($2 \cdot 121 = 242 \text{ mm}$), por lo que se dan por válidas estas dimensiones.

5.3.2.5 Fuerzas sísmicas para la verificación de los estribos

Para comprobar la subestructura, resulta necesario utilizar los valores superiores de las propiedades de cálculo de los neoprenos (UBDP). A partir de $G_{b,\max}$, determinado en el apartado 5.3.2.2, y de la geometría de los neoprenos, ocho neoprenos convencionales (LDRB), se obtiene el siguiente valor:

$$K_{neop} = \frac{G_{b,\max} A_b}{T_q} = \frac{1560 \cdot 0,4 \cdot 0,5}{0,121} = 2578,5 \text{ kN/m}$$

$$K_{eff} = 8 \cdot 2578,5 = 20628 \text{ kN/m}$$

El aumento de la rigidez supone el descenso del periodo propio fundamental de la estructura.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{367,7}{20628}} = 0,84 \text{ s}$$

El valor del periodo continúa correspondiendo a la rama descendente del espectro de aceleraciones. Se adopta un factor de comportamiento $q = 1,5$ ya que en puentes con sistema de aislamiento, como se indicaba en el apartado 5.3.2.1, el apartado 7.3(2)P de UNE-EN 1998-2 permite suponer un comportamiento de ductilidad limitada ($q \leq 1,5$) para la subestructura.

$$S_d(T) = a_g S \eta \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] = 0,15 g 1,35 \cdot 1 \frac{2,5}{1,5} \left[\frac{0,8}{0,84} \right] = 3,15 \text{ m/s}^2$$

En la **Figura 129** se representa el punto del funcionamiento para las propiedades LBDP y UBDP de los neoprenos.

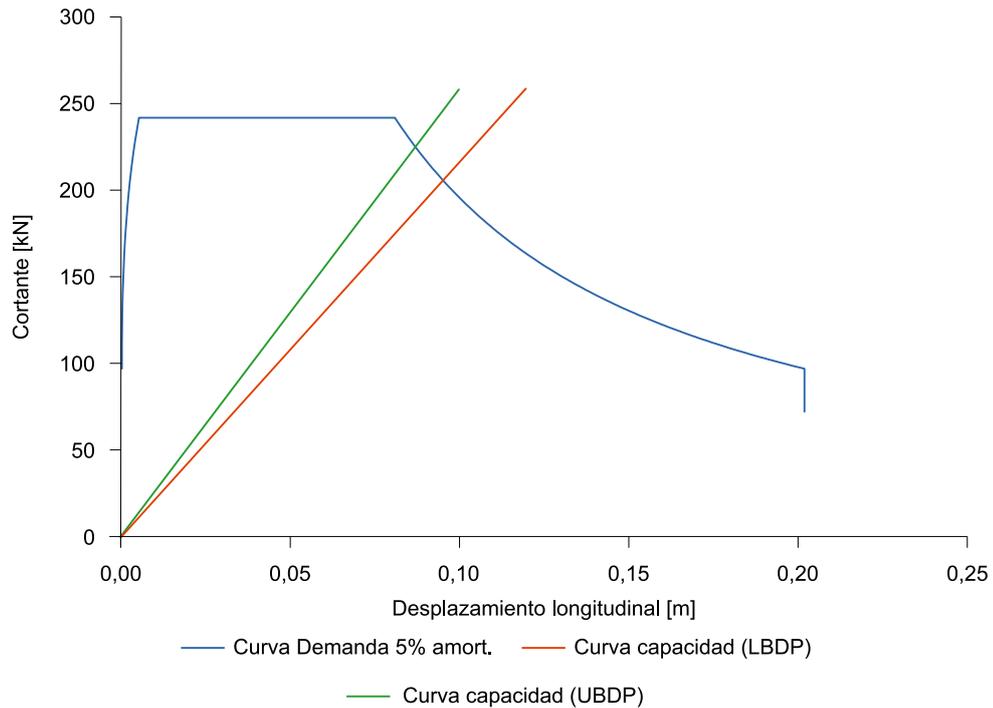


Figura 129 Cortante frente a desplazamiento en los neoprenos de las esquinas agudas del tablero. Determinación del punto del funcionamiento para las propiedades LBDP y UBDP de los neoprenos

La fuerza estática equivalente que produce el sismo correspondiente a la aceleración espectral antes obtenida es la siguiente:

$$F = MS_d(T) = 367,7 \cdot 3,15 = 1158 \text{ kN}$$

Repartido a partes iguales entre los ocho apoyos, el cortante que recibe cada neopreno es:

$$V_1 = \frac{1158}{8} = 145 \text{ kN}$$

En cuanto a los cortantes originados por el momento debido a la excentricidad de masa respecto al centro de giro, éstos se ven afectados por el aumento del momento torsor. En la [Tabla 45](#) se muestran los valores de estos cortantes para las propiedades (UBDP). Estos valores se obtienen multiplicando los valores obtenidos en el apartado anterior para las propiedades (LBDP) por la relación de aceleraciones: $3,15/4,31 = 0,727$.

Tabla 45 Resultantes sobre los neoprenos generados por el momento excentricidad de masa (UBDP)

	M [t]	e [m]	M_t [kNm]	F_1 [kN]	F_2 [kN]	F_3 [kN]	F_4 [kN]
Sismo Longitudinal	367,7	0,97	1117	15,5	12,8	10,9	10,1
Sismo Transversal	367,7	1,76	2024	28,0	23,1	19,7	18,4

La suma vectorial de las fuerzas que actúan en el neopreno más cargado disminuye debido a que la mayor rigidez se ve compensada por la consideración de un factor de comportamiento de 1,5 para el dimensionamiento del estribo.

$$\begin{aligned} \text{Sismo}_{\text{longitudinal}} &\rightarrow \begin{cases} V_L = 145 + 15,5 \cos 71^\circ = 150 \text{ kN} \\ V_T = 15,5 \sin 71^\circ = 14,6 \text{ kN} \end{cases} \\ \text{Sismo}_{\text{transversal}} &\rightarrow \begin{cases} V_L = 28,0 \cos 71^\circ = 9,1 \text{ kN} \\ V_T = 145 + 28,0 \sin 71^\circ = 171 \text{ kN} \end{cases} \end{aligned}$$

Estos esfuerzos, calculados para las propiedades de cálculo límite superiores (UBDP) de los neoprenos y con el espectro de cálculo con $q = 1,5$, suponen los esfuerzos horizontales que han de tenerse en cuenta para la comprobación de los estribos.

Para combinar los sismos longitudinal y transversal se puede adoptar bien la regla SRSS, o bien la regla de la expresión (49), que resulta menos conservadora.

De acuerdo con el primer criterio, se tendrían las siguientes fuerzas longitudinales y transversales:

$$\begin{aligned} V_L &= \sqrt{150^2 + 9,1^2} = 150,3 \text{ kN} \\ V_T &= \sqrt{14,6^2 + 171^2} = 171,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

De acuerdo con el segundo criterio, se tendría:

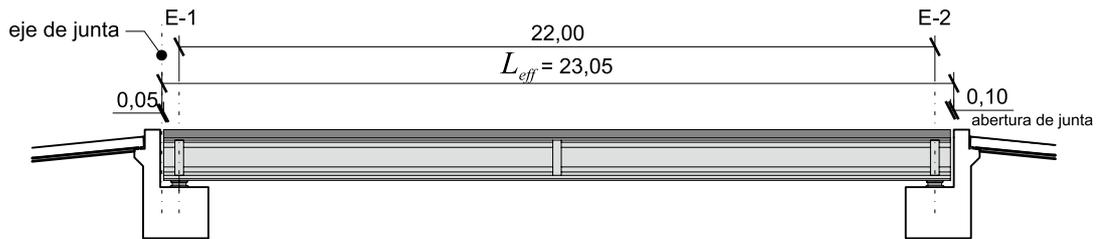
$$\begin{aligned} A_{Ex} + 0,30A_{Ey} &\rightarrow \begin{cases} V_L = 150 + 0,3 \cdot 9,1 = 109 \text{ kN} \\ V_T = 14,6 + 0,3 \cdot 171 = 56 \text{ kN} \end{cases} \\ 0,30A_{Ex} + A_{Ey} &\rightarrow \begin{cases} V_L = 0,3 \cdot 150 + 9,1 = 54 \text{ kN} \\ V_T = 0,3 \cdot 14,6 + 171 = 173 \text{ kN} \end{cases} \end{aligned}$$

5.3.2.6 Verificación de la entrega del puente

La entrega del tablero en estribos l_{ov} es de 1 m. De acuerdo con el apartado 6.6.4 de UNE-EN 1998-2 y con la expresión (139), que se reproduce a continuación:

$$l_{ov} = l_m + d_{eg} + d_{es}$$

este valor debe ser superior a la suma de la entrega mínima l_m que debe ser, al menos, de 400 mm, el desplazamiento efectivo relativo debido a la variación espacial de la acción sísmica d_{eg} , y el desplazamiento efectivo del apoyo debido a la deformación de la estructura cuyo valor depende del tipo de conexión del tablero d_{es}


 Figura 130 Cálculo de L_{eff}

El desplazamiento d_{eg} se determina de acuerdo con la expresión (140). En este caso, la longitud L_{eff} , es la distancia entre el eje de la junta y el espaldón del estribo opuesto (ver Figura 130), que se puede asimilar a un vínculo con una holgura igual a la distancia entre el borde del tablero y el murete, cuyo valor se toma igual a 10 cm. De esta forma el valor de este parámetro es:

$$d_{eg} = \frac{2d_g}{L_g} L_{eff} \leq 2d_g$$

$$d_g = 0,025 a_g S T_C T_D = 0,025 \cdot 0,15 \cdot 9,81 \cdot 1,35 \cdot 0,8 \cdot 2 = 0,0795 \text{ m}$$

$$L_g = 300 \text{ m (suelo tipo D)}$$

$$L_{eff} = 22 + 2 \cdot 0,45 + 1,5 \cdot 0,10 = 23,05 \text{ m}$$

$$d_{eg} = \frac{2 \cdot 0,0795}{300} 23,05 = 0,0122 \text{ m} = \underline{12 \text{ mm}} \leq 2d_g = 159 \text{ mm}$$

El valor d_{es} se corresponde con el desplazamiento sísmico efectivo, que alcanza un valor de 109 mm (considerando el sismo longitudinal más el 30% del sismo transversal), más la holgura del vínculo sísmico, que en este caso es la distancia de la junta entre tablero y murete de estribo, igual a 100 mm, siendo, por tanto, el valor de este parámetro el siguiente:

$$d_{es} = d_{Ed} + s$$

$$d_{Ed} = d_E + d_G + \psi_2 d_T = 109 \text{ mm}$$

$$s = 100 \text{ mm}$$

$$d_{es} = 109 + 100 = 209 \text{ mm}$$

La longitud de entrega mínima, de acuerdo con los valores determinados más arriba, será:

$$l_{ov} = 400 + 12 + 209 = 621 \text{ mm}$$

Se comprueba que la entrega del puente, de 1,00 m es superior a la entrega mínima requerida igual a 0,62 m.

5.4 Estructura enterrada: método cinemático

5.4.1 Enunciado del problema

Como ejemplo de cálculo de estructura enterrada se considera un marco de hormigón de 8 m de luz libre y 5,5 m de gálibo. El canto de las losas superior e inferior es de 0,7 m, adoptándose ese mismo valor para el espesor de los hastiales. La cobertura de tierras sobre la losa superior es de 2,30 m. El hormigón es de clase C25/30 y el acero de 500 MPa de límite elástico y clase de ductilidad B.

En la [Figura 131](#) se muestra la geometría de la estructura considerada.

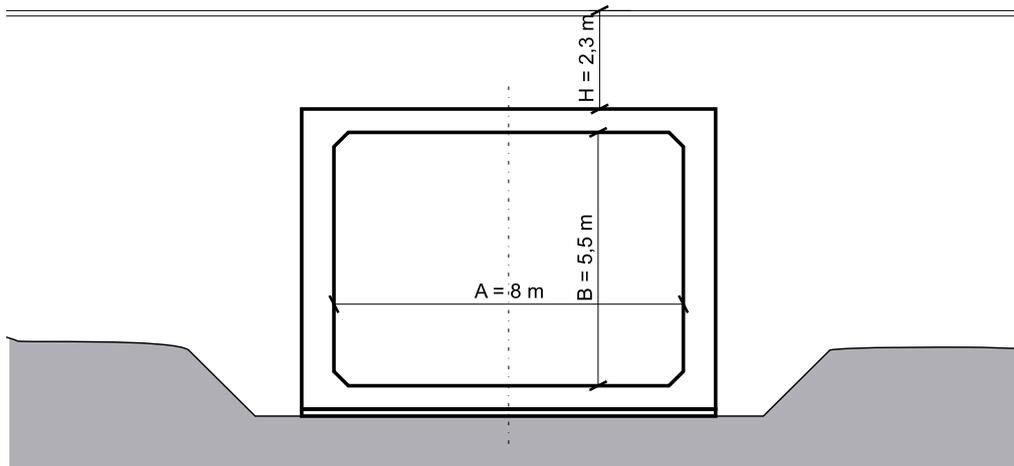


Figura 131 Sección transversal del marco

El ángulo de rozamiento interno efectivo φ' del terreno es de 30° lo cual conduce a un coeficiente de empuje al reposo $k_0 = 0,5$ y un coeficiente de empuje pasivo $k_p = 3$. Se supone que el módulo de Winkler es de $E_w = 30 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^3$. La densidad del terreno considerada es de $\gamma' = 18 \text{ kN/m}^3$.

De acuerdo con el estudio geotécnico, la distorsión angular a considerar para este terreno es $\gamma_s = 0,002$ (para una aceleración del suelo $a_g S = 0,15g$ $S = 0,15g$ $1,35 = 0,2g$).

Las acciones consideradas en el cálculo son las que se muestran en la [Tabla 46](#), expresadas por unidad de longitud del marco.

Tabla 46 Acciones actuantes sobre el marco (por unidad de longitud)

Acciones [kN/m]		
Peso propio	Losas	329,0
	Hastiales	192,0
Tierras		389,2
Sobrecarga		208,8

Se pide realizar el dimensionamiento del marco en situación persistente y, posteriormente, calcular la estructura en situación sísmica aplicando el método cinemático.

5.4.2 Resolución

5.4.2.1 Esquema de desarrollo

Se lleva a cabo en primer lugar un dimensionamiento la armadura de flexión necesaria en la sección crítica de la estructura en situación persistente. Para ello se utiliza un modelo de barras convencional.

En segundo lugar se aplica el método cinemático (ver apartado 2.4) para determinar los esfuerzos de la estructura en situación sísmica. Para ello el terreno se modela mediante muelles no lineales con una precarga correspondiente al empuje al reposo, una rigidez equivalente al módulo de Winkler y unos límites de plastificación correspondientes al empuje pasivo en compresión y a cero en tracción. En el nudo del muelle apoyado en el terreno se introducen los desplazamientos correspondientes a la distorsión angular γ_s de 0,002.

5.4.2.2 Dimensionamiento en situación persistente

Para el análisis en situación persistente se ha realizado un modelo plano de barras sobre el cual se han aplicado las cargas de la [Tabla 46](#) sobre el dintel y el empuje al reposo sobre los hastiales.

Como resultado de este cálculo se obtienen los momentos flectores de la [Figura 132](#).

Para el momento máximo de 476,1 kNm, se obtiene una armadura máxima, correspondiente a la cara exterior de la sección de arranque de los hastiales, de $\varnothing 16$ a 0,10.

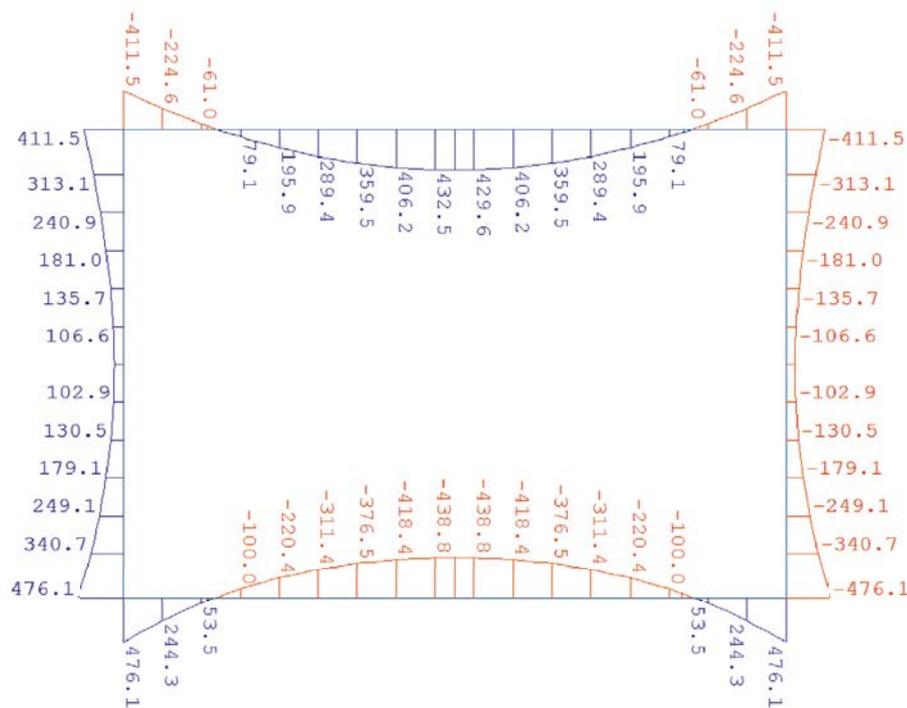


Figura 132 Ley de momentos de cálculo en situación persistente

5.4.2.3 Análisis en situación sísmica por el método cinemático

Para analizar los efectos del sismo sobre la estructura se emplea el método cinemático, descrito en el apartado 2.4, y recogido, con un menor nivel de desarrollo, en el apartado 6.7.4 de UNE-EN 1998-2.

Partiendo de la situación de reposo, se simula el efecto sobre la estructura de la deformación de campo libre del suelo. El terreno se modela mediante muelles no lineales, con una rigidez igual al módulo de Winkler (o módulo de balasto) E_w , que no resisten tracciones y que se plastifican en compresión cuando se alcanza una presión igual a la que corresponde al empuje pasivo. Inicialmente, estos muelles están comprimidos y transmiten a la estructura una presión igual a la que corresponde al empuje al reposo. Estos muelles conectan apoyos fijos con puntos de la estructura situados a la misma cota.

La distorsión angular del terreno se simula imponiendo en los nudos de apoyo de los muelles situados en el terreno, en ambos hastiales y en la misma dirección, un desplazamiento que es nulo en la base de la estructura y va aumentando linealmente hacia arriba con la ley de la expresión (67). El esquema de cálculo considerado es el que se muestra en la Figura 67.

Para representar los muelles en el modelo, éste se discretiza en rebanadas horizontales, de área A_{trib} , que permiten representar la variabilidad de la capacidad del terreno y de la sollicitación inicial de los muros con la profundidad. En el caso estudiado en este ejemplo, se ha subdividido el terreno en contacto con los hastiales en 13 segmentos, siendo el superior e inferior de 0,7 m de altura, coincidente con el canto de las losas, y los segmentos intermedios de 0,5 m de altura. En la Figura 133 se muestra un esquema de las áreas tributarias consideradas en el cálculo de la rigidez de los muelles.

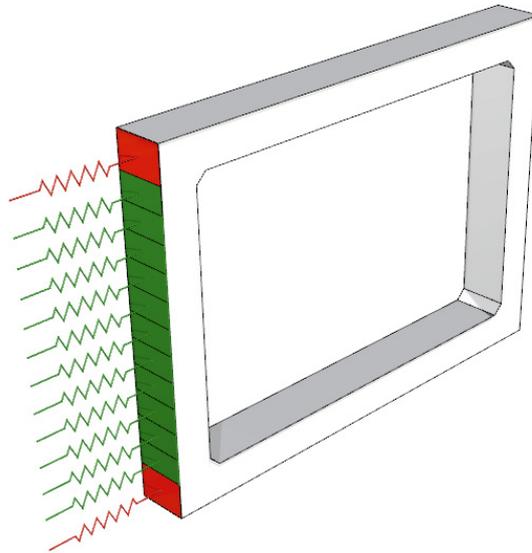


Figura 133 Esquema de distribución de áreas tributarias para los muelles

Dado que se está realizando un análisis plano, el ancho del área tributaria es igual a 1 m, puesto que el cálculo se realiza por metro lineal de marco.

El tramo elástico de la ley fuerza-desplazamiento del muelle tiene una pendiente $K_h = E_w A_{trib}$ y debe pasar por el punto $(0, k_0 \gamma' Z A_{trib})$ puesto que cuando no se producen desplazamientos en el trasdós de los hastiales el terreno ejerce el empuje al reposo sobre la estructura. Además, la ley está limitada por un valor mínimo igual a 0, puesto que el terreno no puede soportar tracciones, y por un valor máximo que se corresponde con el empuje pasivo $(k_p \gamma' Z A_{trib})$.

De este modo, el muelle de la esquina superior de los hastiales ($Z = 2,3+0,7/2 = 2,65$ m) tendrá una constante en la rama elástica igual a:

$$K_h = 30 \cdot 10^3 \cdot 0,7 = 21\,000 \text{ kN/m}$$

La fuerza debida al empuje al reposo en ese punto del hastial será:

$$k_0 \gamma' Z A_{trib} = 0,5 \cdot 18 \cdot 2,65 \cdot 0,7 = 16,695 \text{ kN/m}$$

y la debida al empuje pasivo:

$$k_p \gamma' Z A_{trib} = 3 \cdot 18 \cdot 2,65 \cdot 0,7 = 100,17 \text{ kN/m}$$

Para obtener los desplazamientos para los que se produce el inicio del comportamiento no lineal del muelle (empuje pasivo y pérdida de contacto suelo-estructura) basta con despejar el desplazamiento en la recta del tramo elástico e imponer la fuerza de plastificación en compresión o igualar a cero en tracción. Así, el desplazamiento que da lugar a un empuje pasivo en el muelle de la cota 2,65 m es:

$$d_{kp} = (F_{kp} - F_{k0}) / K_h = (100,17 - 16,695) / 21000 = 0,003975 = 3,975 \text{ mm}$$

En tracción, el valor correspondiente del desplazamiento será:

$$d_0 = (F_0 - F_{k0}) / K_h = (0 - 16,695) / 21000 = -0,000795 = -0,795 \text{ mm}$$

La ley fuerza-desplazamiento resultante se representa en la **Figura 134**.

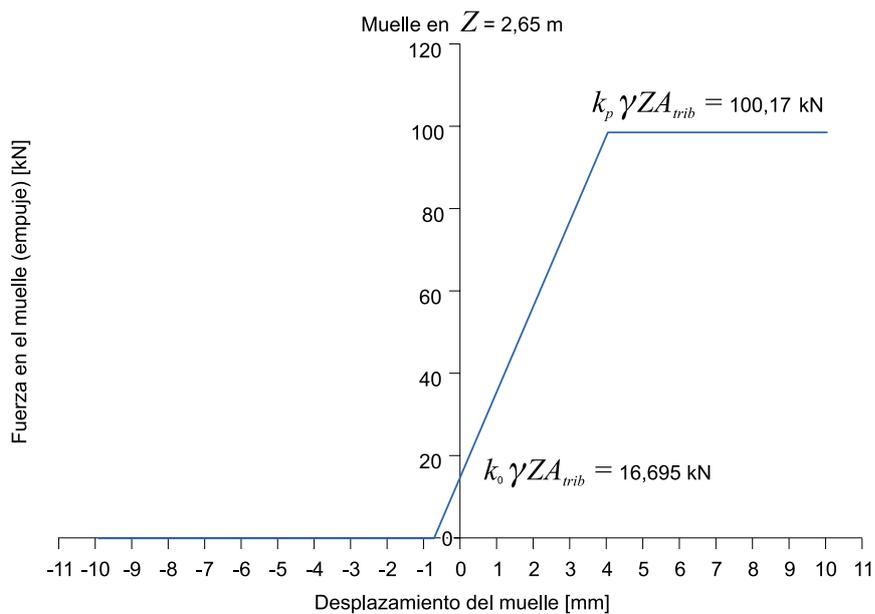


Figura 134 Ley fuerza-desplazamiento del muelle en $Z = 2,65$ m

De la misma forma, el muelle inmediatamente inferior ($Z = 2,65 + 0,7/2 + 0,5/2 = 3,25$ m) tendrá una constante en la rama elástica igual a:

$$K_h = 30 \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 15\,000 \text{ kN/m}$$

La fuerza debida al empuje al reposo en ese punto del hastial será:

$$k_0 \gamma' Z A_{trib} = 0,5 \cdot 18 \cdot 3,25 \cdot 0,5 = 14,625 \text{ kN/m}$$

y la correspondiente al empuje pasivo:

$$k_p \gamma' Z A_{trib} = 3 \cdot 18 \cdot 3,25 \cdot 0,5 = 85,75 \text{ kN/m}$$

Los desplazamientos de plastificación, en este caso, son, para el empuje pasivo:

$$d_{kp} = (F_{kp} - F_{k0}) / K_h = (85,75 - 14,625) / 15000 = 4,875 \text{ mm}$$

y para las tracciones:

$$d_{kp} = (F_{kp} - F_{k0}) / K_h = (0 - 14,625) / 15000 = -0,975 \text{ mm}$$

En la [Figura 135](#) se representa esta ley. El resto de las leyes de los muelles se calculan de manera análoga, considerando la altura de tierras que existe por encima del punto en el que se calculan los muelles y el área tributaria correspondiente.

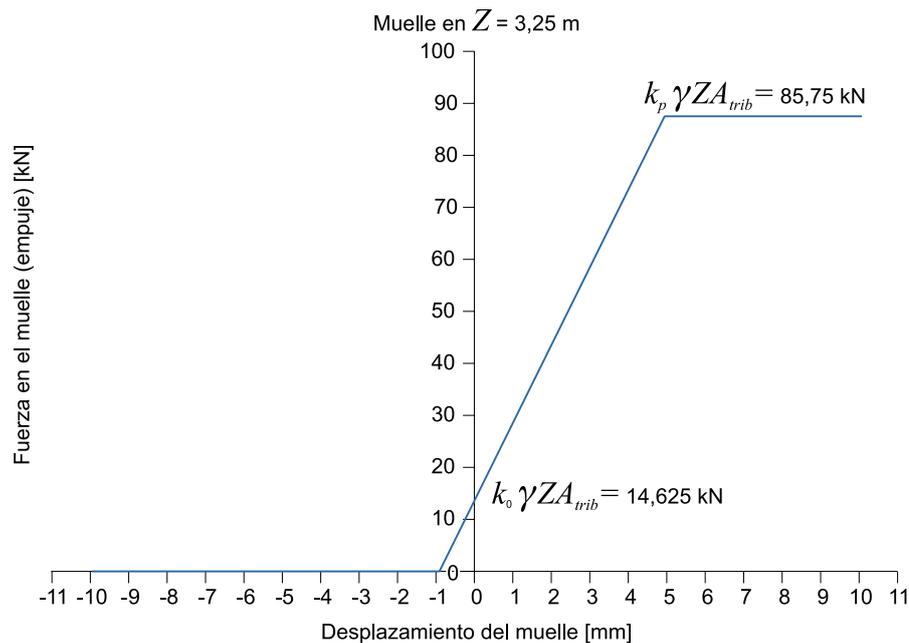


Figura 135 Ley fuerza-desplazamiento del muelle en $Z = 3,25$ m

Por otra parte, se calculan los desplazamientos a imponer en los extremos de los muelles que no están conectados con los hastiales. Este movimiento se corresponde con la distorsión angular de campo libre según se detalla en el apartado 2.4. Por tanto, estos desplazamientos impuestos seguirán la ley:

$$\delta_s(Z^*) = \gamma_s (H - Z^*) = 0,002 (6,9 - Z^*)$$

La [Tabla 47](#) recoge los desplazamientos calculados para cada una de las alturas contempladas en la subdivisión de la estructura.

Tabla 47 **Valores de los desplazamientos en extremo de muelle para cada altura**

Muelle número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Z* [m]	0,35	0,95	1,45	1,95	2,45	2,95	3,45	3,95	4,45	4,95	5,45	5,95	6,55
H-Z* [m]	6,55	5,95	5,45	4,95	4,45	3,95	3,45	2,95	2,45	1,95	1,45	0,95	0,35
δ_s [mm]	13,1	11,9	10,9	9,9	8,9	7,9	6,9	5,9	4,9	3,9	2,9	1,9	0,7

Además, es necesario considerar las fuerzas inerciales que actúan sobre la masa de la estructura y sobre la masa del terreno que se sitúa por encima del marco. La aceleración a emplear es la correspondiente a la aceleración del suelo, es decir:

$$a_g S = 0,15g \quad S = 0,15g \quad 1,35 = 0,2g$$

Con ello, las fuerzas inerciales por metro lineal de marco son las que se muestran en la [Tabla 48](#).

Tabla 48 **Fuerzas inerciales consideradas en el cálculo sísmico del marco**

	Peso específico [kN/m³]	Masa [t]	Fuerza inercial [kN]
Hastiales	25	19,25	38,50
Losa superior	25	16,45	32,90
Tierras	18	38,92	77,83

Para modelar correctamente la estructura en situación sísmica donde las acciones horizontales son importantes, resulta necesario tener en cuenta que, por efecto de la acción sísmica, si el desplazamiento del suelo se dirige de derecha a izquierda, el cajón tenderá, por efecto de la flexibilidad vertical del suelo, a pivotar en torno a la esquina derecha inferior del cajón, que dista del eje de la losa la mitad del canto. Para modelar adecuadamente este movimiento, resulta necesario apoyar horizontalmente la losa en la posición real respecto de la cual se produce el giro. Para tener en cuenta este efecto, en el modelo para el análisis de la situación sísmica se introduce una conexión excéntrica entre la barra que representa el centro de gravedad de la losa inferior y posición física de la esquina inferior derecha del marco (ver [Figura 136](#)). Se trata de un detalle que no da lugar a grandes variaciones de esfuerzos si se ignora, pero que resulta necesario considerar si se quieren obtener resultados totalmente coherentes, en términos de leyes de empujes laterales en los hastiales. En la [Figura 137](#) se muestra el modelo de cálculo donde, además, se aprecian los muelles horizontales y los muelles verticales que representan el terreno.

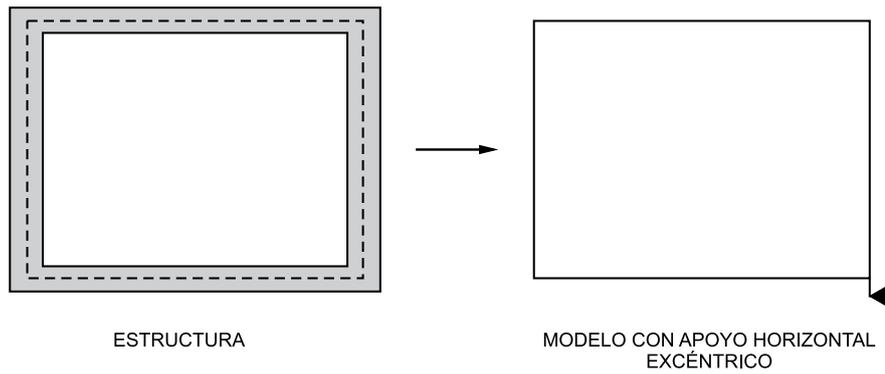


Figura 136 Modelo de cálculo que tiene en cuenta que el punto de giro del cajón se encuentra en la esquina inferior derecha del marco a 0,35 m del eje de la barra que representa la losa inferior

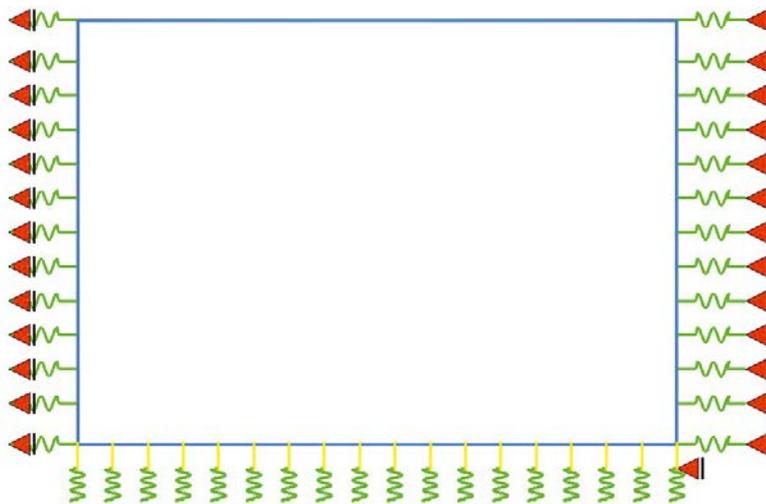


Figura 137 Modelo del marco

Bajo la acción de las solicitaciones sísmicas, la deformada de la estructura es la que muestra la Figura 138.

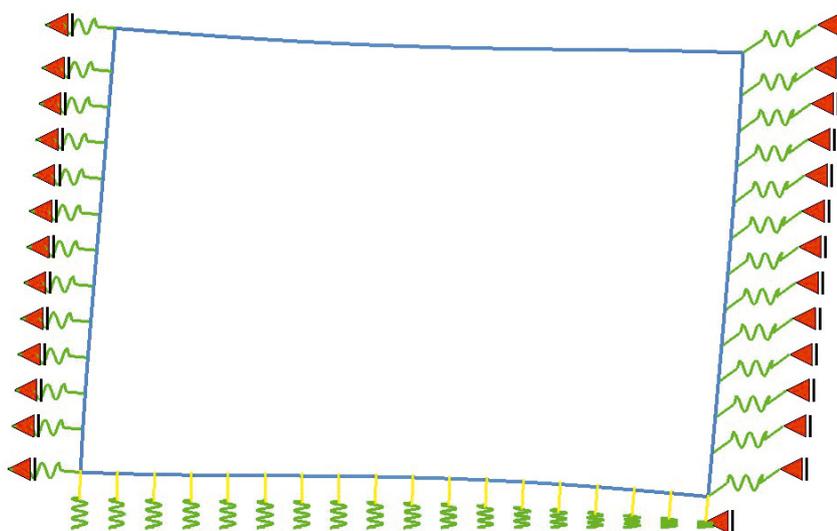


Figura 138 Deformada de la estructura en el análisis sísmico

A partir de las fuerzas que actúan en los muelles es posible calcular las leyes de presiones que actúan en los hastiales dividiendo las fuerzas entre el área tributaria de cada muelle. En la [Tabla 49](#) se recoge la ley de empujes que ejerce el terreno sobre los hastiales en situación sísmica. La altura indicada en la tabla está referida a la losa inferior del marco.

Tabla 49 Presiones sobre los hastiales debidas a la acción sísmica

Altura [m]	Hastial izquierdo		Hastial derecho	
	Fuerza del Muelle [kN]	Presión [kPa]	Fuerza del Muelle [kN]	Presión [kPa]
6,55	-30,50	-43,57	-1,60	-2,29
5,95	-23,70	-47,40	-11,80	-23,60
5,45	-25,50	-51,00	-18,40	-36,80
4,95	-27,40	-54,80	-23,40	-46,80
4,45	-29,70	-59,40	-27,10	-54,20
3,95	-32,10	-64,20	-30,00	-60,00
3,45	-34,60	-69,20	-32,30	-64,60
2,95	-37,10	-74,20	-34,10	-68,20
2,45	-39,30	-78,60	-35,80	-71,60
1,95	-40,90	-81,80	-37,30	-74,60
1,45	-41,50	-83,00	-38,70	-77,40
0,95	-40,50	-81,00	-39,90	-79,80
0,35	-51,10	-73,00	-57,30	-81,86

Para un mejor entendimiento de estos resultados, en la [Figura 139](#), se representan las leyes de presiones que actúan sobre los hastiales. En la misma figura también se representa la recta, en rojo, correspondiente al empuje al reposo, lo cual permite observar con mayor claridad el efecto de la acción sísmica.

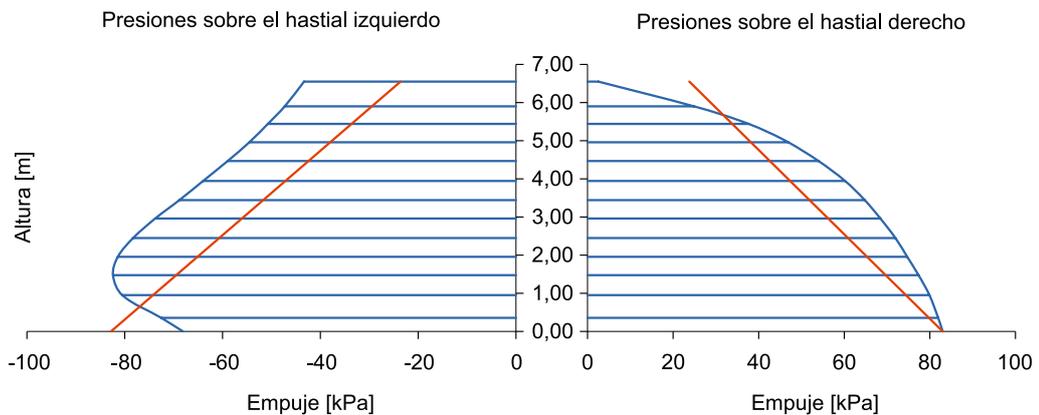


Figura 139 Distribución de presiones actuantes sobre los hastiales bajo la acción del sismo

En estos esquemas se observa que el sismo produce un aumento del empuje del lado hacia el que se desplaza el marco por la aceleración del terreno y una descompresión del lado contrario, como era de esperar.

Del cálculo en situación sísmica se obtiene que el momento máximo a resistir en este caso es 704,4 kNm, de acuerdo con la ley de momentos flectores de la **Figura 140**. Teniendo en cuenta que en situación sísmica los coeficientes parciales de los materiales son $\gamma_c = 1,5$ y $\gamma_s = 1,15$, de acuerdo con el Anejo Nacional, se requiere una armadura máxima, en la cara exterior de hastiales, de $\varnothing 20$ a 0,10, es decir un 50% más, aproximadamente, que para el dimensionamiento en situación persistente.

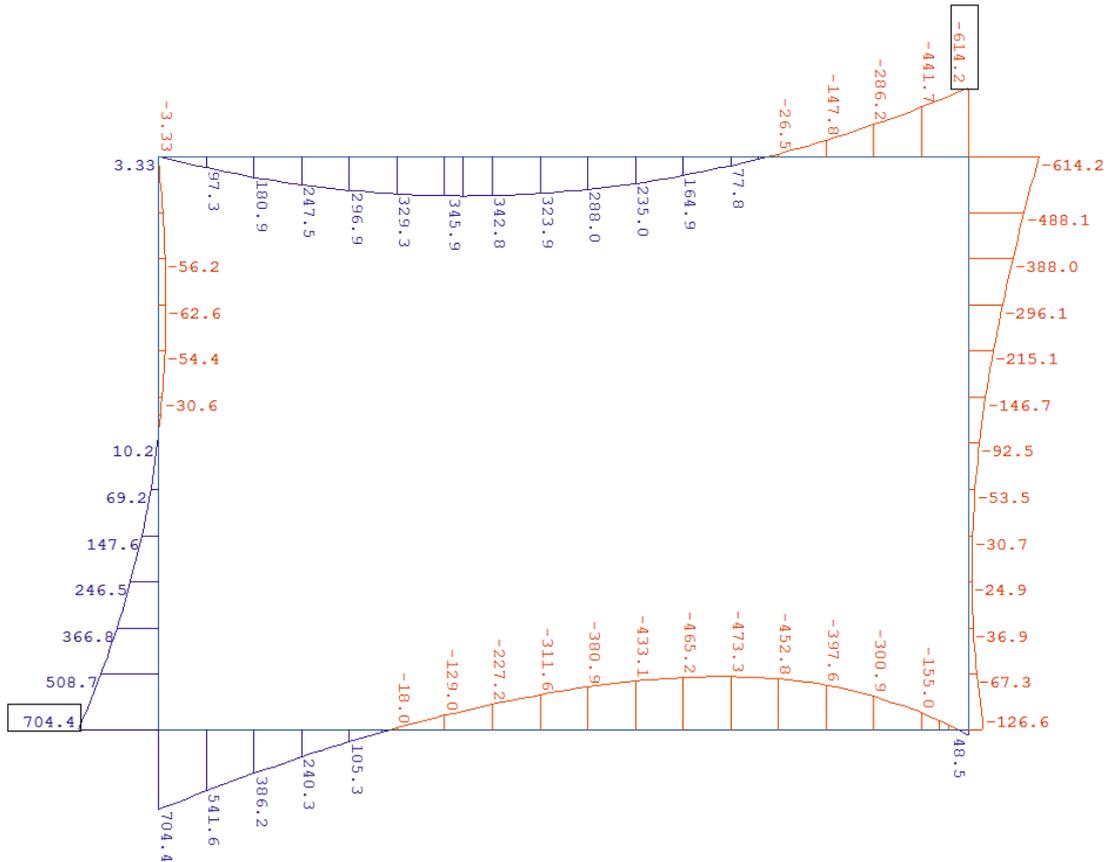


Figura 140 Ley de momentos en situación sísmica de acuerdo con el método cinemático

5.5 Puente continuo con sistema de aislamiento sísmico

5.5.1 Enunciado del problema

En este ejemplo se considera un puente losa de 7 vanos (ver **Figura 141**). Los vanos principales tienen una luz de 35 m y los dos vanos extremos tienen una luz de 28 m (ver **Figura 142**). La distancia entre el eje de apoyo en estribos y el borde del tablero es de 0,75 m, mientras que la entrega, medida como distancia entre el borde frontal del estribo y el borde del tablero

es de 1,5 m. Las pilas laterales (P-1 y P-6) tienen 7 m de altura, mientras que las pilas centrales (P-2, P-3, P-4 y P-5) tienen 10,00 m de altura.

En la [Figura 143](#) se muestra la sección transversal del tablero, que tiene 7,87 m² de área y una inercia a torsión bruta de 4,857 m⁴, y en la [Figura 144](#) la sección transversal de las pilas. La inercia de las pilas según un eje transversal al puente (eje de flexión débil) es $I_y = 1,318 \text{ m}^4$, mientras que la inercia según un eje longitudinal es $I_z = 5,825 \text{ m}^4$. El hormigón de las pilas es de clase C30/37 y su módulo de elasticidad a los 28 días es de 32,84 GPa. El límite elástico del acero es de 500 MPa y su clase de ductilidad B.

La acción sísmica se caracteriza por los espectros de la [Figura 101](#). La carga muerta consiste en un pavimento de 7 cm de espesor y 23 kN/m³ de peso específico extendido en un ancho de 11,00 m entre pretilas de 7 kN/m de peso.

A efectos de evaluar el desplazamiento en los apoyos debido al pretensado y a las deformaciones impuestas, se indica que:

- La tensión media en el tablero debida al pretensado es de 6 MPa
- El pretensado se efectúa a los 7 días. Para esta edad de carga el coeficiente de fluencia es de 1,83
- A los 7 días el valor del módulo de elasticidad es del 94% del valor que corresponde a los 28 días
- La deformación de retracción es de 0,39 mm/m
- La temperatura mínima del aire en el emplazamiento de la estructura T_{\min} es de 2°C y la temperatura inicial T_0 se toma igual a 15°C

A partir de estos datos y de la figura 6.1 de UNE-EN 1991-1-5 se determina que el valor mínimo de la componente uniforme de la temperatura del tablero es:

$$T_{e,\min} = T_{\min} + \Delta T_{e,\min} = 2 + 8 = 10^\circ\text{C}$$

y el valor característico de la máxima variación de la componente uniforme de temperatura en contracción es:

$$\Delta T_{N,\text{con}} = T_0 - T_{e,\min} = 15 - 8 = 7^\circ\text{C}$$



Figura 141 Vistas virtuales de la estructura

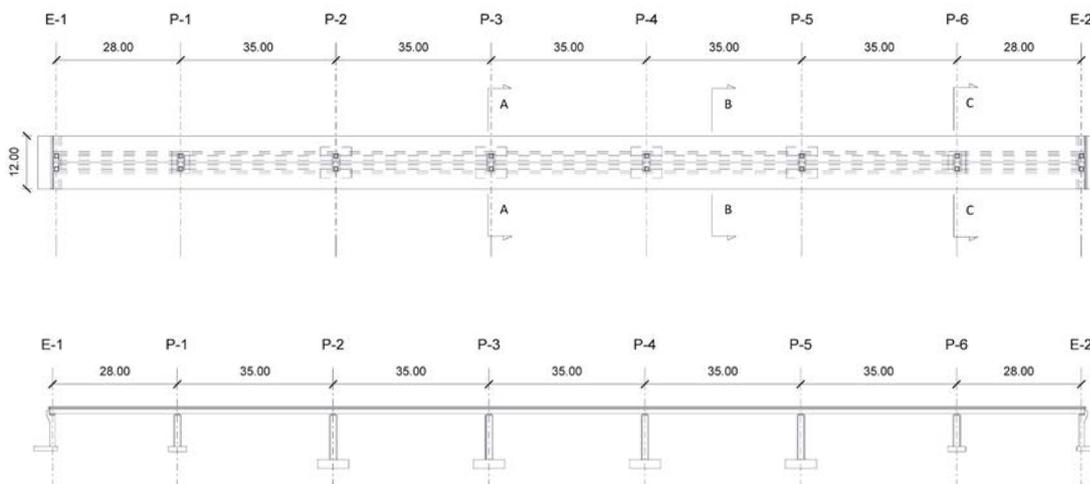


Figura 142 Planta y alzado de la estructura

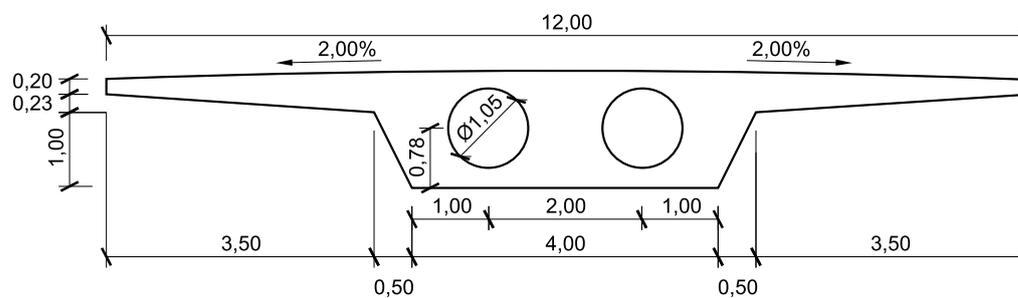


Figura 143 Sección transversal del tablero

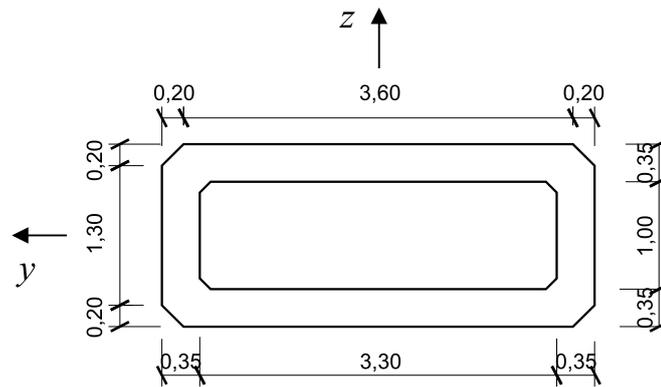


Figura 144 Sección transversal de las pilas (se representan ejes locales de pila a los que se refieren los esfuerzos en la misma)

En cada una de las pilas se disponen dos neoprenos de $800 \times 800 \text{ mm}^2$ de área para resistir las acciones no sísmicas.

Se pide dimensionar un sistema de aislamiento viable para la estructura.

5.5.2 Solución con aisladores de neopreno convencionales (LDRB)

5.5.2.1 Esquema de desarrollo

La primera posibilidad que se considera para el proyecto de un sistema de aislamiento es la disposición de neoprenos convencionales (LDRB) anclados (debido a que por las dimensiones en planta necesarias para materializar un sistema de aislamiento se tendrán en los neoprenos tensiones bajas en situación persistente), cuyo módulo de cizalla convencional aparente G_g es de 0,9 MPa. Se han llevado a cabo ensayos y se ha determinado que el coeficiente α tiene un valor de 1,10, por lo que el módulo de cizalla a considerar en situación sísmica es $G_b = 1,0 \text{ MPa}$.

De acuerdo con el apartado 7.5.2.4 (6) de UNE-EN 1998-2, este valor se podrá tomar como propiedad de cálculo límite inferior (LBDP) $G_{b,\min}$, para estimar los desplazamientos. A efectos de estimar los esfuerzos se podrá tomar como valor límite superior de esta propiedad (UBDP) $G_{b,\max} = 1,2 G_{b,\min}$. Es decir:

(LBDP) $G_{b,\min} = G_b = 1,0 \text{ MPa}$ para la verificación de los desplazamientos

(UBDP) $G_{b,\max} = 1,20 G_{b,\min} = 1,2 \text{ MPa}$ para la evaluación de esfuerzos en la subestructura

La solución se centra en determinar en primer lugar los desplazamientos, longitudinales y transversales debidos a las acciones concomitantes con la situación sísmica que incluyen el pretensado, la fluencia, la retracción y el valor casi-permanente de la temperatura.

A continuación se determina el desplazamiento longitudinal y transversal debido a la acción sísmica. Para ello se aplica el método del modo fundamental suponiendo tablero rígido. Esta

aproximación no tiene duda en la dirección longitudinal. En dirección transversal, sin embargo, en la que podrían existir dudas, se comprueba su validez mediante la condición establecida en el apartado 3.6.6.2.1 de que la diferencia máxima entre el desplazamiento en cabeza de una pila determinada y el desplazamiento medio sea inferior al 20% de dicho desplazamiento medio.

A partir de este cálculo se determina que el puente necesita un amortiguamiento en dirección longitudinal, dado que la altura necesaria para cumplir la condición de máxima distorsión angular de los neoprenos igual a 1 daría lugar a una altura excesiva de éstos. De ahí que se plantee combinar el sistema de aislamiento con un amortiguador viscoso. En dirección transversal, sin embargo, la solución aislada resulta viable debido a que los desplazamientos debidos a las acciones concomitantes con el sismo son mucho más pequeños que en la dirección longitudinal.

5.5.2.2 Determinación de los desplazamientos debidos a las acciones concomitantes con la acción sísmica

Como se indica en el enunciado, debido a las acciones no sísmicas, en las pilas son necesarios neoprenos de 800x800 mm² de área. La altura de estos neoprenos vendrá determinada por el desplazamiento máximo en situación sísmica. Como se indica en el apartado 2.3.6.3 de UNE-EN 1998-2, el desplazamiento en situación sísmica viene dado por la suma del desplazamiento debido al pretensado y a las deformaciones reológicas (d_G), el debido al valor casi-permanente de la temperatura ($\psi_2 d_T$) y el debido al sismo.

El desplazamiento debido a las acciones permanentes y a la temperatura casi-permanente en sentido longitudinal vendrá dado, de acuerdo con los datos del problema, por la siguiente expresión:

$$d_G + \psi_2 d_T = \left(\sigma_p \left[\frac{1}{E_c(7)} + \frac{\varphi(t,7)}{E_{c,28}} \right] + \varepsilon_{cs} + \psi_2 \alpha_T \Delta T_{N,con} \right) \frac{L}{2} =$$

$$\left(6 \left[\frac{1}{0,94 \cdot 32,84} + \frac{1,83}{32,84} \right] + 0,39 + 0,5 \cdot 10^{-5} \cdot 7 \cdot 1000 \right) \frac{230}{2} =$$

110 mm

que da como resultado un desplazamiento de 110 mm.

Para un neopreno de 800x800 la altura neta máxima estable corresponde a 234 mm de neopreno, por lo que para que esta solución sea viable, sería necesario que el desplazamiento sísmico longitudinal fuera significativamente menor de 234 – 110 = 134 mm, para tener en cuenta además el desplazamiento transversal concomitante.

En todo lo que sigue se adoptan como dimensiones de los neoprenos 800x800x374(234).

5.5.2.3 Determinación de los desplazamientos debidos a la acción sísmica en dirección longitudinal

Para determinar el desplazamiento sísmico, se puede asimilar el tablero aislado a un sistema de un grado de libertad (método del tablero rígido). Esta simplificación puede hacerse tanto en sentido longitudinal como transversal, como se verá a continuación.

En sentido longitudinal, las pilas se comportan como ménsulas y la rigidez del conjunto neopreno-pila puede determinarse a partir de la expresión desarrollada más abajo. Para evaluar el desplazamiento, hay que considerar las propiedades límite inferiores (LBDP) de los neoprenos, $G_{b,\min}$. Teniendo en cuenta las distintas alturas de las pilas extremas, de 7 m, y de las pilas centrales, de 10 m, y considerando que los estribos son infinitamente rígidos, se obtiene una rigidez global longitudinal de 42720 kN/m.

$$K_{global} = \sum_1^8 K_i$$

$$K_{neop+pila} = \frac{1}{\frac{1}{K_{pila}} + \frac{1}{K_{neop}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{3EI}{L^3}} + \frac{1}{n \frac{G_{b,\min} A_b}{T_q}}}$$

$$K_{P-1,6} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{3 \cdot 32,84 \cdot 10^6 \cdot 1,318}{7^3}} + \frac{1}{2 \frac{1000 \cdot 0,8^2}{0,234}}} = \frac{1}{\frac{1}{378569,56} + \frac{1}{5470}} = 5392 \text{ kN/m}$$

$$K_{P-2,3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{378569,56} \left(\frac{10}{7}\right)^3 + \frac{1}{5470}} = 5249 \text{ kN/m}$$

$$K_{E-1,2} = 5470 \text{ kN/m}$$

$$K_{global} = 2 \cdot 5392 + 4 \cdot 5249 + 2 \cdot 5470 = \underline{\underline{42720 \text{ kN/m}}}$$

Por otra parte la masa corresponde a:

- la masa del tablero que es igual a $7,872 \text{ m}^2 \times 2,5 \text{ t/m}^3 = 19,68 \text{ t/m}$
- la masa correspondiente a la carga muerta, consiste en 2 pretiles de 0,7 t/m más 7 cm de espesor nominal de pavimento incrementado en un 50% (de acuerdo con lo especificado en el Anejo Nacional respecto del apartado 5.3.2 (3) de UNE-EN 1991-1), lo cual supone, en total $2 \cdot 0,7 + 0,07 \cdot 11 \cdot 2,3 \cdot 1,5 = 4,06 \text{ t/m}$
- La sobrecarga repartida (UDL) casi-permanente que, de acuerdo con la nota al apartado 4.1.2(4)P de UNE-EN 1998-2 y el Anejo Nacional, supone el 20% del valor característico:

$$[0,20 (9 \cdot 3 + (11-3) 2,5)]/9,81 = 0,96 \text{ t/m}$$

Teniendo en cuenta que la longitud del tablero, incluyendo las entregas, es de 232,5 m, la masa total a considerar en el análisis sísmico será:

$$(19,68 + 4,06 + 0,96) 232,5 = 5\,743 \text{ t}$$

El periodo propio del sistema será:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{5743}{42720}} = 2,30 \text{ s}$$

Para este periodo, condiciona el espectro tipo 1 de la [Figura 101](#). La aceleración y el desplazamiento resultantes, correspondientes al espectro elástico, resultarán ser:

$$S_e / g = a_g S \eta 2,5 \left(\frac{T_c T_D}{T^2} \right) = 0,15 \cdot 1,35 \cdot 1 \cdot 2,5 \left(\frac{0,8 \cdot 2}{2,3^2} \right) = 0,153$$

$$S_{De} = S_e \frac{T^2}{4\pi^2} = 0,153 \cdot 9,81 \frac{2,3^2}{4\pi^2} = 201 \text{ mm}$$

Se observa que el desplazamiento longitudinal total, que sería de $110 + 201 = 311$ mm, es mayor que el que puede absorber el apoyo. Tampoco se resolvería el problema con neoprenos de 900x900 mm que son los de mayor tamaño disponibles en los catálogos usuales.

Dada la magnitud del incumplimiento, tampoco parece que el problema pudiera resolverse mediante neoprenos de alto amortiguamiento (HDRB). Resulta por tanto necesario recurrir a otro tipo de solución, limitando el desplazamiento longitudinal a base de aumentar la capacidad de disipación de energía de la estructura, al menos en dirección longitudinal. Esto se puede conseguir de diferentes maneras, empleando apoyos con núcleo de plomo, apoyos pendulares, o añadiendo dispositivos disipadores de energía, que es la opción que se estudia a continuación, en el apartado [5.5.3](#).

5.5.2.4 Determinación de los desplazamientos debidos a la acción sísmica en dirección transversal

En dirección transversal la situación es menos desfavorable debido a que los desplazamientos debidos al pretensado y a las deformaciones impuestas son nulos en esta dirección. Además, el desplazamiento sísmico se verá reducido porque transversalmente en todas las pilas se disponen dos apoyos. Este hecho introduce una coacción al giro en cabeza y el comportamiento de la pila deja de ser el de una ménsula porque aparece un momento flector de eje paralelo al eje del puente que reduce el desplazamiento (ver [Figura 145](#)). La magnitud de este momento depende de la interacción entre pilas y de la rigidez a torsión de tablero. Se recuerda que para este cálculo es necesario adoptar una rigidez a torsión igual a la mitad de la rigidez bruta al tratarse de un tablero de hormigón pretensado.

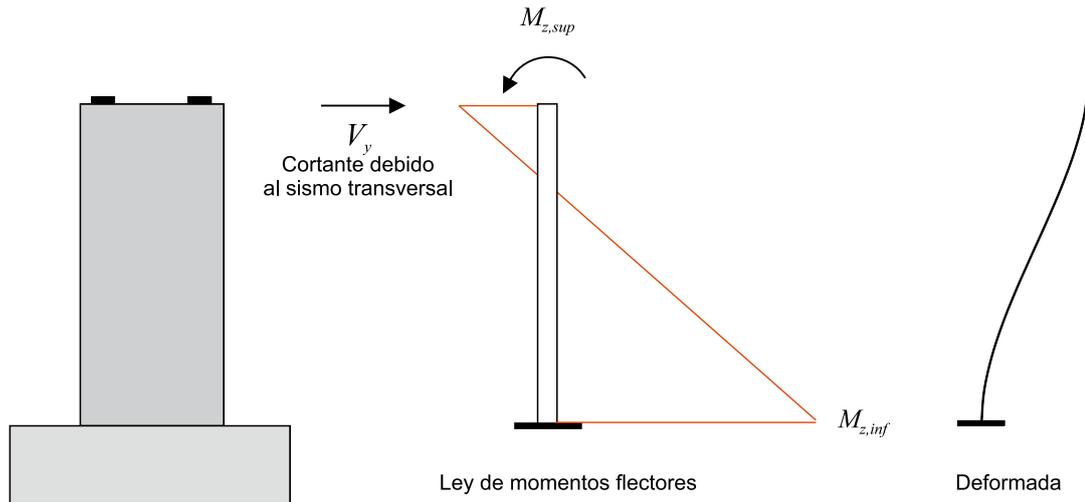


Figura 145 Comportamiento de las pilas en dirección transversal

Por otra parte, también respecto del análisis transversal, se comprueba que la estructura se puede analizar mediante el método del modo fundamental. En la [Tabla 50](#), se muestran los desplazamientos de las cabezas de las distintas pilas y estribos (d_i) cuando se somete la estructura a cargas horizontales iguales a la masa tributaria de cada apoyo multiplicada por la aceleración de la gravedad ($G_i = m_i g$).

Se observa que, en ningún caso, el desplazamiento de cabezas de pilas y estribos difiere del desplazamiento medio en más del 1%, muy por debajo del límite del 20% establecido por el apartado 4.2.2.3 (1) de UNE-EN 1998-2 (ver apartado [3.6.6.2.1](#)).

Tabla 50 Desplazamientos de las cabezas de pilas y estribos frente a cargas horizontales transversales concentradas representativas de la masa tributaria de cada apoyo (LBDP)

Apoyo	G_i [kN]	d_i [mm]	$ \Delta_d/d_a $
E-1	3573	439	0%
P-1	7631	437	1%
P-2	8479	441	0%
P-3	8479	447	1%
P-4	8479	447	1%
P-5	8479	441	0%
P-6	7631	437	1%
E-2	3573	439	0%
$\sum G_i = 56327$ kN		d_a [mm] = 441	

Aplicando, por tanto, el método del tablero rígido, el periodo propio en dirección transversal será el siguiente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{5743}{56327 / 441 \cdot 1000}} = 2\pi\sqrt{\frac{5743}{127726}} = 1,33 \text{ s}$$

Para este periodo condiciona el espectro tipo 1 de la [Figura 101](#). La aceleración y el desplazamiento resultantes, correspondientes al espectro elástico, serán:

$$S_e / g = a_g S \eta 2,5 \left(\frac{T_c}{T} \right) = 0,15 \cdot 1,35 \cdot 1 \cdot 2,5 \left(\frac{0,8}{1,33} \right) = 0,30$$

$$S_{De} = S_e \frac{T^2}{4\pi^2} = 0,30 \cdot 9,81 \frac{1,33^2}{4\pi^2} = 132 \text{ mm}$$

Se obtiene por tanto un desplazamiento para el sismo transversal que puede ser fácilmente asumido por los neoprenos considerados. Por tanto, parece razonable estudiar una solución amortiguada en dirección longitudinal y aislada mediante neoprenos convencionales en dirección transversal.

5.5.3 Solución con aisladores y disipadores de energía de tipo viscoso en la dirección longitudinal

5.5.3.1 Esquema de desarrollo

El primer paso para definir la solución amortiguada requiere definir las propiedades del amortiguador. Esta elección se hace en base a las posibilidades del mercado y al límite de la fuerza que se quiere transmitir a la subestructura.

El siguiente paso para poder comprobar la solución amortiguada requiere la obtención de acelerogramas compatibles con el espectro, dado que el análisis de este tipo de soluciones requiere un análisis no lineal en el tiempo (ver [2.3.4](#)). Estos acelerogramas deben cumplir con las condiciones establecidas en [3.4.2](#).

Con los acelerogramas, utilizando la rigidez inferior de los neoprenos (LBDP) se comprueban los desplazamientos que se generan en dirección longitudinal cuya reducción es muy significativa.

Finalmente, utilizando la rigidez superior de los neoprenos (UBDP) se determinan los esfuerzos sísmicos que deben resistir las pilas. Estos esfuerzos se derivan en dirección longitudinal del análisis no lineal en el tiempo y de los acelerogramas, mientras que los esfuerzos en dirección transversal se obtienen mediante aplicación del método del modo fundamental con tablero rígido.

5.5.3.2 Parámetros del amortiguador

Para plantear una solución amortiguada longitudinalmente, ver apartado [2.2.6.3](#) y expresión (24), resulta necesario decidir en primer lugar los parámetros del amortiguador. Se trata, básicamente de definir la fuerza máxima del amortiguador (parámetro C) y el coeficiente α_b .

Los amortiguadores son más eficientes cuanto menor es el parámetro α_b . Los fabricantes pueden actualmente producir amortiguadores con valores de α_b de hasta 0,02. Se adoptará, por tanto, este valor para dicho parámetro.

Respecto de la fuerza longitudinal, ésta debe ser tal que pueda ser absorbida por el estribo en el que se anclan los amortiguadores del puente, por un lado, y por otro debe limitar suficientemente el desplazamiento longitudinal para que se cumpla la condición establecida en el apartado 5.3.3.3 de UNE-EN 1337-3 de que la deformación por cizalla de los neoprenos debida al movimiento de traslación sea inferior a 1,00. Esta condición se plantea a continuación:

$$\varepsilon_{q,d} = \frac{v_{xy,d}}{T_q} = \frac{\sqrt{(d_G + \psi_2 d_T + d_{E,x})^2 + d_{E,y}^2}}{234} = \frac{\sqrt{(110 + d_{E,x})^2 + 133^2}}{234} \leq 1 \rightarrow$$

$$d_{E,x} \leq \sqrt{234^2 - 133^2} - 110 = 83 \text{ mm}$$

Tras varios tanteos se decide adoptar un parámetro $C = 2500$ kN porque es una fuerza que puede absorber cómodamente el estribo, sin necesidad de aumentar su robustez para cumplir con la condición sísmica y da lugar a desplazamientos máximos en los neoprenos que se consideran razonables.

Por tanto, la ecuación constitutiva del amortiguador será la siguiente:

$$F = C v^{\alpha_b} = 2500 v^{0,02}$$

5.5.3.3 Generación de acelerogramas artificiales compatibles con el espectro

Para poder analizar el comportamiento del puente con amortiguador, resulta necesario llevar a cabo un análisis en el tiempo. Para ello, si no se dispone de acelerogramas registrados, resulta admisible generar acelerogramas artificiales, compatibles con el espectro. Estos acelerogramas se pueden generar, por ejemplo, con el programa SIMQKE [13]. Como se indica en el apartado 3.4.2 y en el apartado 3.2.3(3)P de UNE-EN 1998-2, deben utilizarse al menos 3 pares de acelerogramas independientes, que se aplican a la estructura en dirección longitudinal y transversal.

Para que cada uno de estos pares sea válido para el análisis se debe comprobar que el espectro resultante de combinar cada par de espectros correspondiente a cada par de acelerogramas con la regla SRSS da lugar a un espectro que supera en un 30% al espectro de proyecto en un rango de periodos comprendido entre 0,2 y 1,5 veces el periodo fundamental de la estructura. Si no se cumple esta condición resulta necesario escalar los acelerogramas por un factor que permita su cumplimiento.

Para este problema, se han generado con el programa SIMQKE 6 acelerogramas artificiales, que se denominan (EQ1, EQ2, EQ3, EQ4, EQ5 y EQ6). Como ejemplo, en la Figura 146 se muestra el acelerograma EQ1 y en la Figura 147 el acelerograma EQ2. En la Figura 148, se muestran los espectros a los que dan lugar los acelerogramas artificiales EQ1 y EQ2 y se comparan con el espectro elástico. Igualmente, en esta figura se representa la resultante SRSS de estos dos

espectros y se compara esta curva con el espectro elástico escalado en aceleraciones por un factor de 1,30. Como se puede observar para todos los periodos se cumple que la curva SRSS queda por encima del espectro escalado. Teóricamente, se podría aplicar incluso un factor reductor a los acelerogramas, aunque este sería muy próximo a la unidad, por lo que no se considera necesario hacerlo en este ejemplo.

Para los pares de acelerogramas EQ3–EQ4 y EQ5–EQ6 se obtienen curvas muy parecidas a las anteriores y en todos los casos se cumple que el factor de escala a aplicar sería ligeramente inferior a 1. Por ello, se dan por válidos los 3 pares de acelerogramas generados.

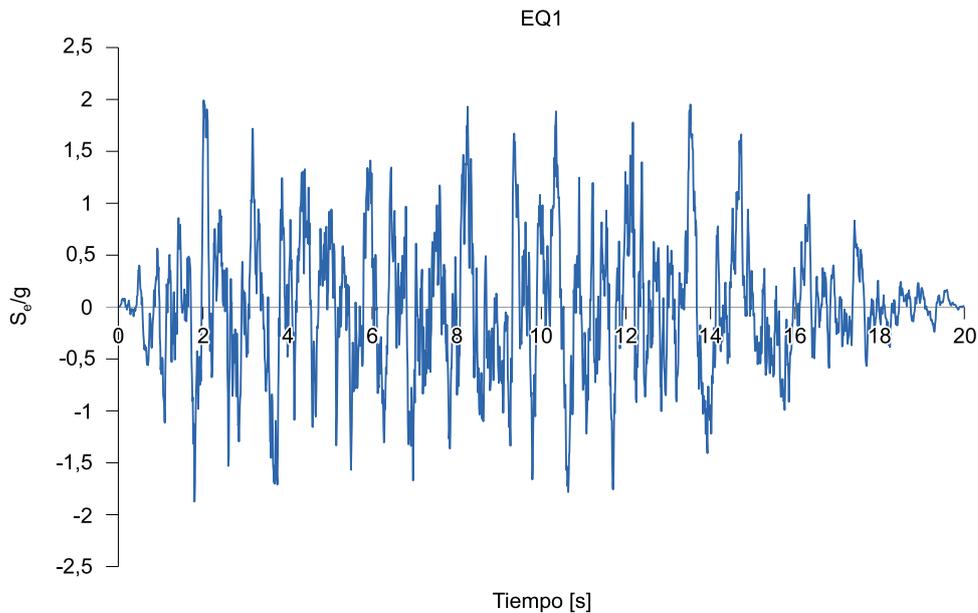


Figura 146 **Acelerograma artificial EQ1, generado con el programa SIMQKE [13] y compatible con el espectro elástico de proyecto**

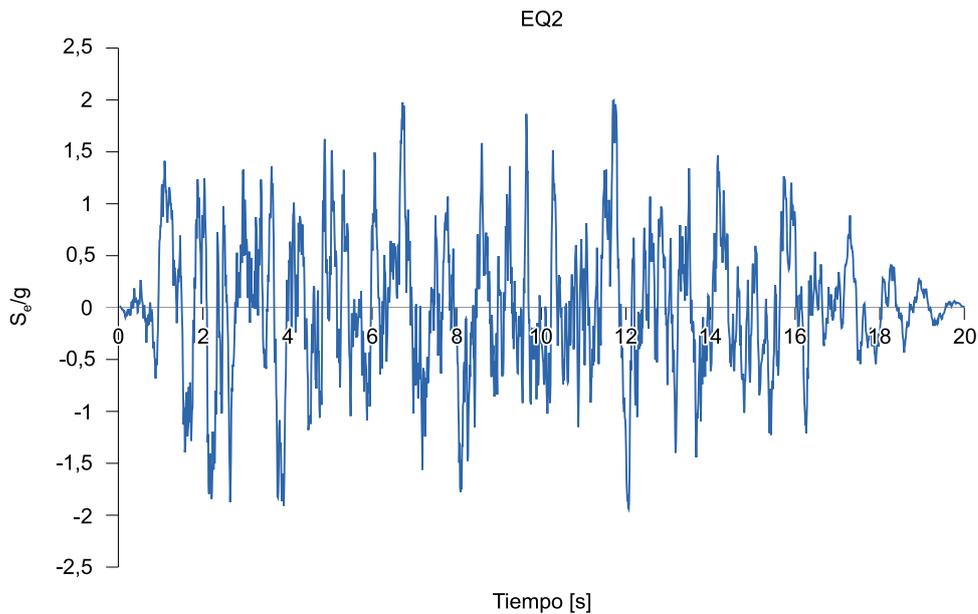


Figura 147 **Acelerograma artificial EQ2, generado con el programa SIMQKE [13] y compatible con el espectro elástico de proyecto**

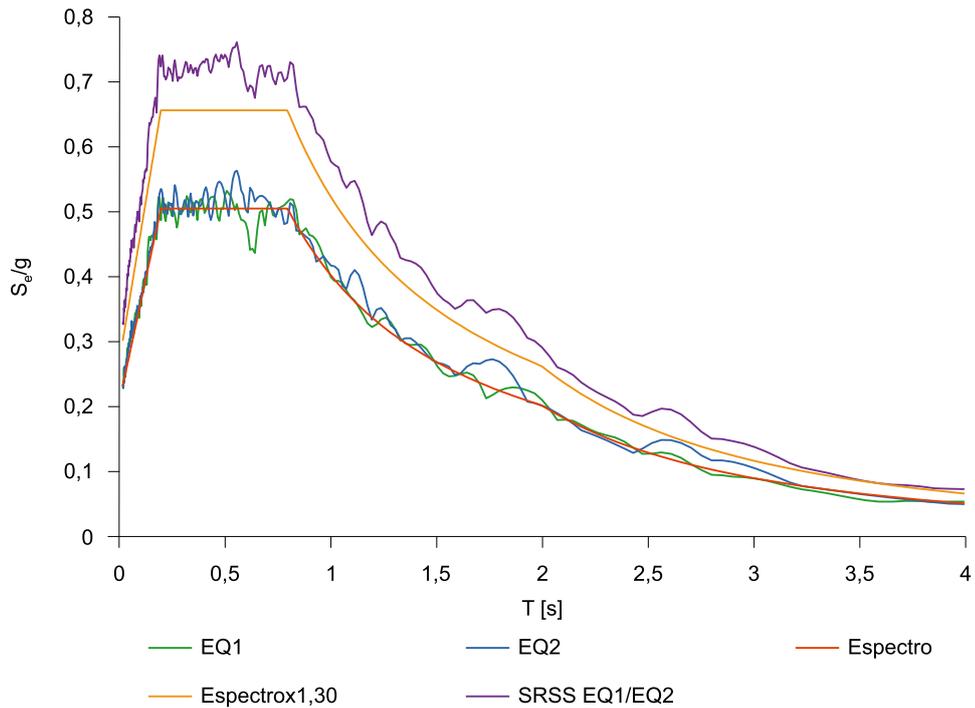


Figura 148 Espectros correspondientes a los acelerogramas artificiales EQ1 y EQ2, comparación con el espectro de proyecto y comparación de la combinación SRSS de estos dos espectros con el espectro de proyecto incrementado en un 30%

5.5.3.4 Comprobación de desplazamientos

El análisis longitudinal se ha llevado a cabo aplicando la metodología descrita en el apartado 2.3.4, asimilando la estructura a un sistema de un grado de libertad con una masa de 5743 t. Para evaluar los desplazamientos se adoptan las propiedades de cálculo inferiores de los neoprenos (LBDP) estimadas anteriormente, que dan lugar a una rigidez debida al sistema de pilas-neoprenos de 42 720 kN/m, tal y como se dedujo más arriba. Con estas propiedades un sistema no amortiguado tendría un periodo de 2,30 s, una aceleración máxima de 0,15g y un desplazamiento máximo de 201 mm, valores todos ellos obtenidos anteriormente (ver apartado 5.5.2.3).

Como resultados detallados del análisis en el tiempo del sistema amortiguado se muestran, para el acelerograma EQ3, el desplazamiento longitudinal respecto del terreno en función del tiempo (Figura 149), la aceleración en función del tiempo (Figura 150) y la fuerza total en los amortiguadores en función del desplazamiento longitudinal (Figura 151).

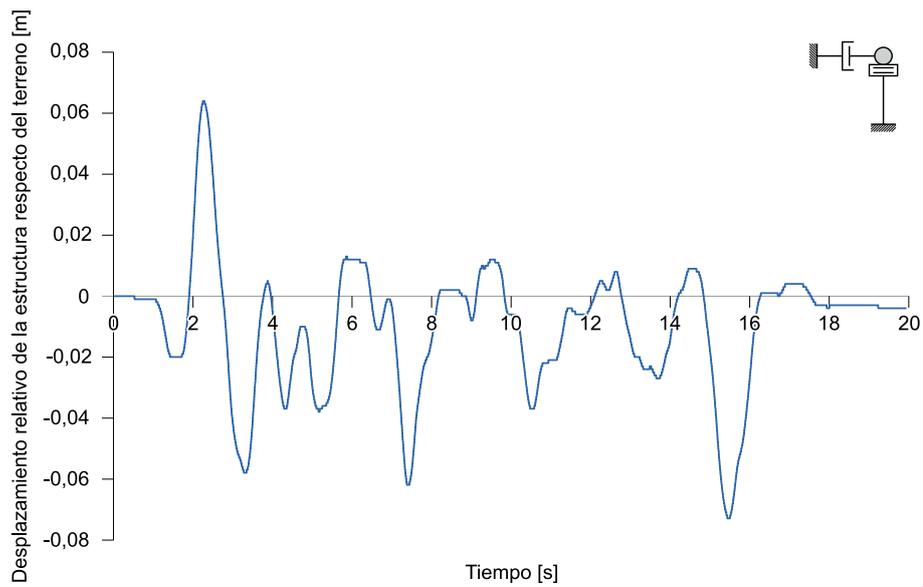


Figura 149 Desplazamiento longitudinal en función del tiempo para acelerograma EQ3

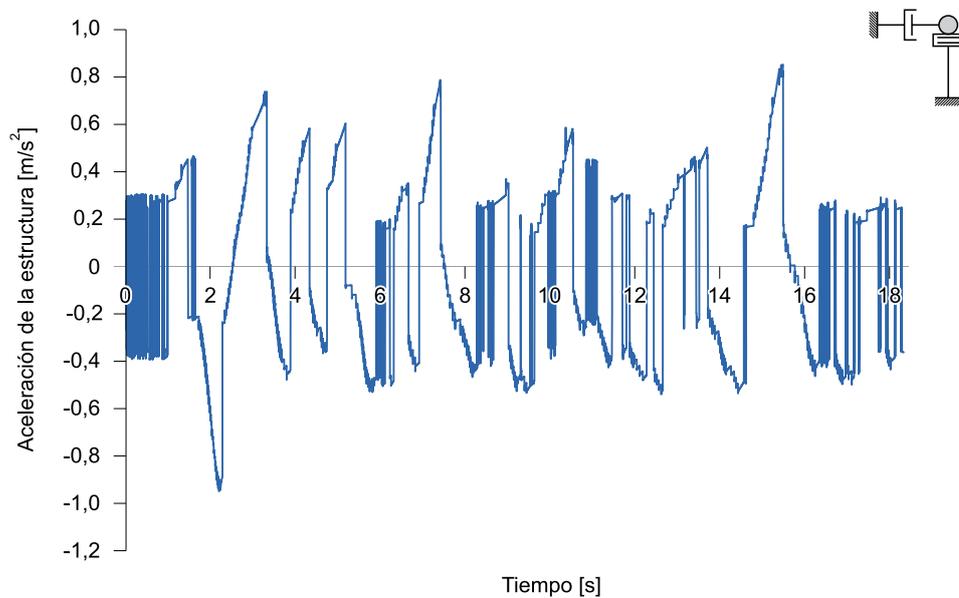


Figura 150 Aceleración longitudinal absoluta de la estructura en función del tiempo para acelerograma EQ3

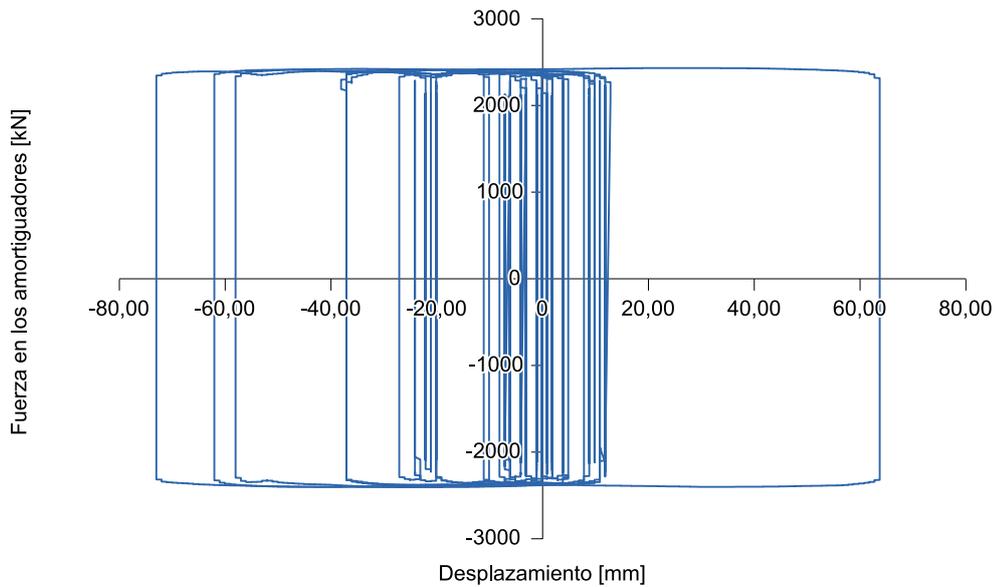


Figura 151 Fuerza en los amortiguadores en función del desplazamiento para acelerograma EQ3

Respecto de un sistema no amortiguado, el desplazamiento baja de 201 mm a 73 mm y la aceleración de 0,15g a 0,10g.

En la [Tabla 51](#) se muestran los valores extremos del desplazamiento, la velocidad, la aceleración, y la fuerza en los amortiguadores para los acelerogramas longitudinales EQ1, EQ3 y EQ5.

Tabla 51 Valores máximos y mínimos de los desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas en amortiguadores para los acelerogramas EQ1, EQ3 y EQ5, aplicados en dirección longitudinal (con propiedades LBDP de neoprenos)

Acelerograma	Valor	d [mm]	v [m/s]	a [m/s ²]	F_{amort} [kN]
EQ1	max	33	0,23	0,81	2428
	min	-55	-0,22	-0,71	-2428
EQ3	max	64	0,26	0,85	2433
	min	-73	-0,21	-0,97	-2425
EQ5	max	66	0,34	0,83	2446
	min	-72	-0,25	-0,98	-2435

En la dirección transversal, como se ya se ha visto, el comportamiento se puede asimilar al de un sistema de un grado de libertad, no siendo necesario un análisis en el tiempo. Es válido, en esta dirección, el análisis efectuado anteriormente donde se determinó el desplazamiento máximo, igual a 133 mm.

Dado que, con las características adoptadas para los amortiguadores, el desplazamiento longitudinal máximo obtenido de los 3 acelerogramas artificiales utilizados, de 73 mm, es inferior al límite de 134 mm, calculado anteriormente (ver apartado 5.5.2.2), se pueden dar por válidas las dimensiones adoptadas para los aparatos de apoyo de 800x800x234.

$$\varepsilon_{q,d} = \frac{v_{xy,d}}{T_q} = \frac{\sqrt{(d_G + \psi_2 d_T + d_{E,x})^2 + d_{E,y}^2}}{234} = \frac{\sqrt{(110 + 73)^2 + 133^2}}{234} = 0,97 \leq 1$$

5.5.3.5 Cálculo de los esfuerzos sísmicos en pilas

A efectos de determinar los esfuerzos sísmicos en las pilas, resulta necesario repetir los análisis anteriores considerando esta vez las propiedades límite superiores (UBDP) de los neoprenos.

Análisis longitudinal

En la **Tabla 52** se muestran los valores extremos del desplazamiento, la velocidad, la aceleración, y la fuerza en los amortiguadores para los acelerogramas longitudinales EQ1, EQ3 y EQ5 para estas propiedades.

Tabla 52 Valores máximos y mínimos de los desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas en amortiguadores para los acelerogramas EQ1, EQ3 y EQ5, aplicados en dirección longitudinal (valores de propiedades UBDP)

Acelerograma	Valor	d [mm]	v [m/s]	a [m/s ²]	F_{amort} [kN]
EQ1	max	43	0,23	0,82	2428
	min	-54	-0,23	-0,84	-2428
EQ3	max	62	0,26	0,92	2433
	min	-69	-0,22	-1,05	-2425
EQ5	max	64	0,34	0,91	2446
	min	-68	-0,27	-1,07	-2435

A partir del valor máximo del desplazamiento longitudinal obtenido con propiedades UBDP, se pueden calcular los esfuerzos de cortante y flexión longitudinal en las pilas de la estructura.

Este cálculo se presenta en la **Tabla 53**, en donde se determina la rigidez equivalente del sistema neopreno–pila $K_{neop(UBDP)+pila}$ en dirección longitudinal, aplicando la misma fórmula ya empleada con propiedades inferiores (LBDP) de los neoprenos en el apartado 5.5.2.3, el cortante longitudinal multiplicando la rigidez por el desplazamiento longitudinal máximo, de 69 mm, y el momento de eje transversal al puente en la base de la pila multiplicando el cortante por la altura de la pila H_{pila}

Los valores de los esfuerzos pueden reducirse dividiéndolos por un factor de comportamiento $q = 1,5$. En este ejemplo, sin embargo, simplifícamamente se adoptará $q = 1,0$.

Tabla 53 Esfuerzos longitudinales en pilas debidos al sismo

Apoyo	$K_{neop(UBDP)}$ [kN/m]	$K_{pila,y}$ [kN/m]	$K_{neop(UBDP)+pila,y}$ [kN/m]	d_E [mm]	$V_{E,z}$ [kN]	H_{pila} [m]	$M_{E,y}$ [kNm]
P-1	6564	378530	6452	69	445	7	3116
P-2	6564	129836	6248	69	431	10	4311
P-3	6564	129836	6248	69	431	10	4311
P-4	6564	129836	6248	69	431	10	4311
P-5	6564	129836	6248	69	431	10	4311
P-6	6564	378530	6452	69	445	7	3116

Análisis transversal

Respecto del análisis transversal con propiedades UBDP, los esfuerzos se determinan aplicando en el modelo de la estructura un sistema de fuerzas estáticas equivalentes mediante un análisis de un grado libertad. Igual que se hizo anteriormente para las propiedades LBDP, en la [Tabla 54](#) se calcula el desplazamiento medio de las cabezas de apoyo considerando propiedades UBDP para unas fuerzas aplicadas que son proporcionales a la masa tributaria de cada apoyo por la aceleración de la gravedad ($G_i = m_i g$). Se observa que las diferencias entre desplazamientos transversales del tablero en cabezas de pilas y estribos y el desplazamiento medio son claramente inferiores al límite del 20% establecido por el apartado 4.2.2.3 (1) de UNE-EN 1998-2, y, por tanto, es de aplicación el método del tablero rígido.

En las últimas dos columnas de esta Tabla se indica el valor de la relación entre cortante transversal debido al sismo V_{Ey} (obtenido del modelo de cálculo) y la fuerza aplicada en cabeza de pila G_i , y la relación entre el momento en la sección inferior de la pila y esta misma fuerza. Estas relaciones dan una idea de cómo se altera el reparto isostático que se podría utilizar para un cálculo simplificado rápido.

Tabla 54 **Desplazamiento de las cabezas de pilas y estribos frente a cargas horizontales transversales concentradas representativas de la masa tributaria de cada apoyo (UBDP)**

Apoyo	G_i [kN]	d_i [mm]	$ \Delta_d/d_a $	V_{Ey}/G_i	M_{Ez}/G_i [m]
E-1	3573	395	2%	-	-
P-1	7631	386	0%	1,204	8,651
P-2	8479	379	2%	0,978	9,964
P-3	8479	382	1%	0,954	9,725
P-4	8479	382	1%	0,954	9,725
P-5	8479	379	2%	0,978	9,964
P-6	7631	386	0%	1,204	8,651
E-2	3573	395	2%	-	-
$\sum G_i = 56327$ kN		d_a [mm] = 385			

Igual que antes, se obtiene el periodo propio en dirección transversal:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{5743}{56327/385 \cdot 1000}} = 2\pi \sqrt{\frac{5743}{146304}} = 1,24 \text{ s}$$

Para este periodo, condiciona el espectro tipo 1 de la [Figura 101](#). La aceleración resultante será:

$$S_e/g = a_g S \eta 2,5 \left(\frac{T_c}{T} \right) = 0,15 \cdot 1,35 \cdot 1 \cdot 2,5 \left(\frac{0,8}{1,24} \right) = 0,33$$

Con este valor de la aceleración y la información de la [Tabla 54](#), se pueden determinar los esfuerzos transversales de la pila como se detalla en la [Tabla 55](#). En esta tabla se indica la fuerza estática equivalente en cada pila y los valores del cortante y del momento que se obtienen multiplicando esta fuerza por los valores de las últimas dos columnas de la [Tabla 54](#). Al igual que antes, los valores de los esfuerzos podrían reducirse dividiéndolos por un factor de comportamiento $q = 1,5$, aunque en este ejemplo se adopta $q = 1,0$.

Tabla 55 Esfuerzos transversales en pilas debidos al sismo

Pila	$\frac{S_d}{g} G_i$ [kN]	V_{Ey} [kN]	M_{Ez} [kN/m]
P-1	2482	2987	21468
P-2	2757	2697	27475
P-3	2757	2632	26814
P-4	2757	2632	26814
P-5	2757	2697	27475
P-6	2482	2987	21468

5.6 Muro en ménsula: método del empuje pseudo-estático

5.6.1 Enunciado del problema

Se considera un muro de contención de 7,00 m de altura, cuyas dimensiones se proporcionan en la [Figura 152](#).

El terreno de cimentación se corresponde con un suelo tipo D de acuerdo con lo indicado en el apartado [5.1](#), y está formado por una arena caracterizada por un peso específico de 20 kN/m^3 , ángulo de rozamiento interno ϕ' de 30° y un coeficiente de rozamiento suelo-terreno $\tan \delta_k$ de 0,50. Debido a la presencia del sistema de drenaje, se considera, del lado de la seguridad, un valor de cálculo del ángulo de rozamiento terreno-muro (δ_q) nulo. El nivel freático se encuentra al menos 15,00 m por debajo del nivel de cimentación. No hay riesgo de licuefacción y la acción sísmica es la definida en el apartado [5.1](#). En coronación puede actuar una sobrecarga de 5 kN/m^2 . El hormigón del muro es de clase C25/30 y el acero es de clase de ductilidad B y tiene un límite elástico de 500 MPa.

Considerando únicamente la situación sísmica y aplicando el método del empuje pseudo-estático, se pide dimensionar la armadura de flexión en la sección de arranque del muro, comprobar esta sección a cortante, y obtener los esfuerzos en el plano de la cimentación, necesarios para su comprobación geotécnica.

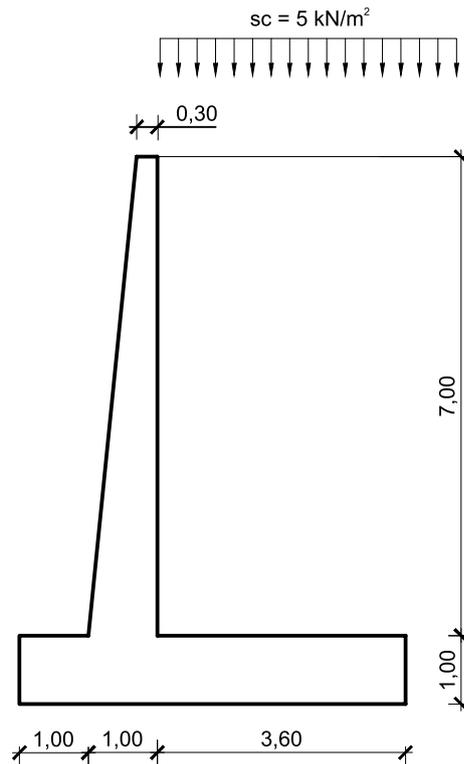


Figura 152 Definición geométrica del muro a comprobar

5.6.2 Resolución

5.6.2.1 Esquema de desarrollo

Para resolver el problema se seguirán los siguientes pasos:

- Cálculo del coeficiente sísmico, de acuerdo con la expresión (111)
- Obtención del coeficiente de empuje K para el estado activo
- Dimensionamiento y comprobación en arranque de muro, que supone:
 - Obtención del empuje de tierras total a nivel del arranque del muro
 - Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del arranque del muro
 - Obtención del momento y cortante de cálculo en el arranque del muro
 - Dimensionamiento de la armadura de flexión necesaria y comprobación a cortante
- Cálculo de los esfuerzos en cimentación y comprobación geotécnica, que supone:
 - Obtención del empuje de tierras total a nivel del plano de cimentación
 - Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del plano de cimentación

- Obtención de las resultantes verticales, horizontales y de momento debidas a las distintas acciones, respecto del centro de gravedad de la cimentación
- Obtención de la presión de cálculo transmitida al terreno
- Verificación de la condición de deslizamiento

5.6.2.2 Cálculo del coeficiente sísmico

Al tratarse de un muro aislado, se puede admitir suficiente capacidad de desplazamiento en situación sísmica, tanto por giro de la cimentación como por la posibilidad de admitir deslizamientos durante la acción sísmica. Por otra parte, aunque el suelo es arenoso, no está saturado ni hay riesgo de licuefacción. Como ya se indicó en el apartado 3.6.8, aunque, en el caso de un muro de hormigón, para utilizar un factor $r > 1$, UNE-EN 1998-2 requiere un estudio específico, la experiencia internacional (buen comportamiento de los muros de contención en sismos importantes), y la normativa americana AASHTO [45], la normativa japonesa [46] y el Manual de Carreteras de Chile [23] indican, todos ellos, que para la comprobación de una estructura de estas características se puede adoptar la mitad de las fuerzas inerciales. Por ello, se considera adecuado para este ejemplo adoptar un coeficiente r (ver Tabla 14) igual a 2, tomando estas referencias como sustituto de un estudio pormenorizado de deformabilidad del muro en situación sísmica.

De esta forma el coeficiente sísmico horizontal será igual a:

$$k_h = \alpha \frac{S}{r} = 0,15 \frac{1,35}{2} = 0,101$$

En este caso, el desplazamiento que se admitiría para poder adoptar este coeficiente sería:

$$d_r = 300 \alpha S = 300 \cdot 0,15 \cdot 1,35 = 61 \text{ mm}$$

Por otra parte, al no tratarse de un muro de gravedad, se puede depreciar el efecto de la aceleración vertical, según se indica en 7.3.2.2(7) de UNE-EN 1998-5.

5.6.2.3 Obtención del coeficiente de empuje K para el estado activo

El coeficiente K para el estado activo, incluyendo tanto el empuje estático como el dinámico, se obtiene a partir de las expresiones de Mononobe-Okabe que se recogen en el anejo E de UNE-EN 1998-5. La componente sísmica se tiene en cuenta a través del ángulo θ , que se determina a partir del coeficiente sísmico de acuerdo con la expresión (163), que reproduce la expresión (E.6) de UNE-EN 1998-5, para el nivel freático situado por debajo de la base del muro:

$$\tan \theta = \frac{k_h}{1 \pm k_v} \approx k_h \rightarrow \theta = \arctan(0,101) = 5,78^\circ \quad (163)$$

El valor de cálculo del ángulo de rozamiento interno a considerar es el definido en la expresión del apartado E.4 del anejo E de UNE-EN 1998-5, acorde con UNE-EN 1997-1 [47], reproducida en la expresión (164). De acuerdo con el Anejo Nacional de UNE-EN 1997-1, que

adopta el enfoque de proyecto 2, el coeficiente parcial relativo al coeficiente de rozamiento $\gamma_{\phi'}$ es igual a 1,0, por lo que el valor de cálculo del ángulo de rozamiento se mantiene en 30° .

$$\phi'_a = \arctan\left(\frac{\tan\phi'}{\gamma_{\phi'}}\right) = \arctan\left(\frac{30}{1,0}\right) = 30^\circ \quad (164)$$

La expresión de Mononobe-Okabe que debe aplicarse a este caso, para el estado activo, en que el ángulo de inclinación de las tierras β es nulo y, por tanto, $\beta \leq \phi'_a - \theta$, es la que se formula en la expresión (E.2) de UNE-EN 1998-5, y que se reproduce a continuación en la expresión (165).

$$K = \frac{\text{sen}^2(\psi + \phi'_a - \theta)}{\cos\theta \text{sen}^2\psi \text{sen}(\psi - \theta - \delta_a) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\phi'_a + \delta_a) \text{sen}(\phi'_a - \beta - \theta)}{\text{sen}(\psi - \theta - \delta_a) \text{sen}(\psi + \beta)}} \right]^2} =$$

$$\frac{\text{sen}^2(90 + 30 - 5,78)}{\cos 5,78 \text{sen}^2 90 \text{sen}(90 - 5,78 - 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(30 + 0) \text{sen}(30 - 0 - 5,78)}{\text{sen}(90 - 5,78 - 0) \text{sen}(90 + 0)}} \right]^2} = \quad (165)$$

$$\frac{0,832}{0,995 \cdot 1,000 \cdot 0,995 \left[1 + \sqrt{\frac{0,500 \cdot 0,410}{0,995 \cdot 1,000}} \right]^2} = 0,397$$

Al ser el trasdós vertical $\psi = 90^\circ$, y al ser el relleno trasdosado horizontal $\beta = 0$. Por otra parte, y de acuerdo con el enunciado, el valor de cálculo del ángulo de rozamiento entre terreno y muro es $\delta_a = 0$, ya que $\delta = 0$.

De esta forma se obtiene un coeficiente para el empuje total de $K = 0,397$.

5.6.2.4 Combinación de cargas

De acuerdo con la expresión (81), que se reproduce más abajo, hay que considerar, además de la acción sísmica A_{Ed} , el valor característico de las acciones permanentes G_k (peso del muro), el valor casi-permanente de las acciones de larga duración Q_2 (empujes del terreno) más un 20% de la sobrecarga uniforme.

$$\sum_{j \geq 1} G_{kj} + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} + Q_2$$

5.6.2.5 Dimensionamiento y comprobación en arranque de muro

5.6.2.5.1 Obtención del empuje total de tierras a nivel del arranque del muro

El empuje de tierras total se obtiene a partir de la expresión (E.1) de UNE-EN 1998-5, que, al no haber empuje de agua, se reduce en este caso a la expresión (166).

$$E_d = \frac{1}{2} \gamma' (1 \pm k_v) KH^2 \approx \frac{1}{2} 20 \cdot 0,397 \cdot 7^2 = 194,53 \text{ kN/m} \quad (166)$$

Como ya se indicaba más arriba, al poder depreciarse el efecto de la aceleración vertical, $k_v = 0$.

Por otra parte, el empuje total debido a la presencia de la sobrecarga, compatible con la situación sísmica, que resulta muy reducido en este caso, será:

$$\psi_{2,1} E_{d,qk,1} = \psi_{2,1} q (1 \pm k_v) KH \approx 0,2 \cdot 5 \cdot 0,397 \cdot 7 = 2,78 \text{ kN/m}$$

5.6.2.5.2 Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del arranque del muro

Resulta necesario distinguir las componentes del empuje activo E_a y el incremento de empuje debido al sismo ΔE_d , puesto que el punto de aplicación de sus resultantes difiere. El empuje activo tiene una distribución triangular con su valor máximo en la parte inferior, mientras que el incremento de empuje sísmico se aplica a la mitad de la altura del muro de acuerdo con el apartado 7.3.2.3 (4)P de UNE-EN 1998-5.

El empuje activo se evalúa con una formulación similar a la de la expresión (166), considerando, para el terreno, la geometría y condiciones de este ejemplo que el coeficiente de empuje activo K_a es igual a 1/3. De esta forma se tiene:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' K_a H^2 \approx \frac{1}{2} 20 \frac{1}{3} 7^2 = 163,33 \text{ kN/m}$$

$$\Delta E_d = 194,53 - 163,33 = 31,20 \text{ kN/m}$$

De la misma forma con el empuje de la sobrecarga, se tiene:

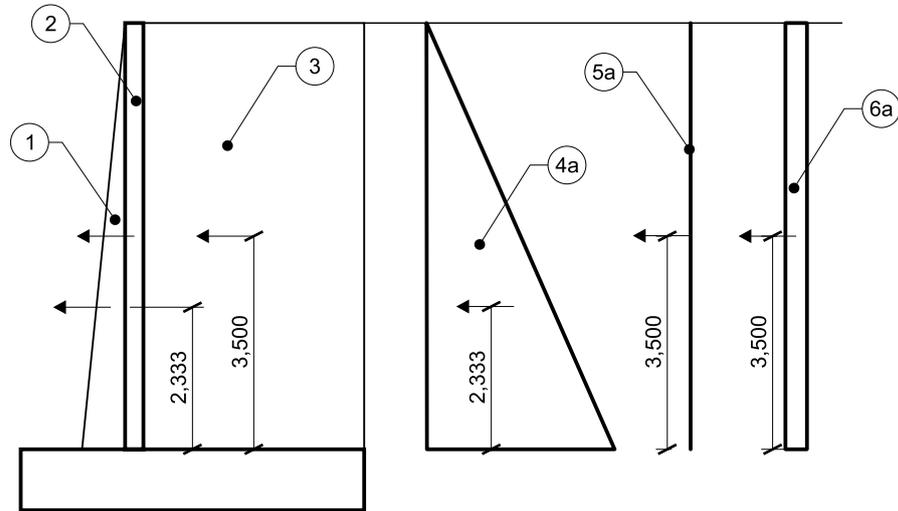
$$\psi_{2,1} E_{a,qk,1} = \psi_{2,1} q K_a H \approx 0,2 \cdot 5 \frac{1}{3} 7 = 2,33 \text{ kN/m}$$

$$\psi_{2,1} \Delta E_{d,qk,1} = 2,78 - 2,33 = 0,45 \text{ kN/m}$$

Las componentes sísmicas debidas a las tierras y a la sobrecarga pueden agruparse, al tener el mismo punto de aplicación, en un valor total de $31,20 + 0,45 = 31,65 \text{ kN/m}$.

5.6.2.5.3 Obtención del cortante y del momento de cálculo en el arranque del muro

A partir de los valores calculados en los apartados precedentes se puede determinar el momento y el cortante en la base del muro. Para ello se definen los empujes de acuerdo con la Figura 153.



Leyenda

- 1 Zona triangular del muro
- 2 Zona rectangular del muro
- 3 Tierras que gravitan sobre el talón
- 4a Empuje activo
- 5a Empuje debido a la sobrecarga casi-permanente
- 6a Empuje dinámico de tierras y sobrecarga

Figura 153 Empujes horizontales para determinación de los esfuerzos de cálculo en arranque del muro

Las fuerzas inerciales del muro y de las tierras que gravitan sobre el talón, se determinan multiplicando las masas correspondientes por el coeficiente sísmico k_t .

Adicionalmente se determinan el momento y el cortante debidos al empuje de tierras activo, al empuje de la sobrecarga casi-permanente y al empuje dinámico de las tierras y de la sobrecarga.

El detalle de este cálculo se incluye en la Tabla 56. En la columna 3 se indica el valor del coeficiente de empuje dinámico que resulta de restar al coeficiente de empuje total el coeficiente de empuje estático. De esta manera: $0,397 - 0,333 = 0,064$. Por otra parte, V_{Edi} , hace referencia a las cargas verticales que actúan sobre el muro, mientras que H_{Edi} , hace referencia a las cargas horizontales que actúan sobre el mismo.

Tabla 56 Resultante de los esfuerzos de cálculo en arranque del muro

Acción	i	k_h	b [m]	h [m]	Peso específico [kN/m ³]	$V_{Ed,i}$ [kN]	$H_{Ed,i}$ [kN]	e [m]	$M_{Ed,i}$ [kNm]
Fuerza inercial muro zona 1	1	0,101	0,35	7,00	25	61,25	6,19	2,33	14,43
Fuerza inercial muro zona 2	2	0,101	0,30	7,00	25	52,50	5,30	3,50	18,56
Fuerza inercial tierras s/talón	3	0,101	3,60	7,00	20	504,00	50,90	3,50	178,16
Empuje activo	4a	0,333	-	7,00	20	-	163,32	2,33	381,07
$\psi_{2,1} \times$ Empuje sc	5a	0,333	-	7,00	1	-	2,33	3,50	8,17
Empuje dinámico	6a tierras	0,064	-	7,00	20	-	31,21	3,50	109,25
	6a sc	0,064	-	7,00	1	-	0,45	3,50	1,56
								$\sum H_{Ed,i} = 259,70$	$\sum M_{Ed,i} = 711,20$

En la **Tabla 56** $V_{Ed,i}$ es el peso de cada elemento, $H_{Ed,i}$ representa esfuerzo cortante y $M_{Ed,i}$ el momento de eje paralelo al muro, correspondientes a la sección arranque como consecuencia de cada una de las acciones.

Como se refleja en la última fila de esta tabla, en el arranque del muro se obtiene un cortante de cálculo H_{Ed} de 259,70 kN y un momento de cálculo M_{Ed} de 711,20 kNm.

5.6.2.5.4 Dimensionamiento de la armadura de flexión y comprobación a cortante

En la expresión inferior se detalla el dimensionamiento a flexión en la sección de arranque de muro, adoptando el método del bloque rectangular, de acuerdo con 3.1.7(3) de UNE-EN 1992-1-1.

$$A_s = \frac{U_0}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{M_{Ed}}{U_0 d}} \right)$$

$$U_0 = f_{cd} b d = \frac{25000}{1,5} 1,00 \cdot 0,95 = 15833,33 \text{ kN/m}$$

$$M_{lim} = 0,375 U_0 d = 0,375 \cdot 15833,33 \cdot 0,95 = 5641 \text{ kNm/m} > M_{Ed}$$

$$A_s = \frac{15833,33}{50} 1,15 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{711,20}{15833,33 \cdot 0,95}} \right) = 17,64 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 16 \text{ a } 0,10$$

De acuerdo con el Anejo Nacional a UNE-EN 1998-1 se utilizan como coeficientes parciales $\gamma_c = 1,5$ para el hormigón y $\gamma_s = 1,15$ para el acero.

Como se desprende del dimensionamiento, se requiere una armadura principal en la cara interior del muro (trasdós) de 17,64 cm²/m para cumplir con la verificación a flexión, para lo cual

se propone disponer Ø16 a 0,10 (20,1 cm²/m). Con ello, la cuantía geométrica de la armadura longitudinal (un dato necesario para la comprobación a cortante) es de:

$$\rho_l = A_{s1}/bd = 2,01/0,10/100/95 = 0,211\%$$

La comprobación a cortante se efectúa de acuerdo con la expresión 6.2 de UNE-EN 1992-1-1 para elementos sin armadura transversal, que se explicita más abajo.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

$$V_{Ed} = 259,70 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} bd =$$

$$0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{950}} \right) \left(100 \frac{0,211}{100} 25 \right)^{\frac{1}{3}} 1,00 \cdot 0,95 \cdot 1000 = 434,93 \text{ kN}$$

Como se puede ver, con la armadura longitudinal necesaria en situación sísmica se resiste el cortante de cálculo sin necesidad de disponer armadura transversal.

5.6.2.6 Cálculo de los esfuerzos en cimentación

5.6.2.6.1 Obtención del empuje total de tierras a nivel del plano de cimentación

El empuje de tierras total se obtiene a partir de la expresión (E.1) de UNE-EN 1998-5, que, al no haber empuje de agua, se reduce en este caso a la siguiente expresión:

$$E_d = \frac{1}{2} \gamma' (1 \pm k_v) KH^2 \approx \frac{1}{2} 20 \cdot 0,397 \cdot 8^2 = 254,08 \text{ kN/m}$$

Por otra parte, el empuje total debido a la presencia de la sobrecarga, compatible con la situación sísmica, que resulta muy reducido en este caso, será:

$$\psi_{2,1} E_{d,Qk,1} = \psi_{2,1} q (1 \pm k_v) KH \approx 0,2 \cdot 5 \cdot 0,397 \cdot 8 = 3,18 \text{ kN/m}$$

5.6.2.6.2 Deducción del incremento de empuje de tierras debido a la acción sísmica a nivel del plano de cimentación

Resulta necesario distinguir las componentes del empuje activo E_a y el incremento de empuje debido al sismo ΔE_d , puesto que el punto de aplicación de sus resultantes difiere. El empuje activo tiene una distribución triangular con su valor máximo en la parte inferior, mientras que el incremento de empuje sísmico se aplica a la mitad de la altura del muro.

El empuje activo se evalúa con una formulación similar a la del empuje de tierras total E_d considerando, para el terreno, la geometría y condiciones de este ejemplo que el coeficiente de empuje activo K_a es igual a $1/3$. De esta forma se tiene:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' K_a H^2 \approx \frac{1}{2} 20 \frac{1}{3} 8^2 = 213,33 \text{ kN/m}$$

$$\Delta E_d = 254,08 - 213,33 = 40,75 \text{ kN/m}$$

De la misma forma con el empuje de la sobrecarga, se tiene:

$$\psi_{2,1} E_{a,qk,1} = \psi_{2,1} q K_a H \approx 0,2 \cdot 5 \frac{1}{3} 8 = 2,67 \text{ kN/m}$$

$$\psi_{2,1} \Delta E_{d,qk,1} = 3,18 - 2,67 = 0,51 \text{ kN/m}$$

Las componentes sísmicas debidas a las tierras y a las sobrecargas pueden agruparse al tener el mismo punto de aplicación en un valor total de $40,75 + 0,51 = 41,26 \text{ kN/m}$.

5.6.2.6.3 Obtención de las componentes vertical, horizontal y momento en el plano de cimentación

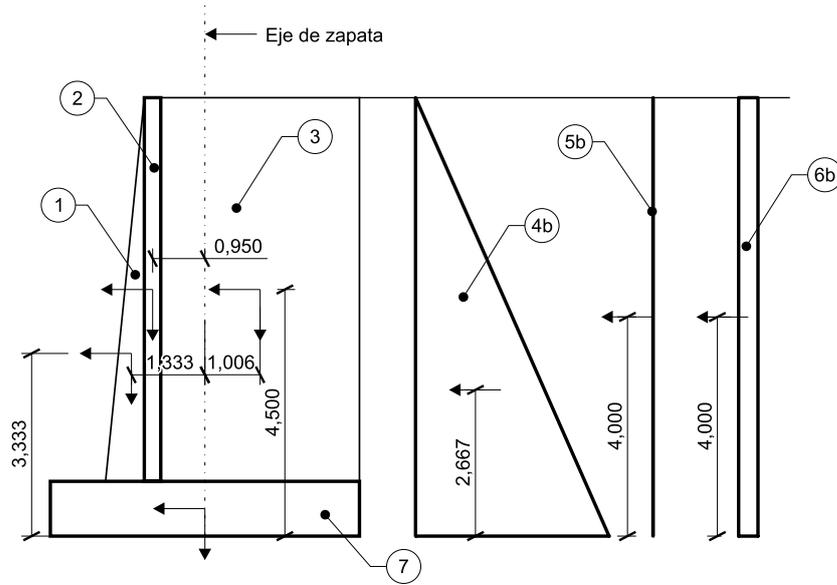
A partir de los valores calculados en los apartados precedentes se puede determinar la fuerza vertical de cálculo V_{Ed} , la fuerza horizontal de cálculo H_{Ed} , y el momento de cálculo M_{Ed} , referido al eje de la zapata, actuantes en el plano de cimentación. Para ello se definen los empujes de acuerdo con la [Figura 154](#).

Las fuerzas verticales se deducen de la geometría y el peso específico del hormigón y de las tierras que gravitan sobre la zapata.

Las fuerzas horizontales provienen de las fuerzas inerciales del muro y de las tierras que gravitan sobre el talón, que se determinan multiplicando los pesos correspondientes por el coeficiente sísmico k_h , y de los empujes activos y empujes dinámicos debidos a las tierras y a la sobrecarga casi-permanente.

Finalmente, se determina el momento debido a la excentricidad de las cargas verticales respecto del centro de gravedad de la zapata, y a la excentricidad de las fuerzas inerciales y las resultantes de los empujes respecto del plano de cimentación.

El detalle de este cálculo se incluye en la [Tabla 57](#).



- Leyenda
- 1 Zona triangular del muro
 - 2 Zona rectangular del muro
 - 3 Tierras que gravitan sobre el talón
 - 4b Empuje activo
 - 5b Empuje debido a la sobrecarga casi-permanente
 - 6b Empuje dinámico de tierras y sobrecarga
 - 7 Zapata

Figura 154 Empujes horizontales para determinación de los esfuerzos de cálculo en el plano de cimentación

Tabla 57 Resultante de los esfuerzos de cálculo en el plano de cimentación del muro

Cargas gravitatorias	<i>i</i>		<i>b</i> [m]	<i>h</i> [m]	Peso específico [kN/m ³]	<i>V</i> _{Ed,i} [kN]		<i>e</i> [m]	<i>M</i> _{Ed,i,gg} [kNm]	
Muro zona 1	1	-	0,35	7,00	25	61,25	-	1,33	81,67	
Muro zona 2	2	-	0,30	7,00	25	52,50	-	1,18	62,13	
Tierras s/talón	3	-	3,60	7,00	20	504,00	-	-0,62	-310,80	
Zapata	7	-	5,60	1,00	25	140,00	-	0,00	0,00	
						$\sum V_{Ed,i} = 757,75$	$\sum M_{Ed,i,gg} = -167,01$			
Cargas horizontales	<i>i</i>	<i>k_h</i>	<i>b</i> [m]	<i>h</i> [m]	Peso específico [kN/m ³]		<i>H</i> _{Ed,i} [kN]	<i>e</i> [m]	<i>M</i> _{Ed,i,ch} [kNm]	
Fuerza inercial muro zona 1	1	0,101	0,35	7,00	25	-	6,19	3,33	20,62	
Fuerza inercial muro zona 2	2	0,101	0,30	7,00	25	-	5,30	4,50	23,86	
Fuerza inercial tierras s/talón	3	0,101	3,60	7,00	20	-	50,90	0,50	25,45	
Fuerza inercial zapata	7	0,101	5,60	1,00	25	-	14,14	0,50	7,07	
Empuje activo	4b	0,333	-	8,00	20	-	213,31	2,67	568,83	
$\psi_{2,1}$ × Empuje sc	5b	0,333	-	8,00	1	-	2,67	4,00	10,67	
Empuje dinámico	6b tierras	0,064	-	8,00	20	-	40,77	4,00	163,07	
	6b sc	0,064	-	8,00	1	-	0,51	4,00	2,04	
						$\sum H_{Ed,i} = 333,79$	$\sum M_{Ed,i,ch} = 821,61$			
						$M_{Ed} = 654,60$				

Como se refleja en la tabla, en el plano de cimentación se obtienen los siguientes esfuerzos de cálculo:

$$\text{Fuerza vertical } V_{Ed} = 757,75 \text{ kN}$$

$$\text{Fuerza horizontal } H_{Ed} = 333,79 \text{ kN}$$

$$\text{Momento } M_{Ed} = 654,60 \text{ kNm}$$

La excentricidad de la carga en el plano de cimentación es, por tanto:

$$e = \frac{M_d}{V_d} = \frac{654,60}{757,75} = 0,864 \text{ m}$$

5.6.2.6.4 Presión transmitida al terreno

En la **Tabla 58** se calcula la presión transmitida al terreno en situación sísmica considerando el área efectiva de la zapata.

El área efectiva de la zapata es el área rectangular de la zapata cobaricéntrica con la posición de la resultante vertical. El ancho efectivo B' se obtiene restándole al ancho total de la zapata (5,60 m) dos veces la excentricidad de la carga (0,864 m).

La presión es igual a la carga vertical de cálculo V_d dividida por el área efectiva. Se observa que se transmite al terreno una presión de 195 kN/m^2 ($\approx 2 \text{ kp/cm}^2$).

Tabla 58 Presión transmitida a la cimentación

V_d [kN]	M_{Ed} [kNm]	e [m]	B' [m]	q [kN/m ²]
757,75	654,60	0,864	3,87	195,80

5.6.2.6.5 Verificación frente al deslizamiento

La comprobación frente al deslizamiento constituye un estado límite ELU-GEO que se aborda en el apartado 6.5.3 de UNE-EN 1997-1, recogiendo asimismo en el apartado 4.2.1 del documento *guía para el proyecto de cimentaciones en obras de carretera con Eurocódigo 7: Cimentaciones superficiales* [48].

Este ELU-GEO queda comprobado, en este caso y para la situación sísmica, cuando se verifica la inecuación de la expresión (167)

$$H_d \leq R_d \tag{167}$$

donde:

H_d valor de cálculo de la fuerza horizontal en el plano de cimentación obtenido anteriormente ($H_d = 333,79$ kN)

R_d valor de cálculo de la resistencia al deslizamiento en el contacto entre cimiento y terreno, que, para este caso se obtiene a partir de la expresión (168)

$$R_d = \frac{V'_d \tan \delta_k}{\gamma_{Rh}} \quad (168)$$

donde:

V'_d valor de cálculo de la carga vertical sobre el plano de cimentación expresado en términos de presiones efectivas, obtenido anteriormente ($V'_d = V_d = 757,75$ kN)

δ_k valor característico del ángulo de rozamiento entre terreno y cimentación siendo, de acuerdo con el enunciado (apartado 5.6.1), $\tan \delta_k = 0,50$

γ_{Rh} coeficiente parcial para la resistencia al deslizamiento que, de acuerdo con la tabla A.5 del Anejo Nacional de UNE-EN 1997-1, adopta un valor de 1,1

De acuerdo con lo anterior, la comprobación frente al deslizamiento se explicita a continuación.

$$H_d = 333,79 \text{ kN}$$

$$R_d = \frac{757,75 \cdot 0,50}{1,1} = 344,43 \text{ kN}$$

$$H_d \leq R_d \quad \text{cumple} \quad \left(\frac{R_d}{H_d} = 1,03 \right)$$

Como queda arriba recogido, esta comprobación se verifica de forma bastante ajustada. No obstante, al haber considerado un coeficiente r igual a 2,0 la estructura podría desplazarse, en teoría del orden de 6 cm (ver apartado 5.6.2.2), antes de alcanzar el estado de equilibrio que representan estos números.

6

BIBLIOGRAFÍA

- [1] INSTITUTO GEOGRÁFICO NACIONAL (IGN). Actualización de mapas de peligrosidad sísmica en España 2012. Centro Nacional de Información Geográfica. Dirección General del Instituto Geográfico Nacional. 2013.
- [2] INSTITUTO GEOGRÁFICO NACIONAL (IGN). Informe del sismo de Lorca del 11 de mayo de 2011. 2011.
- [3] AENOR. UNE-EN 1998-2. Eurocódigo 8: Proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 2: Puentes. 2018.
- [4] AENOR. UNE-EN 1998-1. Eurocódigo 8: Proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 1: Reglas generales, acciones sísmicas y reglas para edificación. 2018.
- [5] AENOR. UNE-EN 15129. Dispositivos antisísmicos. 2011.
- [6] RICHTER, C.F. Elementary Seismology. W.H. Freeman, San Francisco. 1958.
- [7] RICHTER, C. F. An Instrumental Earthquake Magnitude Scale. Bulletin of the Seismological Society of America. Pp. 25: 1-32. 1936.
- [8] McCALPIN, James P. Paleoseismology. Ap. 1 Earthquake Magnitude Scales. James P. McCalpin, GEO-HAZ Consulting, Inc. Estes Park, Colorado. 2009.
- [9] HANKS, TC; KANAMORI, H. A moment magnitude scale. Journal of Geophysical Research 84 (B5). p. 2348-2350. 1979.
- [10] AKI, K. Generation and propagation of G waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964. Part 2. Estimation of earthquake moment, released energy, and stress-strain drop from the G wave spectrum. Bull. Earthquake Res. Inst. 44, 73-88. 1966.
- [11] GUTTENBERG, B.; RICHTER, C.F. Frequency of Earthquakes in California. Bulletin of the Seismic Society of America, 46. p. 105-145. 1944.

- [12] FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. Postearthquake reconnaissance report on transportation infrastructure impact of the February 27, 2010, Offshore Maule Earthquake in Chile. FHWA-HRT-11-030. 2011.
- [13] VANMARCKE, Erik H.; GASPARINI, Dario A. Simulated earthquake motions compatible with prescribed response spectra. SIMQKE-I Software and Manuals. [NISEE e-Library](#), Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts. Modified: BLAKE, T.F. Newbury Park, University of California, Berkeley. 1990, 1976.
- [14] PACIFIC EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH CENTER. [PEER Strong Ground Motion Database](#). University of California, Berkeley. 2013.
- [15] BIOT, M.A. Vibrations of Buildings During Earthquake, Capítulo 2 de la tesis doctoral titulada Transient Oscillations in Elastic Systems, Departamento de Aeronáutica, California Institute of Technology, Pasadena, California. 1932.
- [16] CALTRANS. Seismic Design Criteria, versión 1.4. California Department of Transportation, Sacramento, CA. 2006.
- [17] JOSEPH, A.; JOSEPH, G. Influence of Vertical Acceleration on Seismic Response of End-bearing Pile Foundations. American Journal of Engineering Research (AJER). Vol. 4, p. 33-41. 2013.
- [18] BOZORGNIA, Youself; MANSOUR, Niazi; CAMPBELL, Kenneth. Characteristics of Free-Field Vertical Ground Motion during the Northridge Earthquake. Earthquake Spectra, Volume 11, N° 4. p. 515-525. 1995.
- [19] SARGIN, M. Stress-Strain Relationship for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections, Study 4, Solid Mechanics Division; University of Waterloo, Waterloo, Canada. 1971.
- [20] MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. Theoretical stress-strain model for confined concrete. Journal of Structural Engineering. Vol. 114, n° 8, p. 1804-1826. 1988.
- [21] GELFI, P. [Programa SIMQKE_GR](#). University of Brescia, Italy. 2009.
- [22] APPLIED TECHNOLOGY COUNCIL. ATC-40 Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings. California Seismic Safety Council. Proposition 122 – Seismic Retrofit Practices Improvement Program. Report SSC 96-01. 1996.
- [23] MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS DE CHILE. Manual de Carreteras. Volumen n°3. Instrucciones y Criterios de Diseño. Dirección General de Vialidad. Gobierno de Chile. 2015.
- [24] KUESEL. Earthquake Design Criteria for Subways. Journal of the Structural Division, ASCE. 1969.
- [25] ORTIGOSA, P; MUSANTE, H. Seismic Earth Pressures against Structures with Restrained Displacements. Proc. 2nd Int. Conf. On Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. And Soil Dynamics, St. Louis, Miss. 1991.

- [26] AENOR. UNE-EN 1998-5. Eurocódigo 8: Proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 5: Cimentaciones, estructuras de contención y aspectos geotécnicos. 2018.
- [27] AENOR. UNE-EN 1992-1-1. Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y edificación. 2012.
- [28] FARDIS, M.; CARVALHO, E.; ELNASHAI, A.; FACCIOLI, E.; PINTO, P.; PLUNIER, A. Designer's Guide to EN 1998-1 and EN 1998-5. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. General rules for buildings, foundations and retaining structures. Thomas Gulvanassian, Editor. Thomas Telford Limited. Londres. 2005.
- [29] AENOR. UNE-EN 1990. Eurocódigos. Bases de cálculo de estructuras. 2003.
- [30] KOLIAS, B.; FARDIS, M.; PECKER, A. Designer's Guide to Eurocode 8: Design of Bridges for Earthquake Resistance. EN 1998-2. Thomas Gulvanassian, Editor. Thomas Telford Limited. Londres. 2012.
- [31] MINISTERIO DE FOMENTO. Norma de Construcción Sismorresistente: Puentes (NSCP-07). Secretaría General Técnica. 2008.
- [32] PAPAZOGLU, A.J.; ELNASHAI, A.S.. Analytical and field evidence of the damaging effect of vertical earthquake ground motion. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 25, p. 1109-1137. 1996.
- [33] AENOR. UNE-EN 1990:2003/A1+AC (modificación y erratum). Eurocódigos. Bases de cálculo de estructuras. 2010.
- [34] ELNASHAI, A.S.; PAPAZOGLU, A.J. Procedure and spectra for analysis of RC structures subjected to strong vertical earthquake loads. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, p. 121-155. 1997.
- [35] AGUIAR, R. Análisis Dinámico Espacial. Escuela Politécnica del Ejército. Quito, Ecuador. 270 p. 1989.
- [36] NEWMARK, N.M.; HALL, W.J. Earthquake spectra and design. Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California. 1982.
- [37] VIDIC, T.; FAJFAR, P.; FISCHINGER, M. Consistent inelastic design spectra: strength and displacement. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 31, p. 1967-1991. 1994.
- [38] MINISTERIO DE FOMENTO. EHE-08 Instrucción para el proyecto y la ejecución de estructuras de hormigón estructural. Secretaría General Técnica. 2008.
- [39] MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS DE CHILE. Nuevos criterios sísmicos para el diseño de puentes en Chile. 2010.
- [40] AENOR. UNE-EN 1337-3. Apoyos estructurales. Parte 3: Apoyos elastoméricos. 2005.
- [41] CONSTANTINO, M.C.; KALPAKIDIS, I.; FILIATRAULT, A.; ECKER LAY, R.A. LRFD-based Analysis and Design Procedures for Bridge Bearing and Seismic Isolators. Department of Civil, Structural and Environmental Engineering, State University of New York, Buffalo, NY. Technical Report MCEER-11-04:2011.

- [42] ACHE. Monografía nº 22: Proyecto de estructuras frente a los efectos de las deformaciones impuestas. Asociación científico-técnica del hormigón estructural. 2012.
- [43] GROLI, G.; PÉREZ, A.; GIRALDO, A.; MARCHETTO, F.; EZEBERRY, J. Simplified serviceability design of jointless structures. Experimental verification and application to typical bridge and building structures. *Engineering Structures* 59. p. 469-483. 2014.
- [44] MINISTERIO DE FOMENTO. Orden Circular 37/2016. Base de precios de referencia de la Dirección General de Carreteras. 2016.
- [45] AASHTO LRFD Design Specifications. American Association of State Highway and Transportation Officials. Seventh Edition, 2014.
- [46] The Overseas Coastal Area Development Institute of Japan (2002). Technical Standards and Commentaries for Port and Harbour Facilities in Japan. OCDI, Tokyo.
- [47] AENOR. UNE-EN 1997-1. Eurocódigo 7: Proyecto geotécnico. Parte 1: Reglas generales. 2011.
- [48] MINISTERIO DE FOMENTO. Guía para el proyecto de cimentaciones en obras de carretera con Eurocódigo 7: Cimentaciones superficiales. Dirección General de Carreteras. 2018.

Anejos

Anejo A

PSEUDO-VELOCIDAD Y PSEUDO-ACELERACIÓN

Habitualmente en cálculo sísmico se admite que la velocidad espectral se puede obtener multiplicando el desplazamiento espectral por la frecuencia angular propia $\omega = 2\pi/T$ y, de la misma forma, se puede obtener la aceleración espectral multiplicando el desplazamiento espectral por $\omega^2 = 2\pi^2/T^2$. Realmente esta relación es exacta solo cuando se considera un sistema no amortiguado, puesto que en tal caso la solución del problema es la solución armónica que viene dada por la expresión (169).

$$\begin{aligned}x &= A \cos \frac{2\pi}{T} t + B \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \\ \dot{x} &= \frac{2\pi}{T} \left(A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t - B \cos \frac{2\pi}{T} t \right) \\ \ddot{x} &= \frac{4\pi^2}{T^2} \left(-A \cos \frac{2\pi}{T} t - B \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \right)\end{aligned}\tag{169}$$

El valor máximo del término entre paréntesis es siempre el mismo, por lo que la condición anterior sería estrictamente cierta siempre que la vibración de la estructura complete al menos un periodo completo.

En el caso de existir amortiguamiento esta relación es solamente aproximada y por ello se habla de pseudo-velocidad y pseudo-aceleración cuando estos valores se obtienen multiplicando el desplazamiento por $\omega = 2\pi/T$ y $\omega^2 = 2\pi^2/T^2$, respectivamente. La expresión de la solución general de un sistema de 1gdl amortiguado, sometido a una historia de aceleraciones del terreno $\ddot{x}_i(\tau)$ viene dada por la expresión (4), reproducida a continuación.

$$x = \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d(t-\tau) \right) d\tau$$

Para obtener la velocidad resulta necesario derivar esta expresión respecto del tiempo, que es una variable que interviene en los límites de la integral. Por tanto, debe aplicarse la regla de la cadena de Leibniz (ver expresión (170) en la que la regla se particulariza para el caso en que se va a aplicar).

$$\frac{d}{dt} \int_0^t f(t, \tau) d\tau = f(t) + \int_0^t \frac{\partial f(t, \tau)}{\partial t} dt \quad (170)$$

Aplicando esta formulación a la derivada de la expresión (37), se obtiene la expresión de la velocidad (ver expresión (171)).

$$\dot{x} = \underbrace{e^{-\xi\omega(0)} \left(\frac{\ddot{x}_r(t)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d(0) \right)}_{=0} + \int_0^t \left[\begin{array}{l} -\xi\omega e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{\ddot{x}_r(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right) \\ + \omega_d e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left(\frac{\ddot{x}_r(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d(t-\tau) \right) \end{array} \right] d\tau \quad (171)$$

$$\dot{x} = \omega_d \int_0^t e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left[\begin{array}{l} -\xi \frac{\omega}{\omega_d} \left(\frac{\ddot{x}_r(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d(t-\tau) \right) \\ + \left(\frac{\ddot{x}_r(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d(t-\tau) \right) \end{array} \right] d\tau \rightarrow \dot{x}_{\max} \approx \omega_d x_{\max}$$

Para valores pequeños de amortiguamiento el primer término de la derivada es pequeño respecto del segundo que, además está desfasado respecto del segundo en 90°. Por otra parte, el valor máximo de la integral del coseno es igual al valor máximo de la integral del seno con tal de que la duración del movimiento sea superior a un periodo propio. Por ello se tiene la relación aproximada $\dot{x}_{\max} \approx \omega_d x_{\max}$

Si se vuelve a derivar la expresión (171), se obtiene la aceleración del sistema amortiguado (ver expresión (172)):

$$\ddot{x} = \omega_d \int_0^t \left[-\xi \omega e^{-\xi \omega (t-\tau)} \left[\begin{array}{l} -\xi \frac{\omega}{\omega_d} \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d (t-\tau) \right) \\ + \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d (t-\tau) \right) \end{array} \right] + e^{-\xi \omega (t-\tau)} \left[\begin{array}{l} -\xi \frac{\omega}{\omega_d} \omega_d \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d (t-\tau) \right) \\ + \omega_d \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d (t-\tau) \right) \end{array} \right] \right] d\tau$$

$$\ddot{x} = \omega_d^2 \int_0^t e^{-\xi \omega (t-\tau)} \left[\begin{array}{l} \xi \frac{\omega}{\omega_d} \left[\begin{array}{l} -\xi \frac{\omega}{\omega_d} \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d (t-\tau) \right) \\ + \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d (t-\tau) \right) \end{array} \right] \\ + \left[\begin{array}{l} -\xi \frac{\omega}{\omega_d} \omega_d \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{cos } \omega_d (t-\tau) \right) \\ + \omega_d \left(\frac{\ddot{x}_i(\tau)}{\omega_d} \text{sen } \omega_d (t-\tau) \right) \end{array} \right] \end{array} \right] d\tau \rightarrow \ddot{x}_{\max} \approx \omega_d^2 x_{\max} \tag{172}$$

Por las mismas razones que anteriormente, si el amortiguamiento es bajo (5%), el primer término, enmarcado entre corchetes, de la integral es pequeño, puesto que va multiplicado por ξ y además está desfasado 90° respecto del segundo término enmarcado entre corchetes. Además de los dos sumandos de este segundo término la aportación del primero a la suma será pequeña al ir multiplicado él también por ξ , y estar este término desfasado 90° respecto de segundo sumando. Se llega, por tanto, también a la aproximación $\ddot{x}_{\max} \approx \omega_d^2 x_{\max}$

Anejo B

CÁLCULO LINEAL DE SISTEMAS DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD. REDUCCIÓN DEL PROBLEMA A LA SOLUCIÓN DE M SISTEMAS DE 1GDL

El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas dado por la expresión (39), se puede desacoplar si se realiza un cambio de sistema de coordenadas y éstas se expresan en coordenadas normales, que emplean como base los autovectores de la matriz $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$, es decir los modos propios de vibración del sistema φ . Estos vectores modo de vibración se pueden organizar por columnas en la llamada matriz modal $\Phi = [\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \dots, \varphi^{(m)}]$.

Para que el sistema amortiguado se pueda desacoplar resulta necesario poder desacoplar también la matriz de amortiguamiento. Una forma de hacer esto es suponer que la matriz de amortiguamiento \mathbf{C} es de tipo Caughey, lo cual implica que la misma se puede expresar como una combinación lineal de potencias de la matriz de frecuencias angulares $(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})$, de acuerdo con la expresión (173) en donde se indica también el índice de amortiguamiento ξ_j asociado a cada modo de vibración j que se explica con más detalle más adelante. Se verá también que una forma de este tipo permite transformar también la matriz de amortiguamiento en una matriz diagonal.

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \sum_{i=0}^{n-1} a_i (\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})^i \quad (173)$$
$$\xi_j = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} a_i (\omega_j)^{2i-1}$$

Los valores de las constantes a_i , se pueden determinar imponiendo los valores de ξ_j , es decir, fijando el nivel de amortiguamiento de cada modo de vibración, y resolviendo un sistema

lineal de ecuaciones. El valor del índice de amortiguamiento puede ser, por ejemplo, del 5% para todos los modos para una estructura de hormigón. Una vez conocidos los valores de a_i , se puede determinar la matriz \mathbf{C} a partir de la línea superior de la expresión (173). Las formas modales serán ortogonales a esta matriz.

Para facilitar la comprensión de la expresión (173), en la expresión (174) se detalla el caso particular de un sistema con tres grados de libertad ($n = 3$). Desarrollando la última línea de la expresión (174) se obtiene un sistema lineal de ecuaciones cuyas incógnitas a_0 , a_1 y a_2 se pueden determinar a partir de los valores supuestos para el amortiguamiento.

$$\left. \begin{aligned} a_0 \mathbf{M}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^0 &= a_0 \mathbf{M} \\ a_1 \mathbf{M}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^1 &= a_1 \mathbf{K} \\ a_2 \mathbf{M}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^2 &= a_2 \mathbf{M} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} = a_2 \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \end{aligned} \right\} \rightarrow \mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} + a_2 \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad (174)$$

El cambio del sistema de coordenadas físicas \mathbf{x} a coordenadas normales \mathbf{q} consiste en expresar los desplazamientos del sistema como una combinación lineal de los modos propios de vibración como se muestra en la expresión (175), donde ϕ_{ij} es la coordenada i del modo de vibración j y q_j son las llamadas *coordenadas normales*. Se puede conseguir una buena aproximación del problema empleando una dimensión del vector \mathbf{q} menor que el número de grados de libertad del sistema n , es decir, considerando un número limitado de modos de vibración m . Más adelante se discute acerca del número mínimo de modos propios que hay que considerar para que el cálculo sea representativo.

$$\mathbf{x} = \Phi \mathbf{q} \Leftrightarrow x_i = \sum_{j=1}^{j=m} \phi_{ij} q_j \quad (175)$$

Remplazando la expresión (175) en la expresión (39), se obtiene la expresión (176).

$$\mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \Phi \mathbf{q} = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_i(t) \quad (176)$$

Multiplicando la expresión (176) por la matriz de modos propios traspuesta Φ^T , se obtiene la expresión (177).

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}} + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q} = -\Phi^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_i(t) \quad (177)$$

Con objeto de aclarar la expresión anterior, se va a desarrollar en mayor detalle la matriz $\Phi^T \mathbf{M} \Phi$ para un sistema con dos grados de libertad y con la utilización de dos modos propios de vibración. De esta forma se obtiene la siguiente expresión (178):

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi^{(1)} & \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \\
 \Phi^T &= \begin{bmatrix} \varphi^{(1)} \\ \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} \\ \phi_{12} & \phi_{22} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \\
 \Phi^T \mathbf{M} \Phi &= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{j1} & \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{j2} \\ \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{j1} & \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{j2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{jk} \phi_{k1} & \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{jk} \phi_{k2} \\ \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{jk} \phi_{k1} & \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{jk} \phi_{k2} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \varphi^{T(1)} \mathbf{M} \varphi^{(1)} & \varphi^{T(1)} \mathbf{M} \varphi^{(2)} \\ \varphi^{T(2)} \mathbf{M} \varphi^{(1)} & \varphi^{T(2)} \mathbf{M} \varphi^{(2)} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{178}$$

La matriz $\Phi^T \mathbf{K} \Phi$ da lugar a unas expresiones análogas en donde m_{jk} se sustituye por k_{jk} y \mathbf{M} se sustituye por \mathbf{K} . Se puede demostrar que los vectores modo de vibración tienen propiedades de ortogonalidad respecto a \mathbf{M} y \mathbf{K} , y cuando se emplea una matriz de amortiguamiento como la de Caughey, también respecto a \mathbf{C} . Debido a esas propiedades de ortogonalidad, con el cambio a coordenadas normales las matrices \mathbf{M} , \mathbf{K} y \mathbf{C} se diagonalizan como sigue:

$$\begin{aligned}
 \varphi^{T(i)} \mathbf{M} \varphi^{(j)} &= 0 \text{ si } i \neq j \\
 \Phi^T \mathbf{M} \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi^{T(1)} \mathbf{M} \varphi^{(1)} & 0 \\ 0 & \varphi^{T(2)} \mathbf{M} \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1^* & 0 \\ 0 & M_2^* \end{bmatrix} \\
 \varphi^{T(i)} \mathbf{K} \varphi^{(j)} &= 0 \text{ si } i \neq j \\
 \Phi^T \mathbf{K} \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi^{T(1)} \mathbf{K} \varphi^{(1)} & 0 \\ 0 & \varphi^{T(2)} \mathbf{K} \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^* & 0 \\ 0 & K_2^* \end{bmatrix} \\
 \varphi^{T(i)} \mathbf{C} \varphi^{(j)} &= 0 \text{ si } i \neq j \\
 \Phi^T \mathbf{C} \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi^{T(1)} \mathbf{C} \varphi^{(1)} & 0 \\ 0 & \varphi^{T(2)} \mathbf{C} \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^* & 0 \\ 0 & C_2^* \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{179}$$

Los escalares M_i^* , K_i^* , y C_i^* de la expresión (179) se denominan masa generalizada, rigidez generalizada y coeficiente de amortiguamiento generalizado, respectivamente, correspondientes al modo de vibración i .

El carácter diagonal de las matrices $\Phi^T M \Phi$, $\Phi^T K \Phi$ y $\Phi^T C \Phi$, permite desacoplar las ecuaciones y resolver m ecuaciones de 1gdl.

Como la matriz $\Phi^T M \Phi$ es una matriz diagonal, su inversa es la matriz diagonal cuyos valores no nulos corresponden a los inversos de los valores de la matriz original (ver expresión (180)).

$$[\Phi^T M \Phi]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M_m^*} \end{bmatrix} \quad (180)$$

Si se multiplica la expresión (177) por la matriz $[\Phi^T M \Phi]^{-1}$ se obtiene la expresión (181).

$$\ddot{q} + [\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T C \Phi \dot{q} + [\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T K \Phi q = -[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T M \ddot{x}_t(t) \quad (181)$$

Al ser el producto de dos matrices diagonales, los elementos de la matriz $[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T C \Phi$ se pueden detallar como se muestra en la expresión (182).

$$[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} \frac{C_1^*}{M_1^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_2^*}{M_2^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_m^*}{M_m^*} \end{bmatrix} \quad (182)$$

De la misma forma con $[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T K \Phi$, conforme a la expresión (183).

$$[\Phi^T M \Phi]^{-1} \Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} \frac{K_1^*}{M_1^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_2^*}{M_2^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_m^*}{M_m^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Omega_1^*)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\Omega_2^*)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\Omega_m^*)^2 \end{bmatrix} \quad (183)$$

Por otra parte, el término de la aceleración del terreno, se detalla en la expresión (184). Cada componente del vector \ddot{x}_t , $\ddot{x}_{t,i}$, representa la componente de la aceleración del terreno en

la dirección del grado de libertad i del sistema original. Generalmente se adoptan ejes que coinciden, al menos aproximadamente (puentes curvos), con los ejes longitudinal, transversal y vertical de la estructura y los grados de libertad de los nudos del modelo coinciden con estas direcciones. Si la dirección de la aceleración del terreno es oblicua respecto de los ejes globales de la estructura y se denomina θ el ángulo que forma la aceleración con el eje del puente (eje X) y α el ángulo que forma la aceleración con el plano horizontal (plano XY), en la ecuación de equilibrio dinámico, las componentes del vector $\ddot{\mathbf{x}}_t$ serían las siguientes:

- Si el grado de libertad está orientado en dirección paralela a la dirección X , que puede coincidir, aproximadamente con la dirección longitudinal del puente, entonces

$$\ddot{x}_{t,i} = \ddot{x}_{t,x} = \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \cos \theta \cos \alpha$$
- Si el grado de libertad está orientado en dirección paralela a la dirección Y , que puede coincidir, aproximadamente con la dirección transversal del puente, entonces

$$\ddot{x}_{t,i} = \ddot{x}_{t,y} = \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \cos \theta \sin \alpha$$
- Si el grado de libertad está orientado en dirección paralela a la dirección Z , entonces

$$\ddot{x}_{t,i} = \ddot{x}_{t,z} = \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \sin \theta$$

De esta forma, para un sistema con dos nudos y tres grados de libertad por nudo (direcciones X, Y, Z), las componentes del vector de aceleración del terreno $\ddot{x}_{t,k}$ se pueden poner como se muestra en la expresión (184) donde el vector \mathbf{J} , denominado *vector de arrastre*, permite proyectar el vector aceleración del terreno según las direcciones de los grados de libertad considerados en el modelo de cálculo. En la expresión (184), $\|\ddot{\mathbf{x}}_t\|$ es la norma del vector aceleración del terreno que indica la magnitud de la aceleración del terreno en la dirección del sismo y sg es el signo que indica el sentido de la aceleración a lo largo de su dirección.

$$\ddot{\mathbf{x}}_t = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{t,1} = \ddot{x}_{t,x} \\ \ddot{x}_{t,2} = \ddot{x}_{t,y} \\ \ddot{x}_{t,3} = \ddot{x}_{t,z} \\ \ddot{x}_{t,1} = \ddot{x}_{t,x} \\ \ddot{x}_{t,2} = \ddot{x}_{t,y} \\ \ddot{x}_{t,3} = \ddot{x}_{t,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \alpha \\ \cos \theta \sin \alpha \\ \sin \alpha \\ \cos \theta \cos \alpha \\ \cos \theta \sin \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \times sg = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \end{bmatrix} \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \times sg = \mathbf{J} \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| \times sg \quad (184)$$

Generalmente, se considera independientemente el sismo en la dirección de cada uno de los ejes de coordenadas, introduciendo tres sismos, un sismo en X , un sismo en Y y un sismo en Z . De esta forma se consideran tres vectores \mathbf{J} diferentes, uno para cada dirección, $\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y, \mathbf{J}_z$, cuyas expresiones para el caso detallado en la expresión (184), se proporcionan en la expresión (185). Las reglas de combinación de los tres sismos se dan en el apartado 2.3.2.3.1.

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (185)$$

El término independiente de la expresión (181) se desarrolla, para un sistema con dos grados de libertad y dos modos propios de vibración, en la expresión (186) donde las componentes $\ddot{x}_{t,1}$ y $\ddot{x}_{t,2}$ se definen de acuerdo con expuesto anteriormente e ilustrado en la expresión (184).

$$\Phi^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_t = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{j1} & \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{j2} \\ \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{j1} & \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{j2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{t,1} \\ \ddot{x}_{t,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{jk} \ddot{x}_{t,k} \\ \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{jk} \ddot{x}_{t,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{jk} J_k \\ \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{jk} J_k \end{bmatrix} \|\ddot{x}_t\| \times sg$$

$$[\Phi^T \mathbf{M} \Phi]^{-1} \Phi^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_t = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j1} m_{jk} \ddot{x}_{t,k}}{M_1^*} \\ \frac{\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \phi_{j2} m_{jk} \ddot{x}_{t,k}}{M_2^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\varphi^{T(1)} \mathbf{M} \mathbf{J}}{M_1^*} \\ \frac{\varphi^{T(2)} \mathbf{M} \mathbf{J}}{M_2^*} \end{bmatrix} \|\ddot{x}_t\| \times sg \quad (186)$$

Anejo C

DETERMINACIÓN DE LOS MODOS PROPIOS DE VIBRACIÓN EN EL ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL

Los modos propios de vibración de un sistema se pueden obtener a partir de la ecuación de equilibrio dinámico no amortiguada de un sistema en vibración libre cuya solución es un movimiento armónico y, por lo tanto, la aceleración es proporcional al desplazamiento cambiado de signo, siendo la constante de proporcionalidad igual al cuadrado de la frecuencia angular, como se deduce del sistema de 1gdl. Para entender el cambio de signo basta con considerar un sistema de 1gdl. Tomado como origen del eje de las x el punto de equilibrio estático, cuando la abscisa es mayor que cero, la fuerza del muelle tiende a llevar a la masa a la posición de equilibrio por lo que la aceleración, que es proporcional a la fuerza, tiene el signo contrario al signo del desplazamiento. Estas consideraciones se desarrollan en la expresión (187).

$$-\mathbf{M}\omega_n^2\mathbf{x} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \rightarrow \mathbf{x}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega_n^2\mathbf{I}) = 0 \quad (187)$$

Para que la expresión (187) tenga una solución \mathbf{x} no nula, resulta necesario que la matriz que multiplica a este vector sea singular y, por tanto, que su determinante sea nulo. La ecuación que expresa esta condición es la ecuación característica de la matriz $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$ (ver expresión (188)), que es una ecuación de grado m en ω_n^2 , lo cual permite determinar los m autovalores que corresponden a las m primeras frecuencias angulares propias ($\omega_{i,n}$).

$$\det(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega_n^2\mathbf{I}) = 0 \quad (188)$$

Los modos propios de vibración se determinan resolviendo el sistema de ecuaciones homogéneo de la expresión (187) para cada valor de ω_n^2 . Como el determinante de la matriz es nulo, el sistema queda indeterminado y los autovectores quedan definidos a falta de una constante solamente como relación entre el desplazamiento de dos nudos dados.



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE FOMENTO

SECRETARÍA GENERAL
TÉCNICA

CENTRO
DE PUBLICACIONES